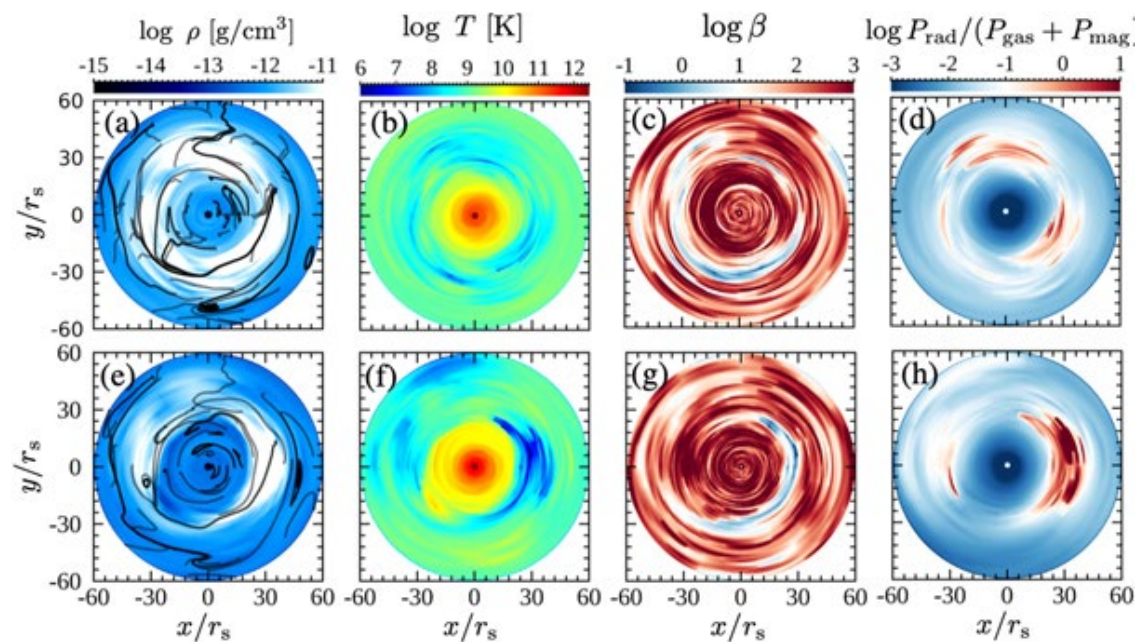


円筒座標系における MHDシミュレーションの高精度化

理学部物理学科
宇宙物理学研究室4年
佐々木遼太

研究背景

- 円筒座標を使ったシミュレーションの例

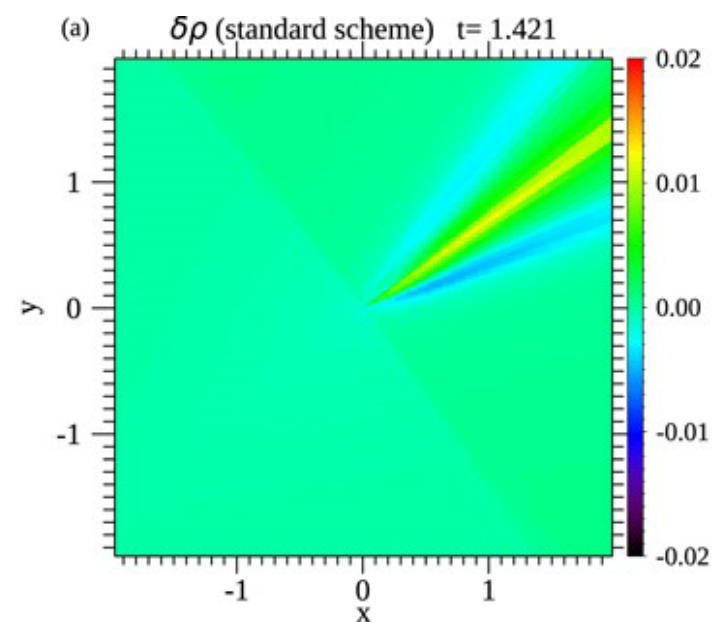


Igarashi et al., ApJ, 2020

降着円盤など、角運動量が重要な系で
円筒座標系が用いられる

- 円筒座標計算における課題

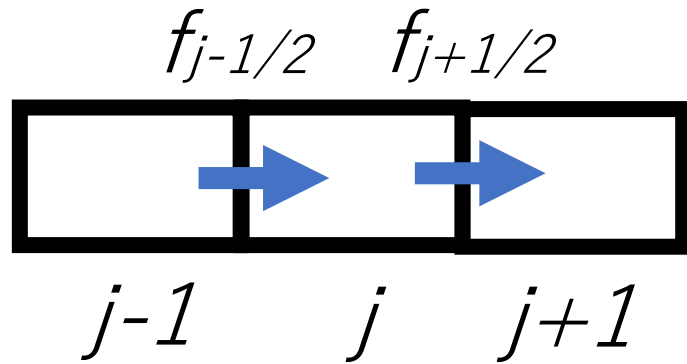
直交座標系に比べて数値に乱れが生じてしまう



Hanawa and Matsumoto, ApJ, 2021

シミュレーションにおける計算方法

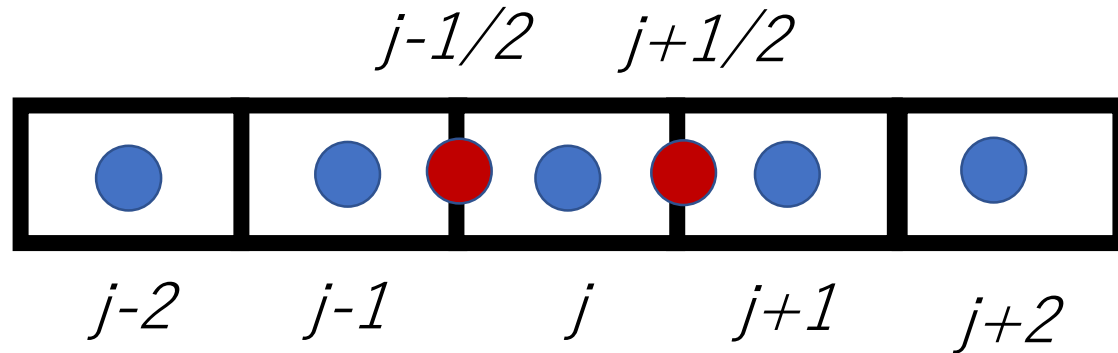
- 保存形を用いた計算



保存形： $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0$

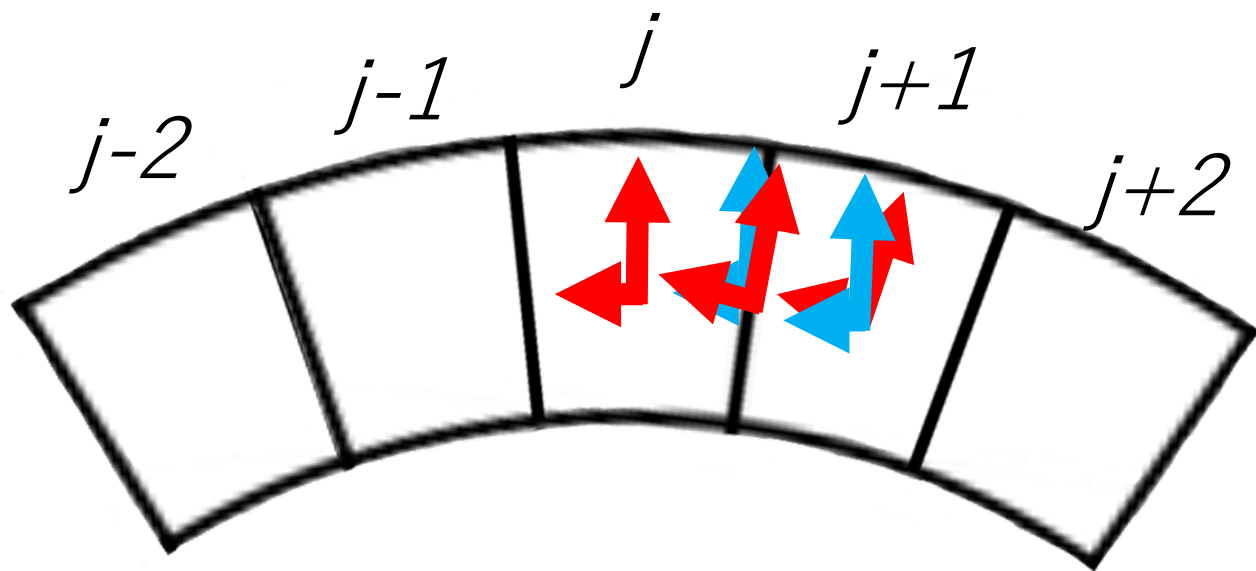
$$\rightarrow \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \frac{f_{j+1/2}^n - f_{j-1/2}^n}{\Delta x} = 0$$

- 補間方法



修正方法①

補間時に用いるベクトルの向きを調節し、
補間後に極座標へと変換する



修正方法②

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} \rightarrow \textcolor{red}{f} \frac{\Delta F}{\Delta \varphi}$$

$$f_r = \frac{\Delta \varphi}{2} \left(\tan \frac{\Delta \varphi}{2} \right)^{-1}$$

$$f_\varphi = \Delta \varphi (\sin \Delta \varphi)^{-1}$$

$$f_\rho = \frac{\Delta \varphi}{2} \left(\sin \frac{\Delta \varphi}{2} \right)^{-1}$$

本研究の目的

既存の円筒座標計算のコードを改良し、 計算の高精度化を目指す

- 使用するコード：CANS+
Matsumoto et al., PASJ,2019
- 新たな試み
MP5法との両立
磁場を含む場合の高精度化
- セルの分割方法
r方向：距離10を128分割
 ϕ 方向：36,48,60,96,180分割

一様流

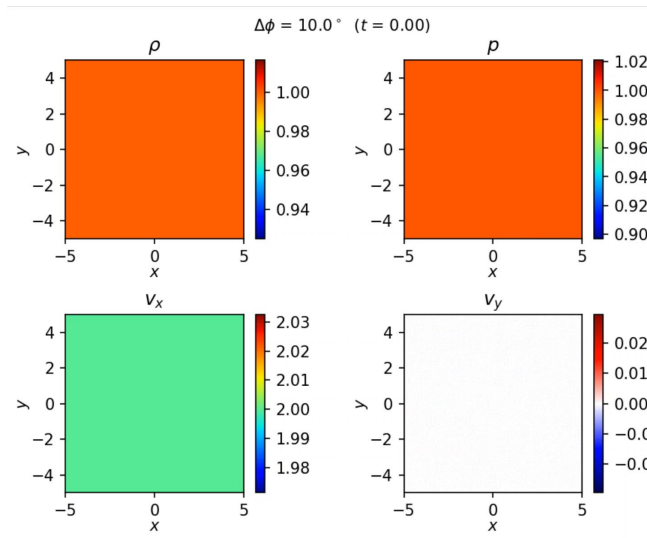
二次元プロット

誤差の評価

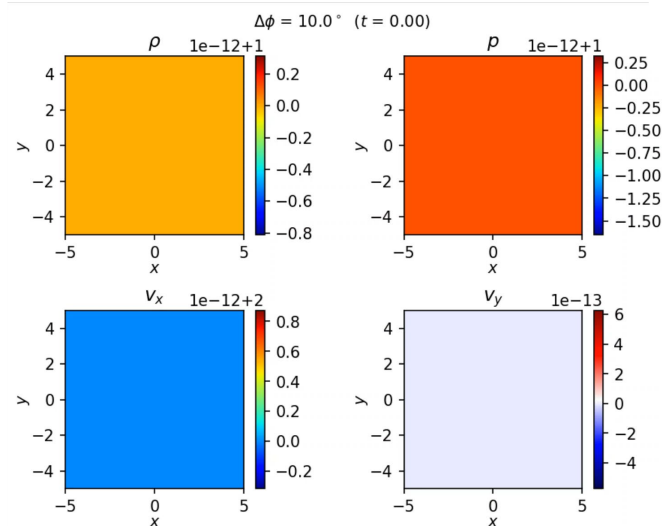
初期条件

$$\begin{aligned}\rho &= 1 \\ p &= 1 \\ v_x &= 2\end{aligned}$$

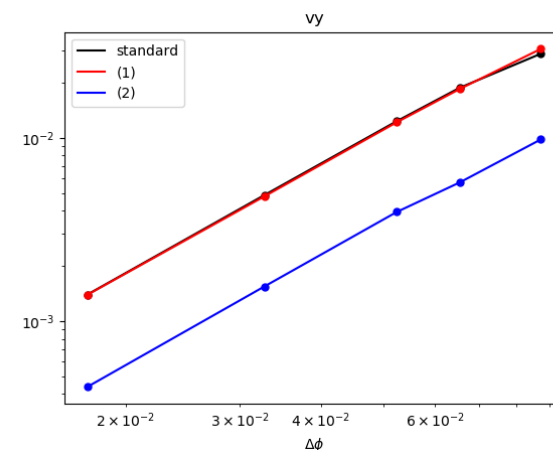
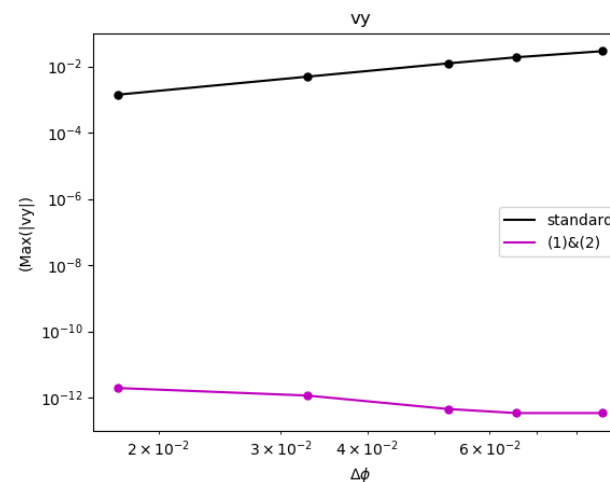
改良前



改良後



$t=2.5, r<7.0$ の領域における
 $|v_y|$ の最大値を誤差とする

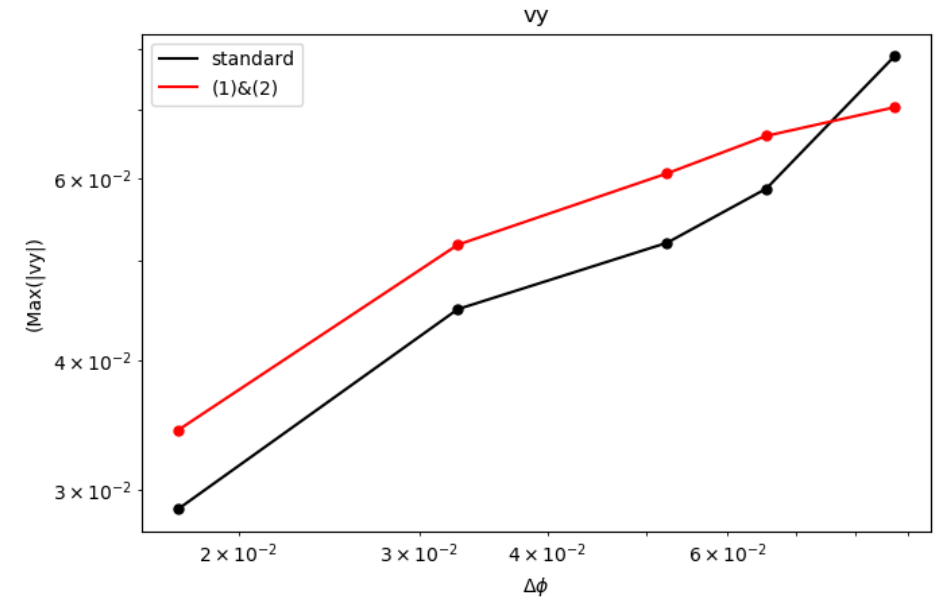


一様流においては、論文通りの改良
を加えることで高精度化に成功した

衝撃波管問題

誤差の評価

$t=3.0, r<7.0$ における
 $|v_y|$ の最大値を誤差とする

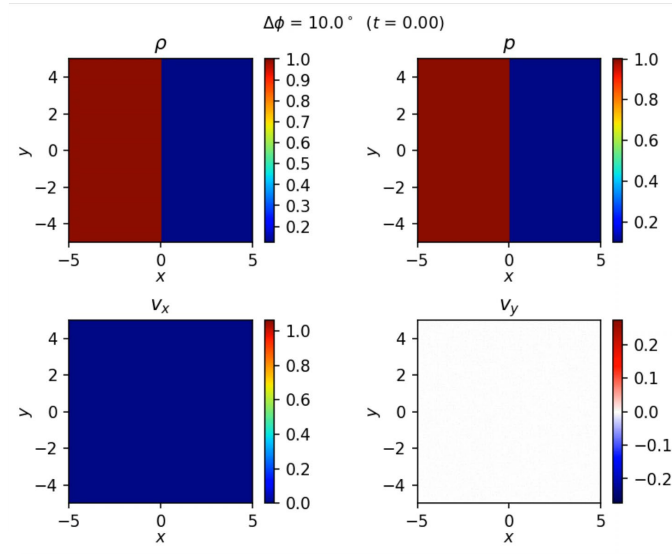


原因として考えられるのは1階微分が不連続になる点があること

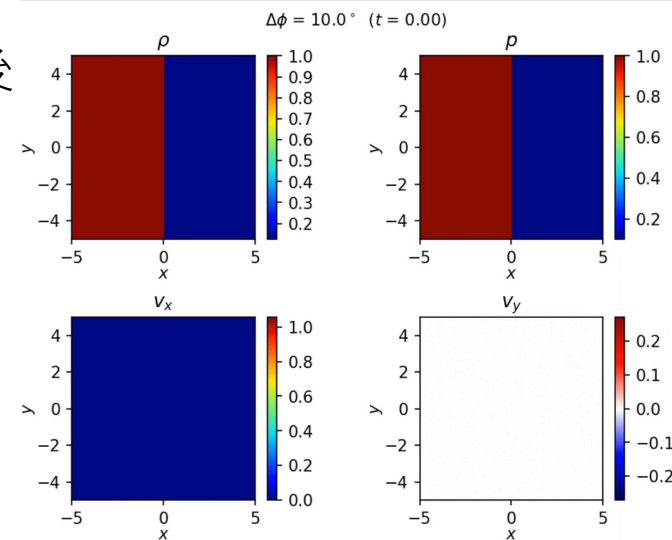
→物理量が連続的に変化する課題を調査する

二次元プロット

改良前



改良後



初期条件

$r \cos \phi < 0$
 $\rho = 1.0$
 $p = 1.0$
 $v_x = 0.0$

$r \cos \phi > 0$
 $\rho = 0.125$
 $p = 0.1$
 $v_x = 0.0$

音波

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \cos(k_x x - \omega t)$$

$$p = p_0 + \frac{\gamma p_0 \rho_1}{\rho_0} \cos(k_x x - \omega t)$$

$$v_x = \frac{p_1 k_x}{\rho_0 \omega} \cos(k_x x - \omega t)$$

$$v_y = 0$$

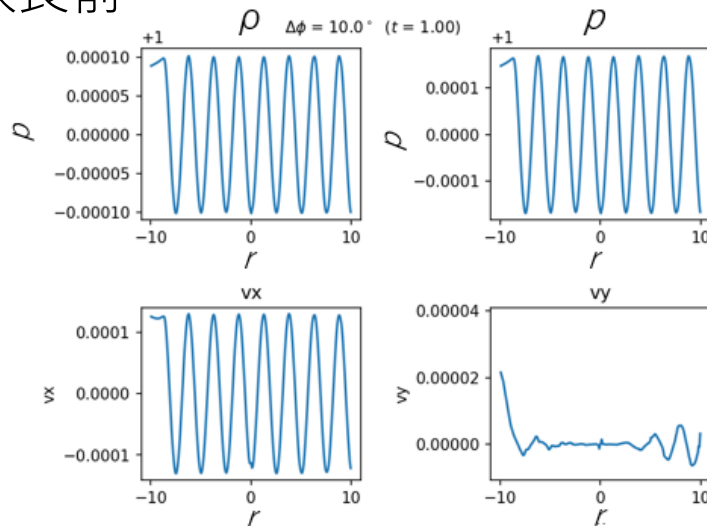
初期条件

$$\rho_0 = 1 \quad \rho_1 = 10^{-4}$$

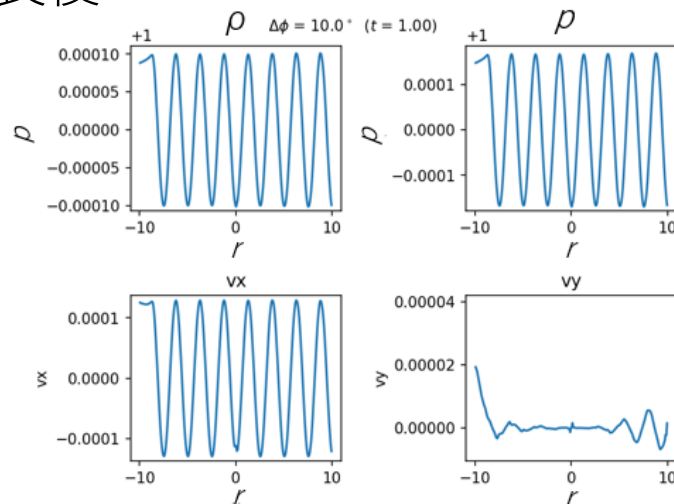
$$p_0 = 1 \quad \lambda = 2.5$$

一次元プロット

改良前

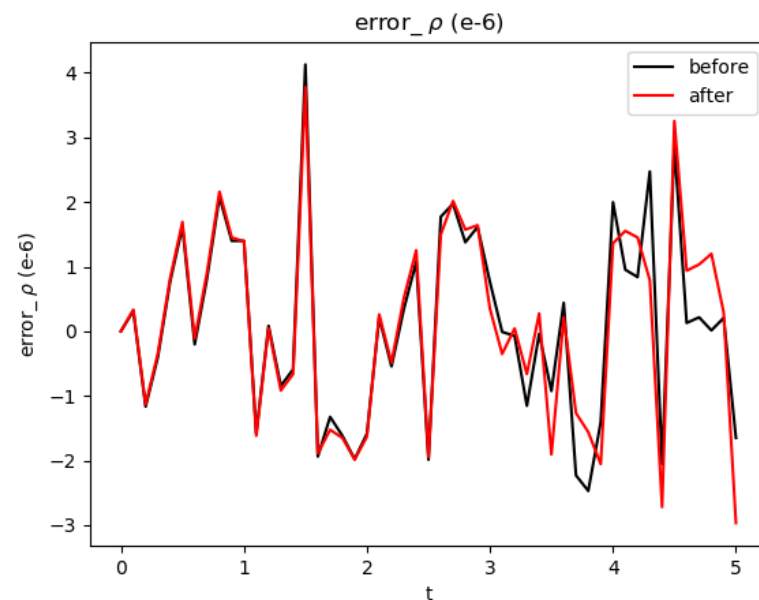


改良後



誤差の評価

最も内側で ϕ 方向に一番目のセルの解析解とのずれを追う



連続的に物理量が設定してある音波でも、改善は見られなかった

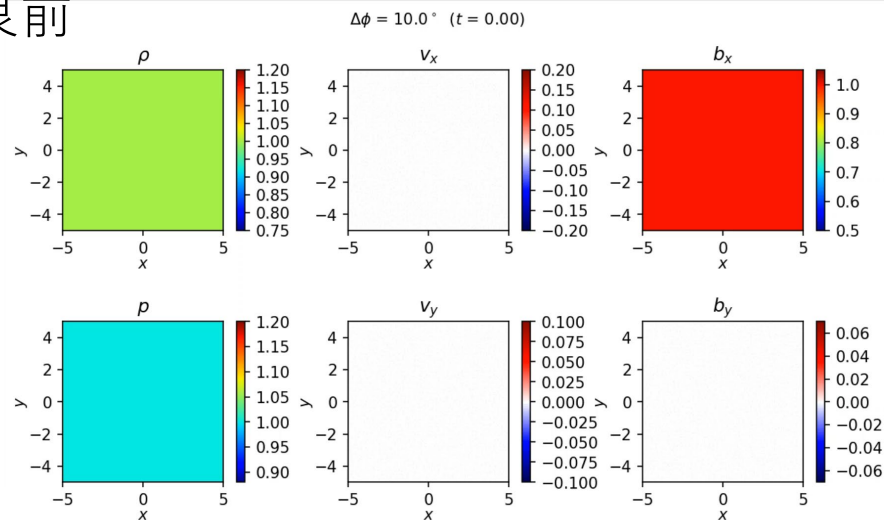
一様磁場

二次元プロット

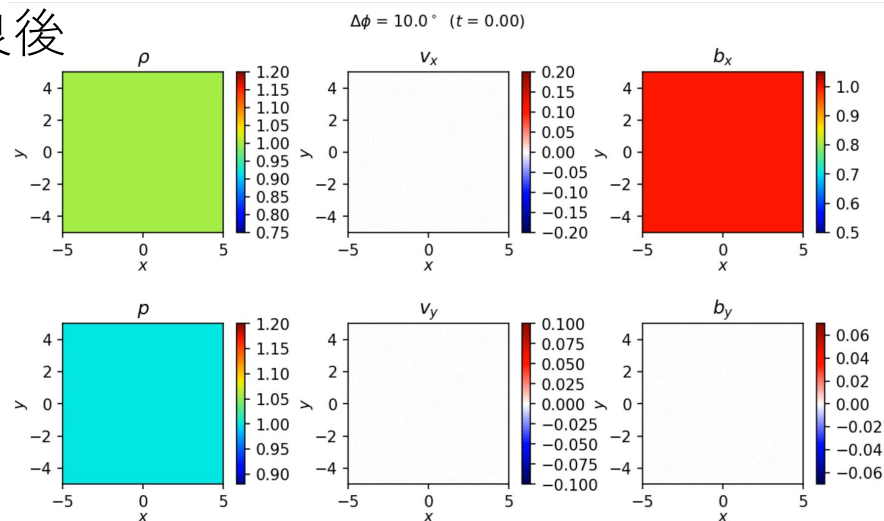
初期条件

$$\begin{aligned}\rho &= 1 \\ \rho &= 1 \\ B_x &= 1\end{aligned}$$

改良前

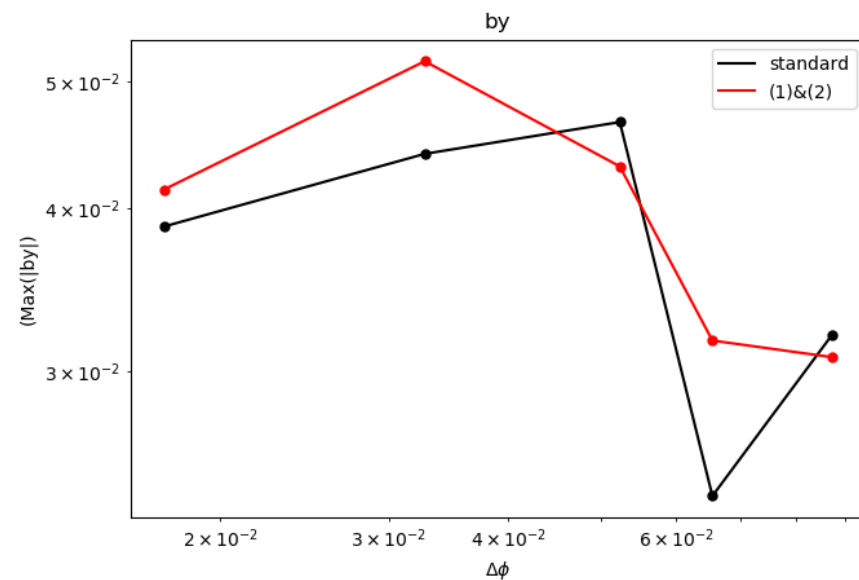


改良後



誤差の評価

$t=2.5, r<7.0$ における、 $|B_y|$ の最大値を誤差とする



簡潔な条件であるが改良の効果
が得られなかった

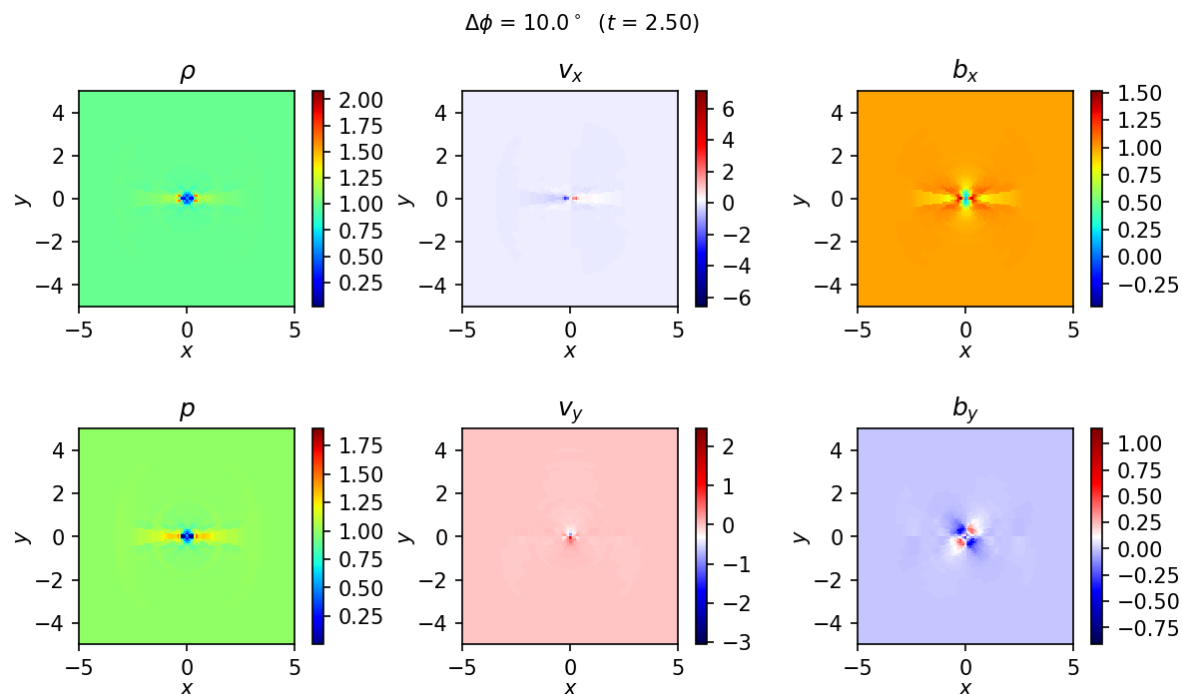
磁場のみに存在する計算を考える

一様磁場

誘導方程式：
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{v} + \psi \mathbf{I}) = -\nabla \times (\eta \mathbf{j})$$

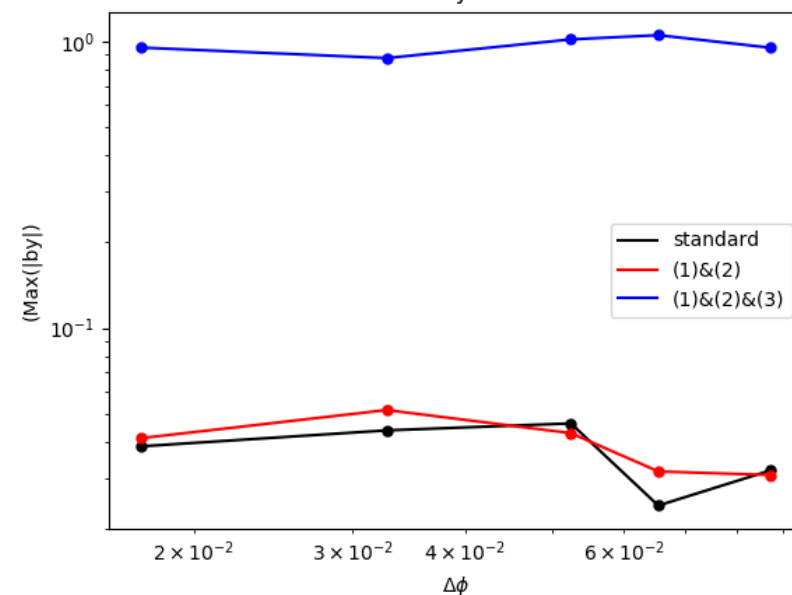
補正項：
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + c_h^2 \nabla \cdot \mathbf{B} = -\frac{c_h^2}{c_p^2} \psi$$

この補正項なしで計算を行う



誤差の評価

$t=2.5, r<7.0$ における、 $|B_y|$ の最大値を誤差とする



円筒座標においても補正項は機能しているため、他に高精度化に失敗した原因がある

衝撃波管問題

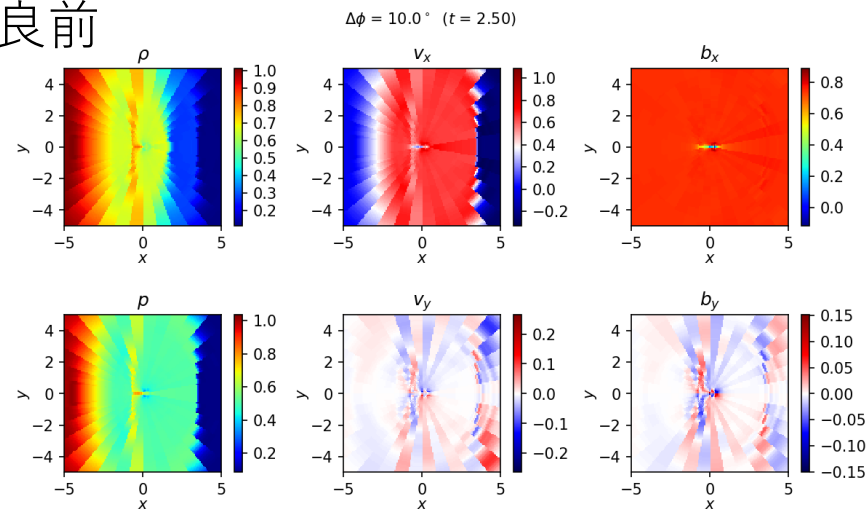
二次元プロット

初期条件

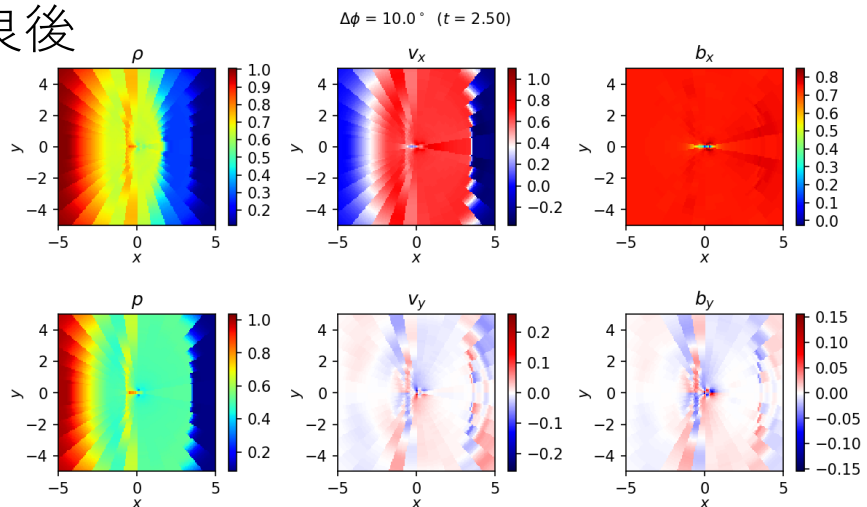
$$\begin{aligned} r \cos \varphi < 0 \\ \rho &= 1.0 \\ p &= 1.0 \\ B_x &= 0.75 \\ B_z &= 1.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r \cos \varphi > 0 \\ \rho &= 0.125 \\ p &= 0.1 \\ B_x &= 0.75 \\ B_z &= -1.0 \end{aligned}$$

改良前

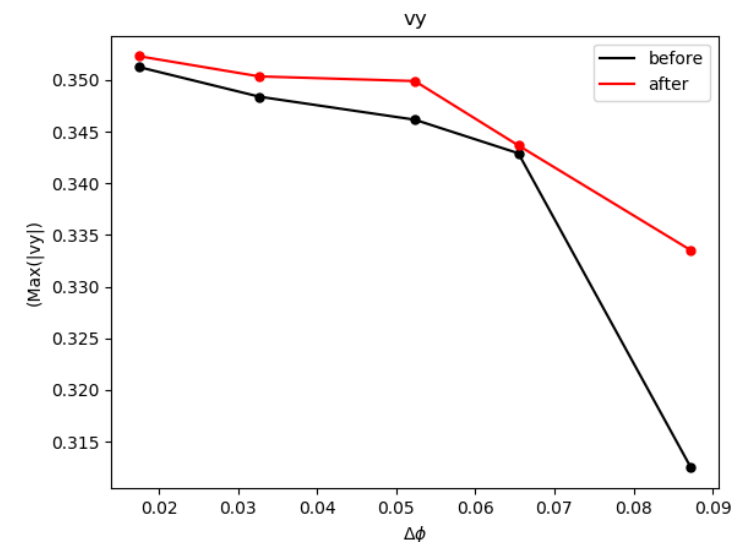


改良後



誤差の評価

$t=2.5, r<7.0$ における、 v_y の最大値を誤差とする

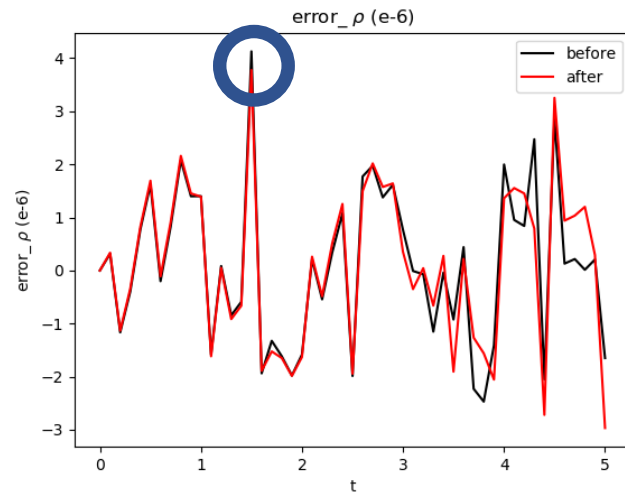


考察

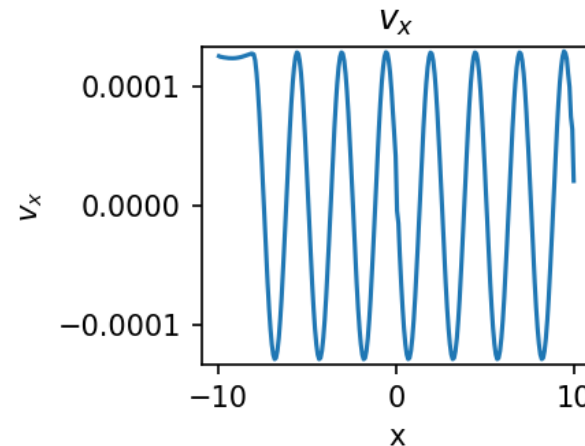
衝撃波管問題：不連続性により、差分法を用いる際に誤差が生まれてしまう。
しかし、音波を使った検証から、他にも原因があると考えられる

音波：修正後も修正前も中心での乱れが生まれていた。

$t=1.5$



$T=1.94$ であるため、
 $t=1.5$ は約 $3/2$ 周期



傾きが最大となる点で大きく乱れが生じているため、
物理量の変化が大きいと
改良が機能しない可能性がある

一様磁場：磁場に関する要素が改良を機能させていない。
しかし、divBを補正するスカラーではないことは分かった。

まとめ・展望

研究内容

Hanawa and Matsumoto, ApJ, 2021で行われた高精度化をCANS+へと導入し、
様々な条件で精度の変化を検証した

結果

五つの課題のうち、一様流のみ期待通りの効果が得られたが、
他の実験では高精度化が現れなかった。
他の研究シミュレーションにおいてこの改良を実装することはまだ難しい

展望

原因を究明するためには様々な対照実験を行う必要がある
例として、音波の振幅を小さくし、一様流に近づける