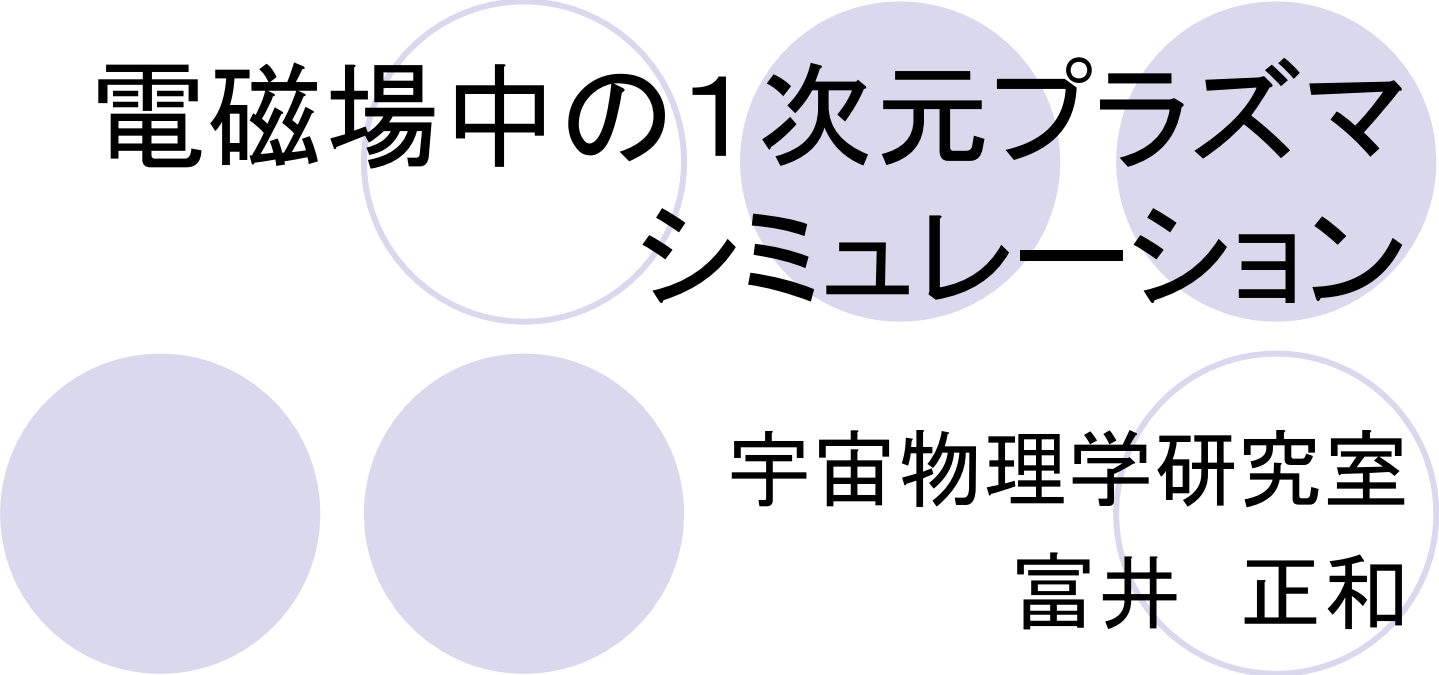




電磁場中の1次元プラズマ シミュレーション

宇宙物理学研究室
富井 正和



目的

宇宙空間に存在するプラズマ中の電磁波の伝播を調べたい。

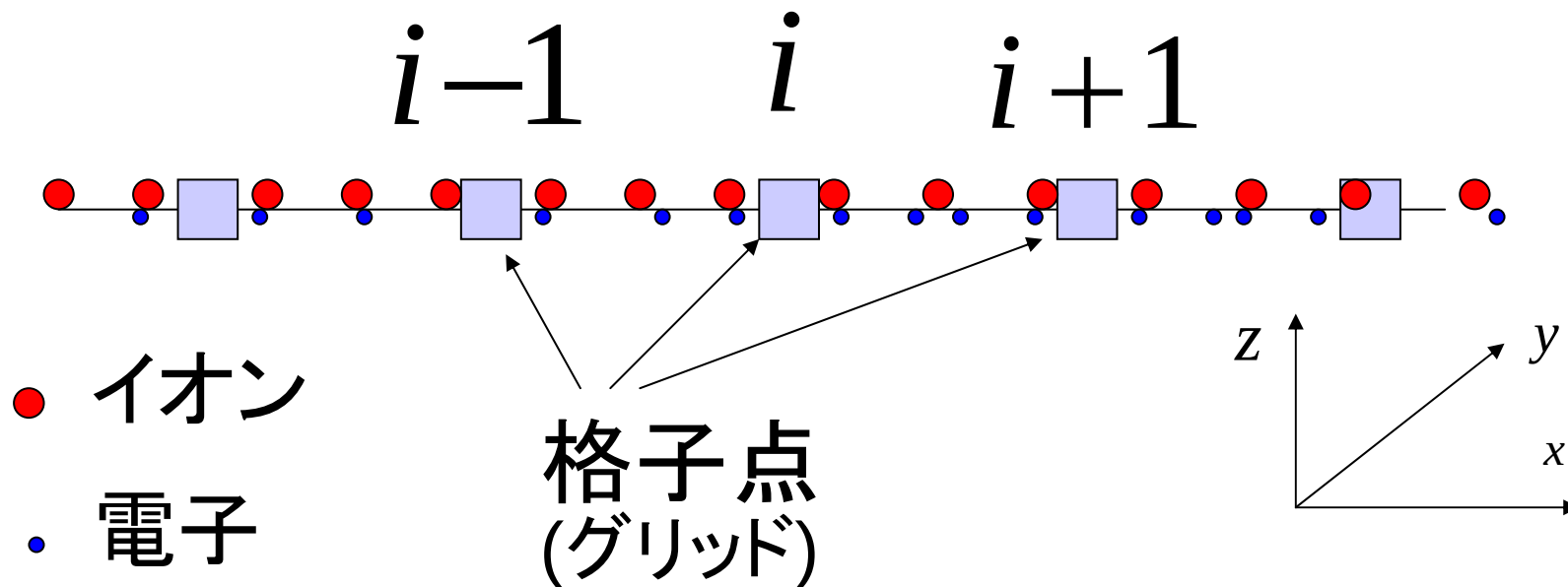
近年、プラズマ中のレーザー伝播による粒子加速が注目されている。



電磁波とプラズマの相互作用を扱うことが出来るシミュレーションコードを構築する

シミュレーションコード: PICコード

- Particle In Cell (PIC)コードとは、電場や磁場を格子点上で求め、この電磁場を用いて粒子の位置変化を計算する方法である。



基礎方程式

Maxwell方程式

$$\nabla \cdot E = 4\pi\rho$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

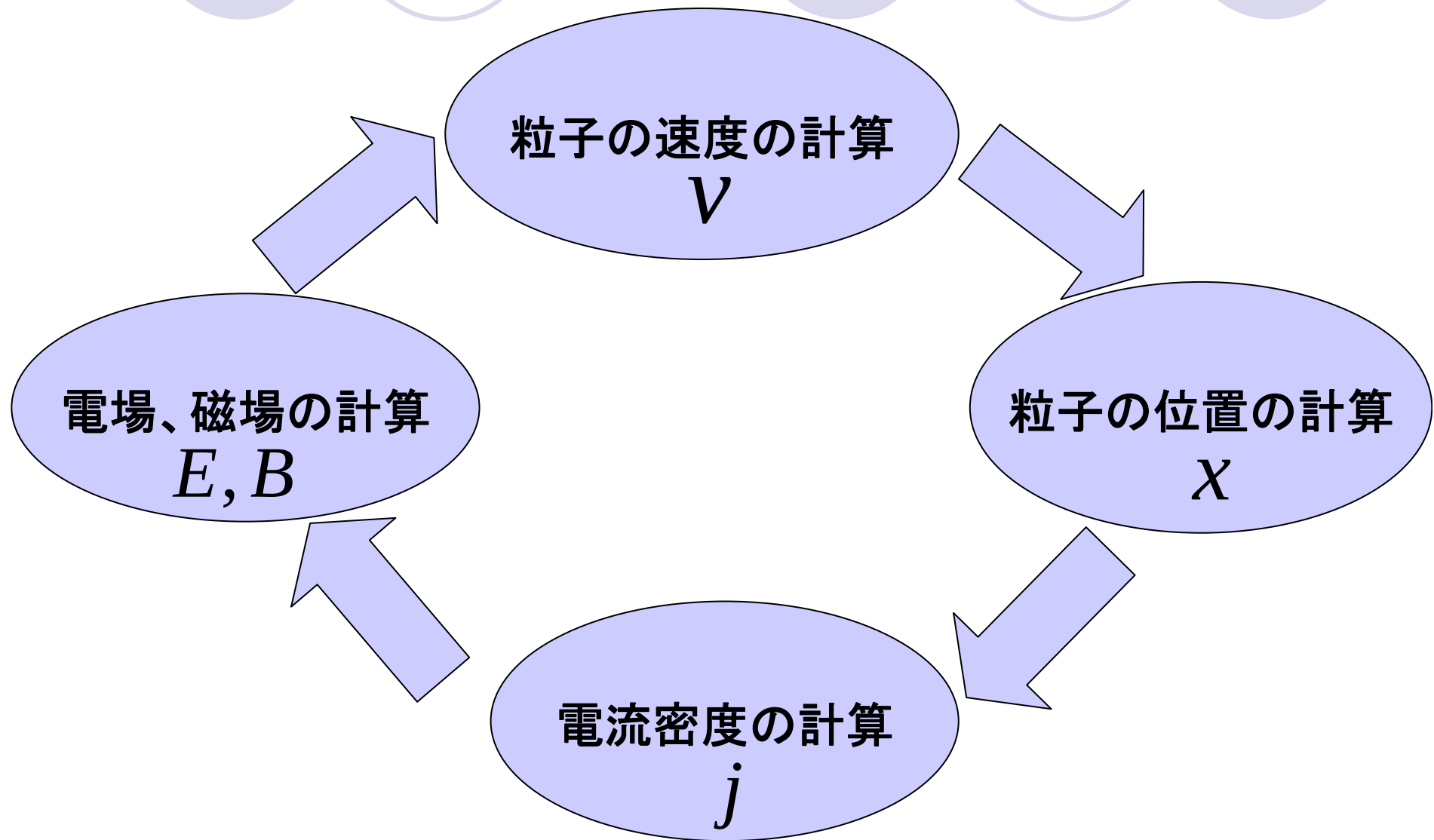
$$\nabla \times B = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$$

相對論的運動方程式

$$\frac{d}{dt}(m_0 u) = q \left(E + \frac{u \times B}{\gamma c} \right)$$

$$\left[\begin{array}{l} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\ u = \gamma v \end{array} \right]$$

計算の流れ



速度の計算

$$\frac{d}{dt}(m_o u) = q \left(E + \frac{u \times B}{\gamma c} \right)$$

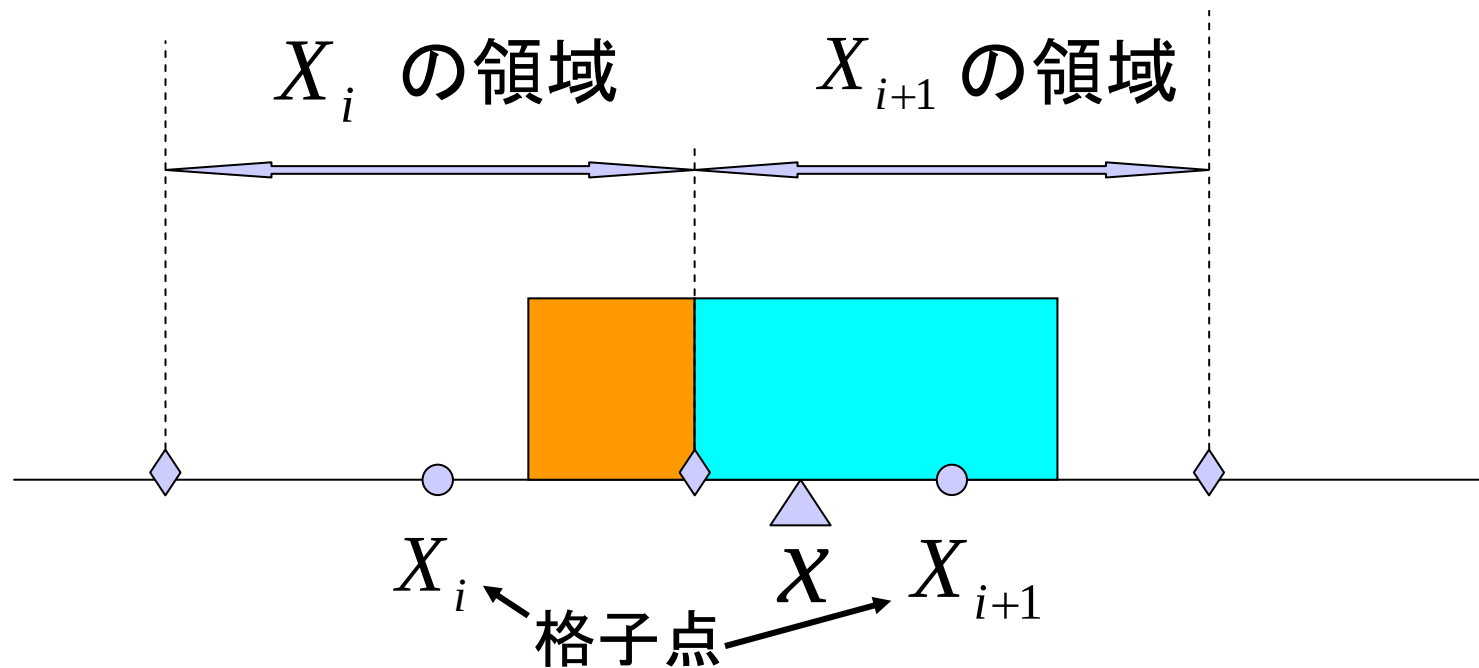
- Buneman-Boris法を用いて計算する

$$\frac{u^{t+\Delta t/2} - u^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m_o} \left(E^t + \frac{u^{t+\Delta t/2} + u^{t-\Delta t/2}}{2\gamma c} \times B^t \right)$$

$$\left[u = \gamma v \right]$$

Buneman-Boris法とは運動方程式を差分化した上式を未知数 $u^{t+\Delta t/2}$ について解き速度を求める方法である。

電荷の分配



オレンジ色の部分は X_i に分配され、水色の部分は X_{i+1} に分配される。

電磁場の計算

- Maxwell方程式より ($\nabla \cdot B = 0$ より B_x は一定)

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} = - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} = - \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{4\pi}{c} j_y$$

これら2式の和と差をとると

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (E_y + B_z) = - \frac{\partial}{\partial x} (E_y + B_z) - \frac{4\pi}{c} j_y$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (E_y - B_z) = \frac{\partial}{\partial x} (E_y - B_z) - \frac{4\pi}{c} j_y$$

となる

ここで

$${}^{\pm}F = \frac{1}{2}(E_y \pm B_z)$$

とすると

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial {}^{\pm}F}{\partial t} \pm \frac{\partial {}^{\pm}F}{\partial x} \right) = -\frac{4\pi}{c} j_y$$

この式の差分をとることにより

$$({}^{+}F)_i^{t+\Delta t} = ({}^{+}F)_{i-1}^t - \frac{4\pi}{c} \frac{j_y^{t+\Delta t/2}}{2} \Delta t \quad : \text{右方向へ進む波}$$

$$({}^{-}F)_i^{t+\Delta t} = ({}^{-}F)_{i+1}^t - \frac{4\pi}{c} \frac{j_y^{t+\Delta t/2}}{2} \Delta t \quad : \text{左方向へ進む波}$$

また E_z, B_y も同様にして、計算する。

X方向の電場は

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -J_x$$

を計算する。

- PICコードの利点

- 1つ1つの粒子の運動を見ることができる。
- 粒子のエネルギースペクトルを計算することができる。
- 粒子の運動と電磁場をSelf-consistentに解くことができる。

- PICコードの欠点

- 計算領域が小さい(ラーモア半径程度)

計算結果

共通の計算条件

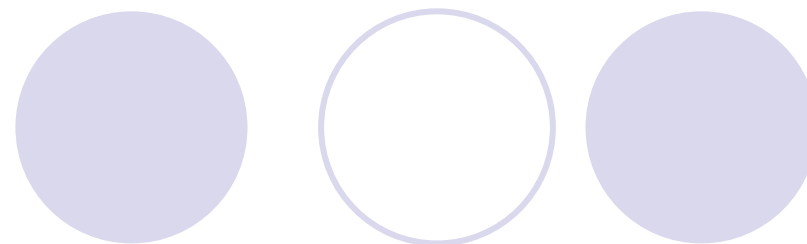
- グリッドの幅
- 時間ステップの幅
- 光速
- 粒子数

$$\Delta x = 1$$

$$\Delta t = 1$$

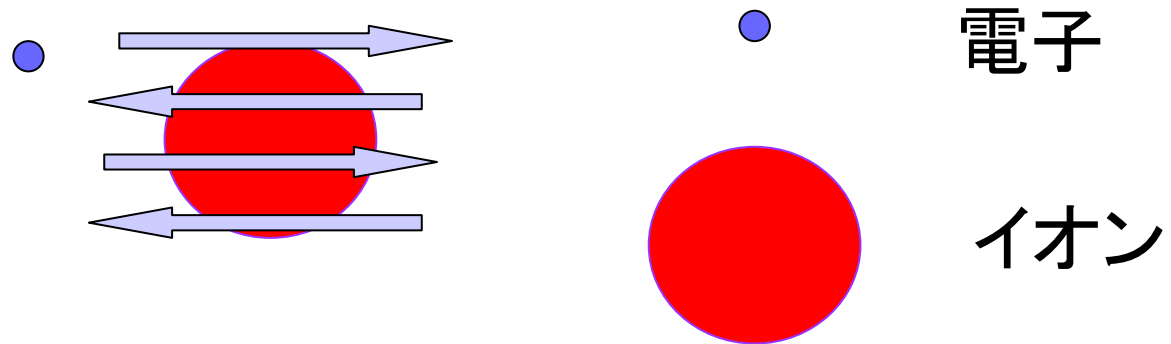
$$c = 1$$

$$n_p = 20480$$



プラズマ振動

- 外場をゼロとして、電子にx方向の初速度を与える。イオンは電子と比べてとても質量が大きいので静止していると見なせる。この時、移動した電子が作る電場によって電子が引き戻され、イオンの周りを振動する現象である。



計算条件

- グリッド数
- プラズマ振動数
- X方向の初速度
- 境界条件

$$n_x = 1024$$

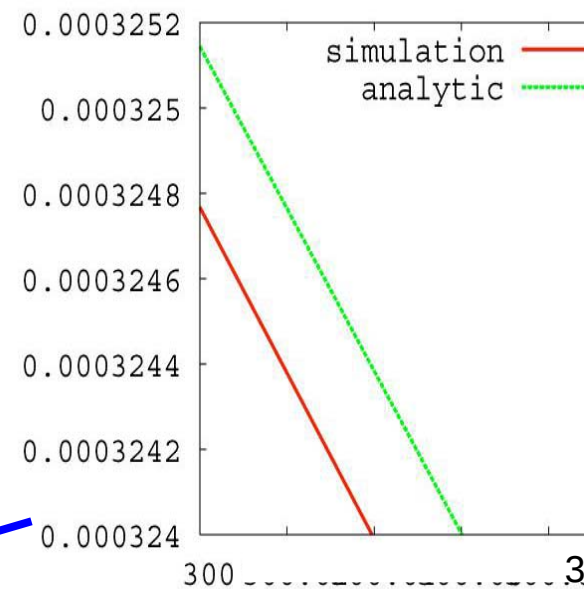
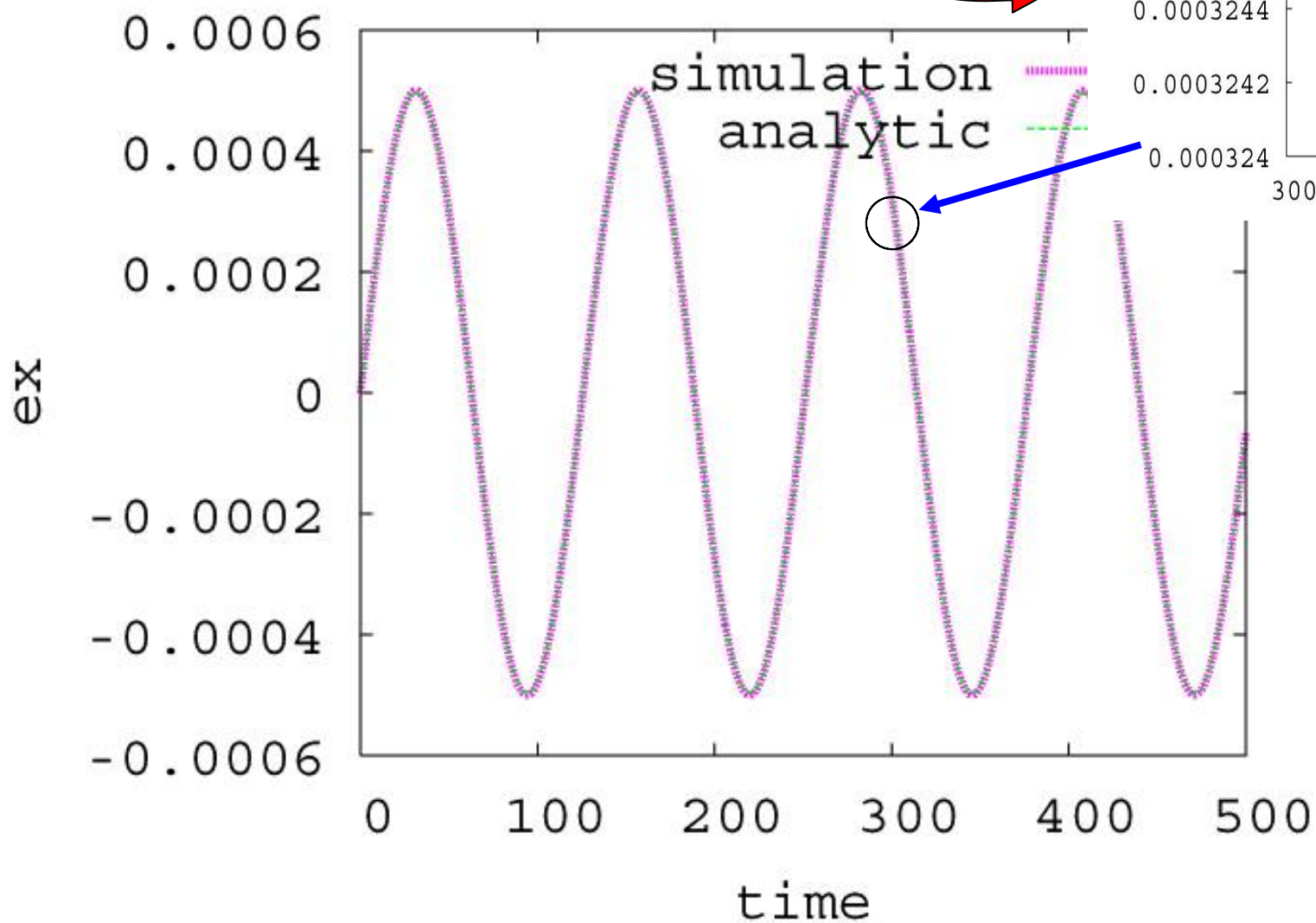
$$\omega_p = 0.05$$

$$v_x = 0.01$$

周期境界

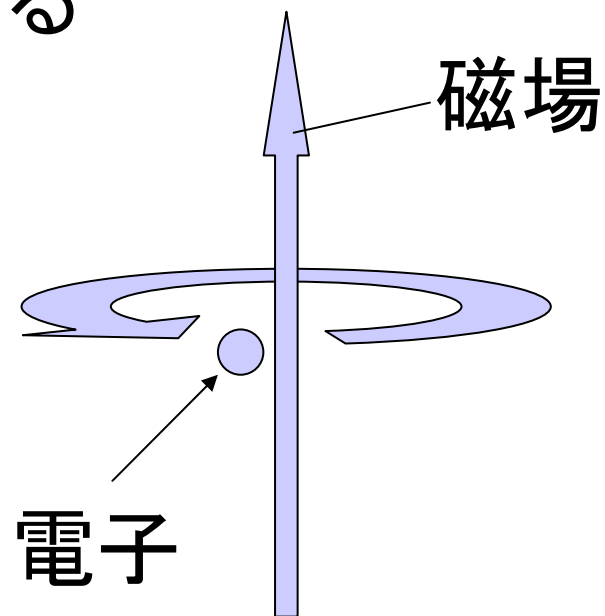
プラズマ振動

Time=300 近傍のグラフ



サイクロトロン運動

- Z方向に一様磁場 B_z を加え、電子にy方向の初速度を与えるとローレンツ力 $F = qv \times B$ により電子が磁場の周りを回転運動する



計算条件

- グリッド数
- プラズマ振動数
- y方向の初速度
- z方向の磁場
- 境界条件

$$n_x = 1024$$

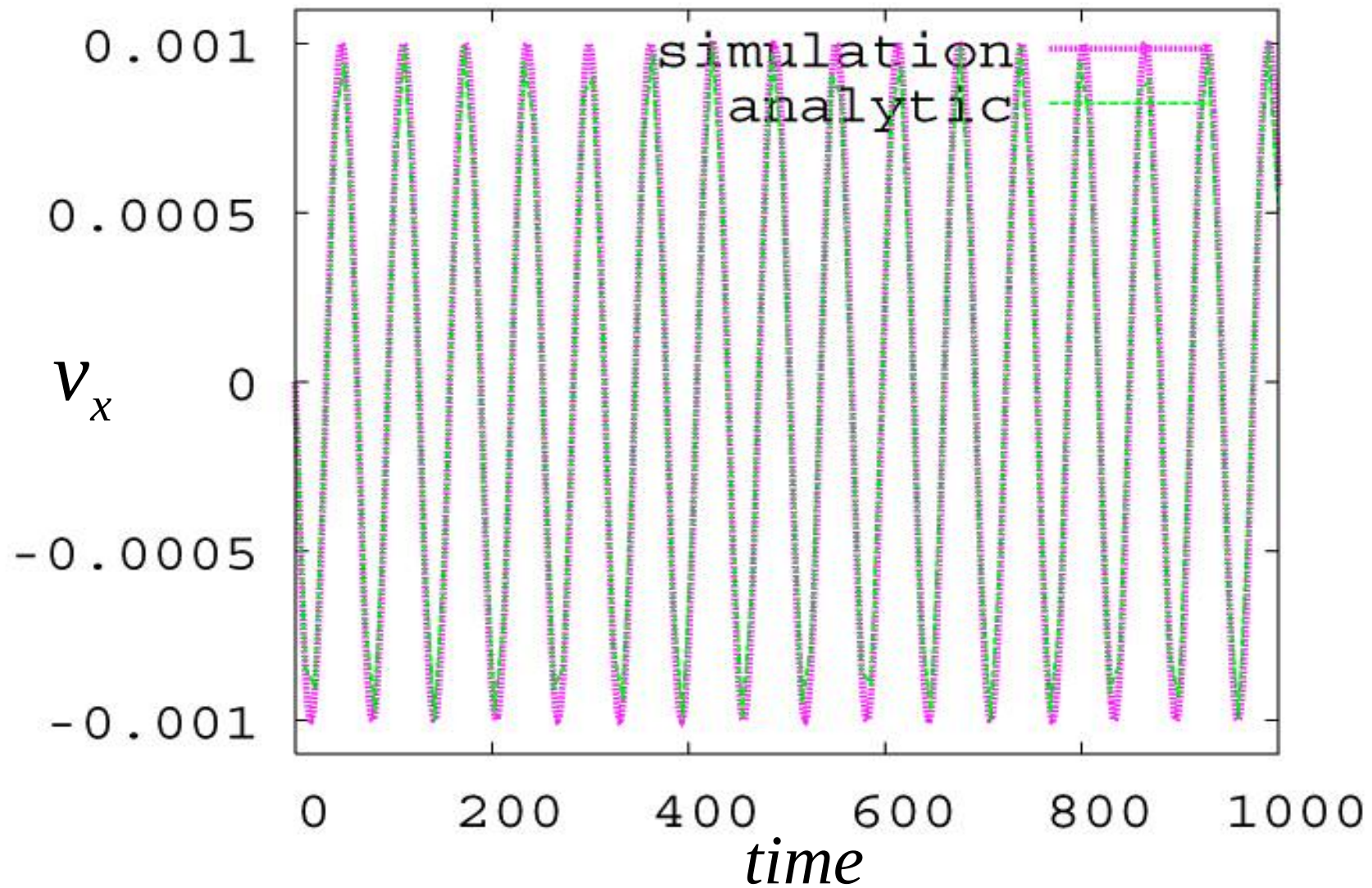
$$\omega_p = 0.0001$$

$$v_y = 0.001$$

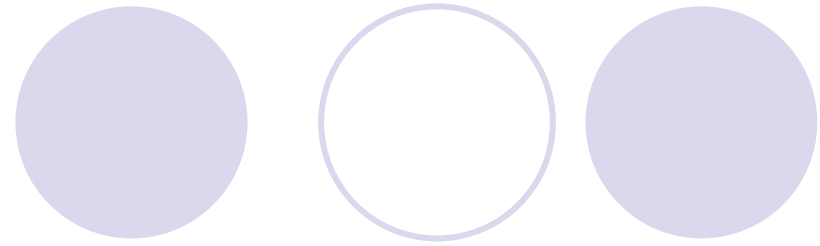
$$B_z = 0.1$$

周期境界

サイクロトロン運動



電磁波の入射



- 一様に分布したプラズマ中に x 方向の電磁波を入射する。
- 入射波の振動数をプラズマ振動数より高くとり、入射波がプラズマ中を伝播する様子を調べる。

計算条件

- グリッド数
- プラズマ振動数
- 入射波の角振動数
- 境界条件
- 分散関係式

$$n_x = 1024$$

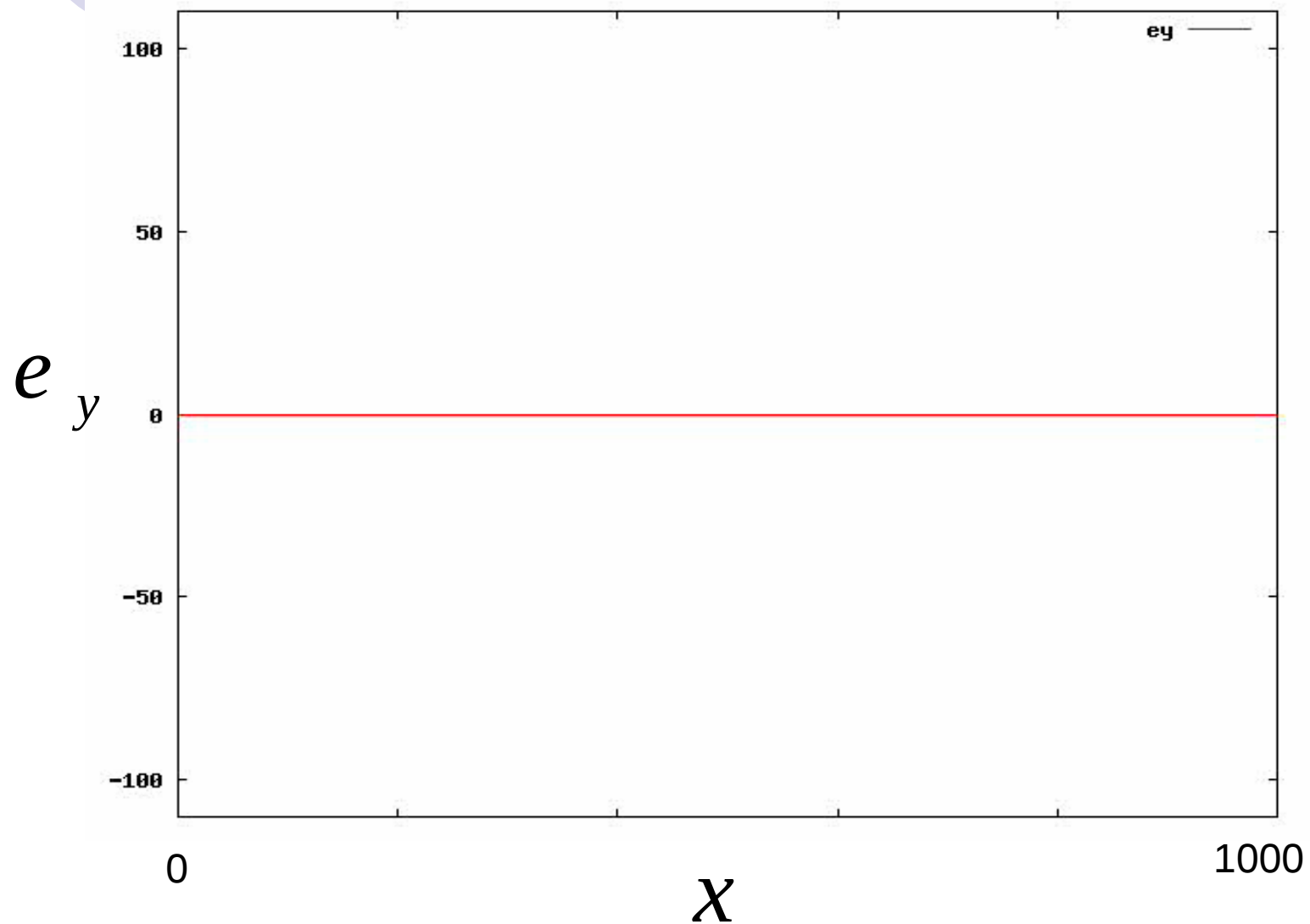
$$\omega_p = 0.01$$

$$\omega = 0.05$$

自由境界

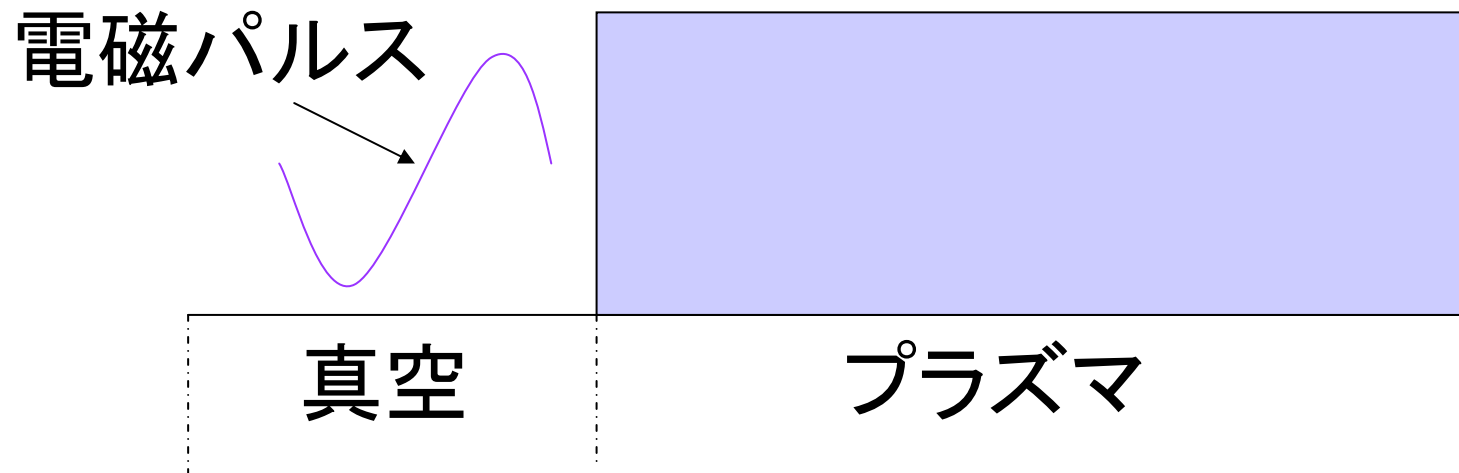
$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

電磁波の入射



電磁波の遮蔽

- グリッドの $1/4$ を真空にして $3/4$ にプラズマを入れた密度の異なる領域に電磁パルスを入れた時の電磁波の振る舞いを見る



計算条件

- グリッド数
- プラズマ振動数
- 入射波の振動数
- 境界条件
- 分散関係式

$$n_x = 2048$$

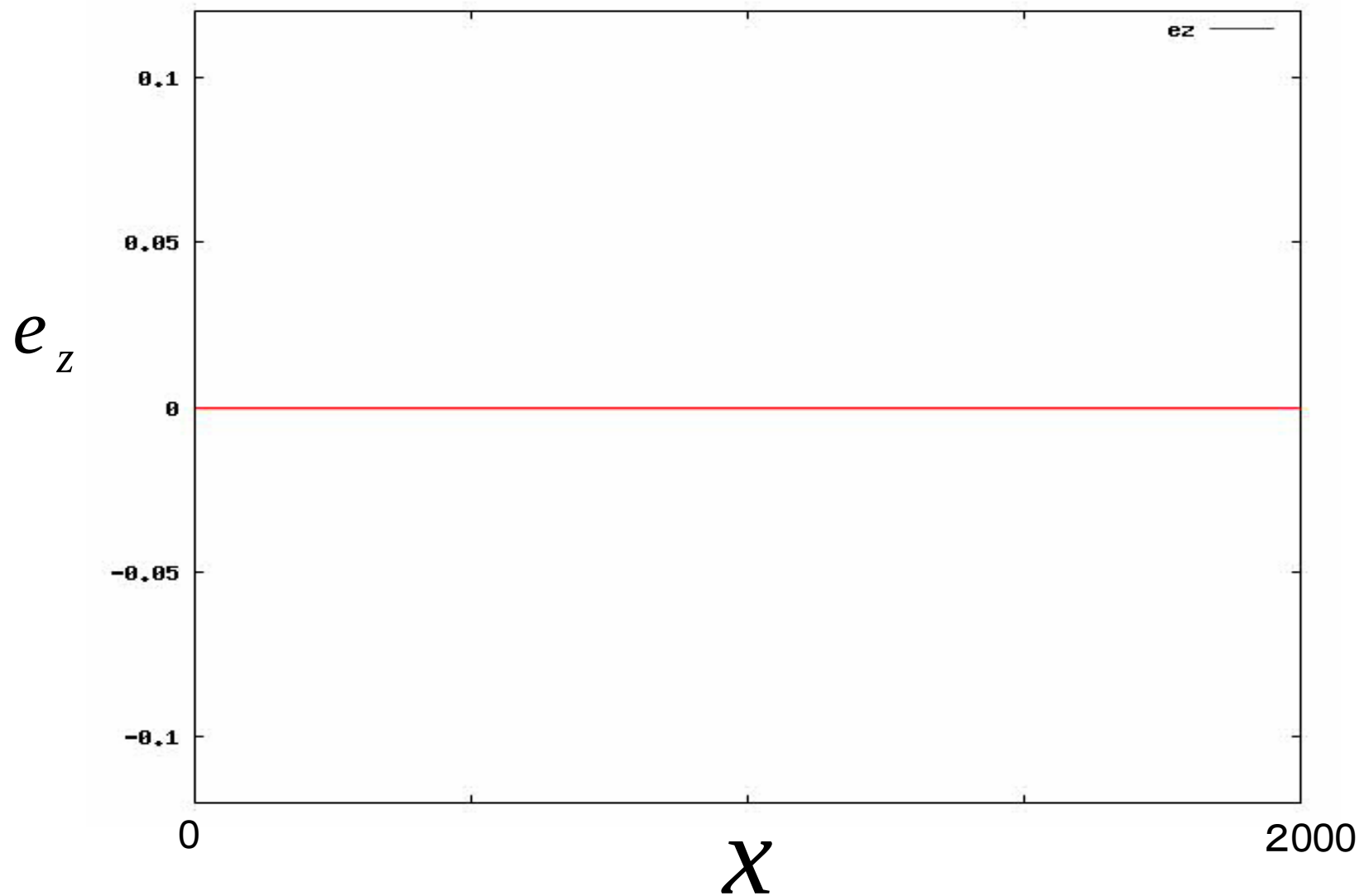
$$\omega_p = 0.03$$

$$\omega = 0.01$$

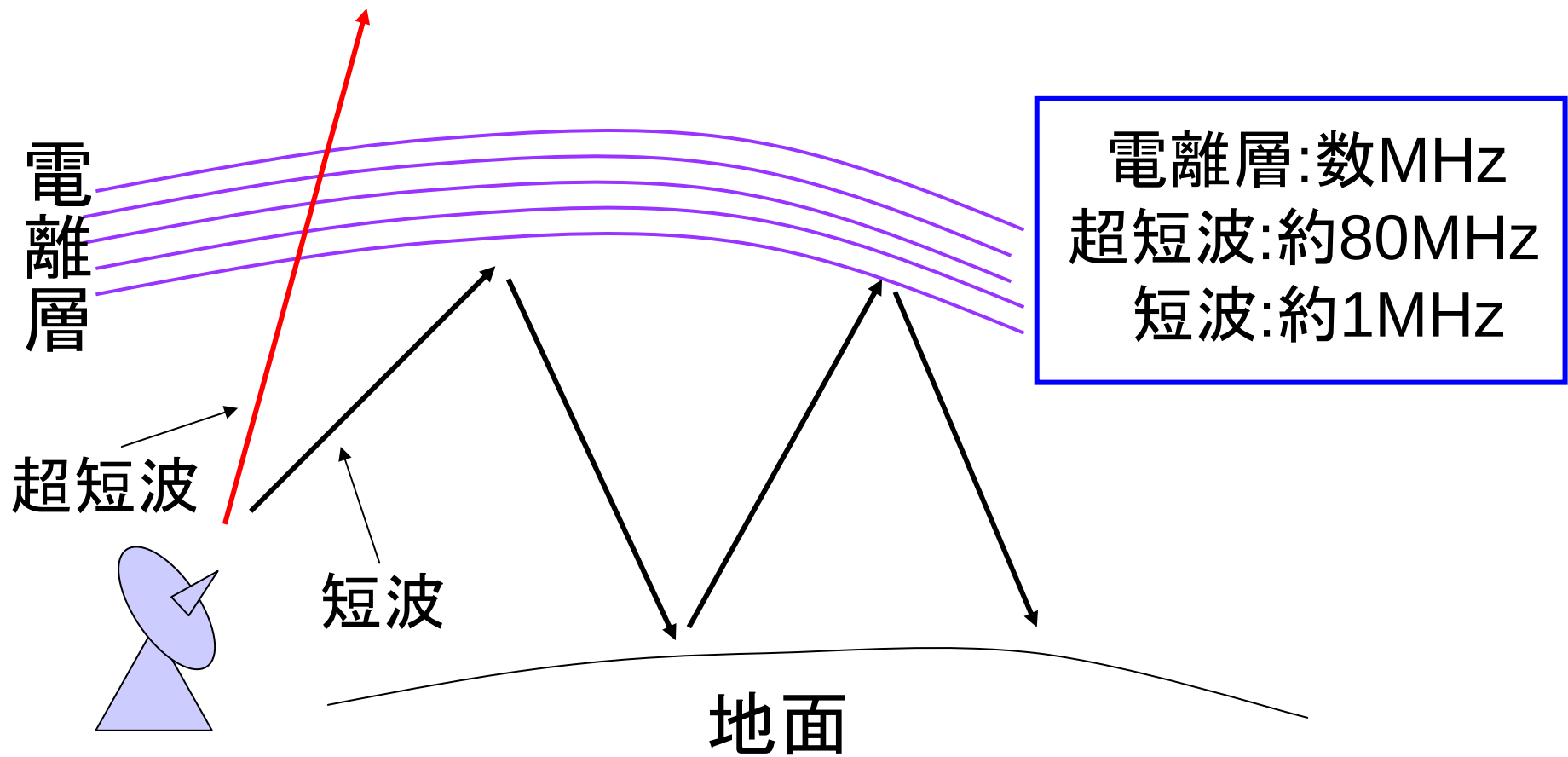
自由境界

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

電磁波の遮蔽



電離層での反射と透過



まとめ

- 1次元PICシミュレーションコードを作成し、プラズマ振動、サイクロトロン運動、電磁波伝播のテスト計算を行った。シミュレーション結果と解析解がほぼ一致したことから、粒子の運動と電磁場の時間発展が正しく解けていることが確認できた。
- 今後はレーザーを入射させた時の、プラズマ中の粒子加速を調べてみたい。