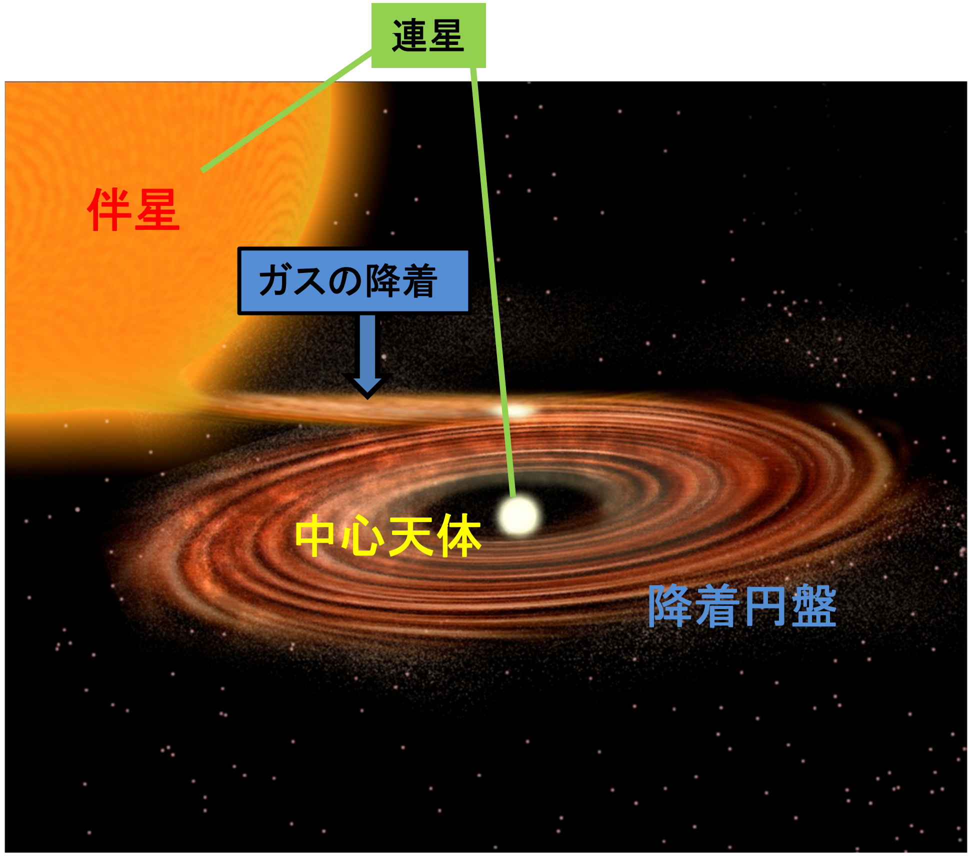
コロナを伴った降着円盤の
ソフトステートからハードステートへの状態遷移

物理学科宇宙物理学研究室
小野　貴史

発表の流れ

- 降着円盤とは何か
- ソフトステート、ハードステートの特徴
- 状態遷移を説明できる物理モデルの設定
- 数値計算の手法と手順
- 計算結果を用いた状態遷移についての考察

降着円盤とは



Credit: P. Marenfeld and NOAO/AURA/NSF

- 角運動量を持つガスが
  中心天体に落下して円盤を形成

- ガス同士の摩擦により
  重力エネルギーを解放

摩擦 → 角運動量の輸送
摩擦 → 円盤の加熱

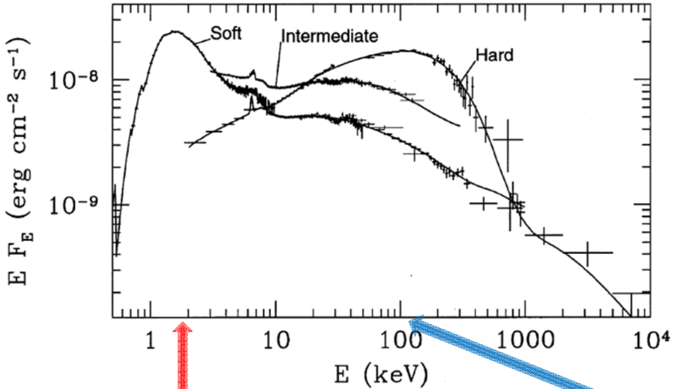
- 一般に幾何学的に薄く、光学的に厚い
  （不透明）

※光学的厚さ：光の平均自由行程を1としたときの厚み
（光の通り抜けづらさを考慮した意味での厚み，物質が透明・不透明かの指標）

光学的に厚い円盤からの放射は円盤表面からの黒体放射で近似できる

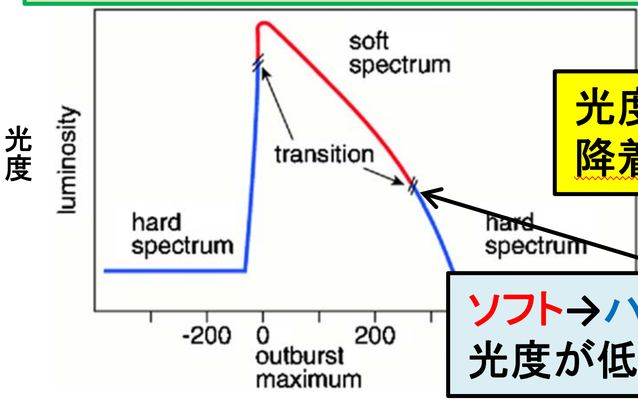
観測が示すこと
ブラックホール連星の降着円盤は二つの状態を遷移する

Cyg X-1からの放射エネルギースペクトル



(McConnell et al. 1994)

代表的なブラックホール連星の光度の時間変化



(Liu et al. 2009)

光度の高さは
降着ガスの量に依存

ソフト→ハードの遷移の方が
光度が低い

これを説明したい

ソフトステート

・軟X線（約0.1～1KeV）

$T = 10^6 \sim 10^7 (K)$に対応

降着円盤の温度で説明可能

中心からの距離ごとに

異なる温度の黒体放射を重ね合わせる

ハードステート

・硬X線（約10～100KeV）

$T = 10^8 \sim 10^9 (K)$に対応

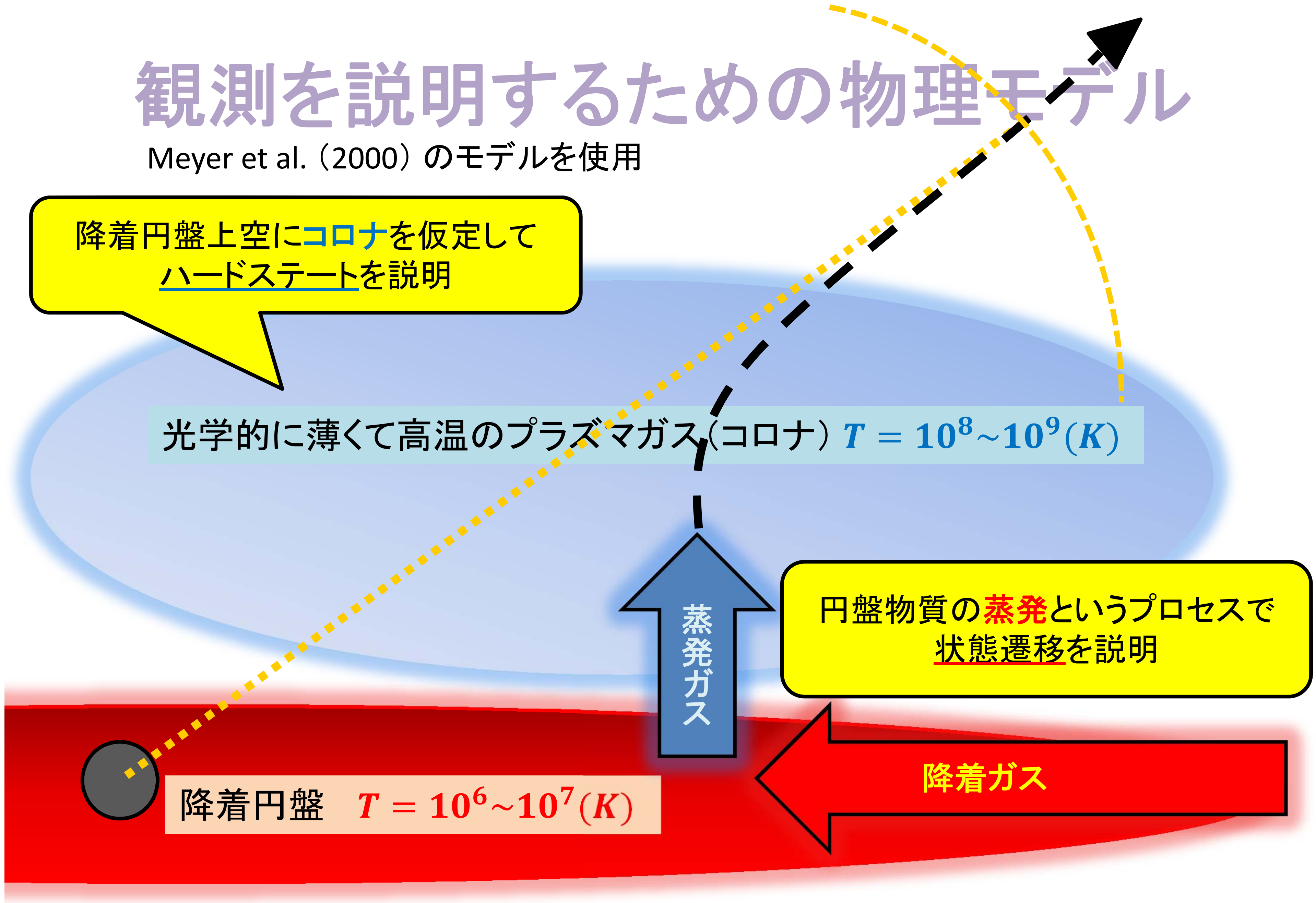
降着円盤の温度では足りない

降着円盤だけでは硬X線をつくり出せない

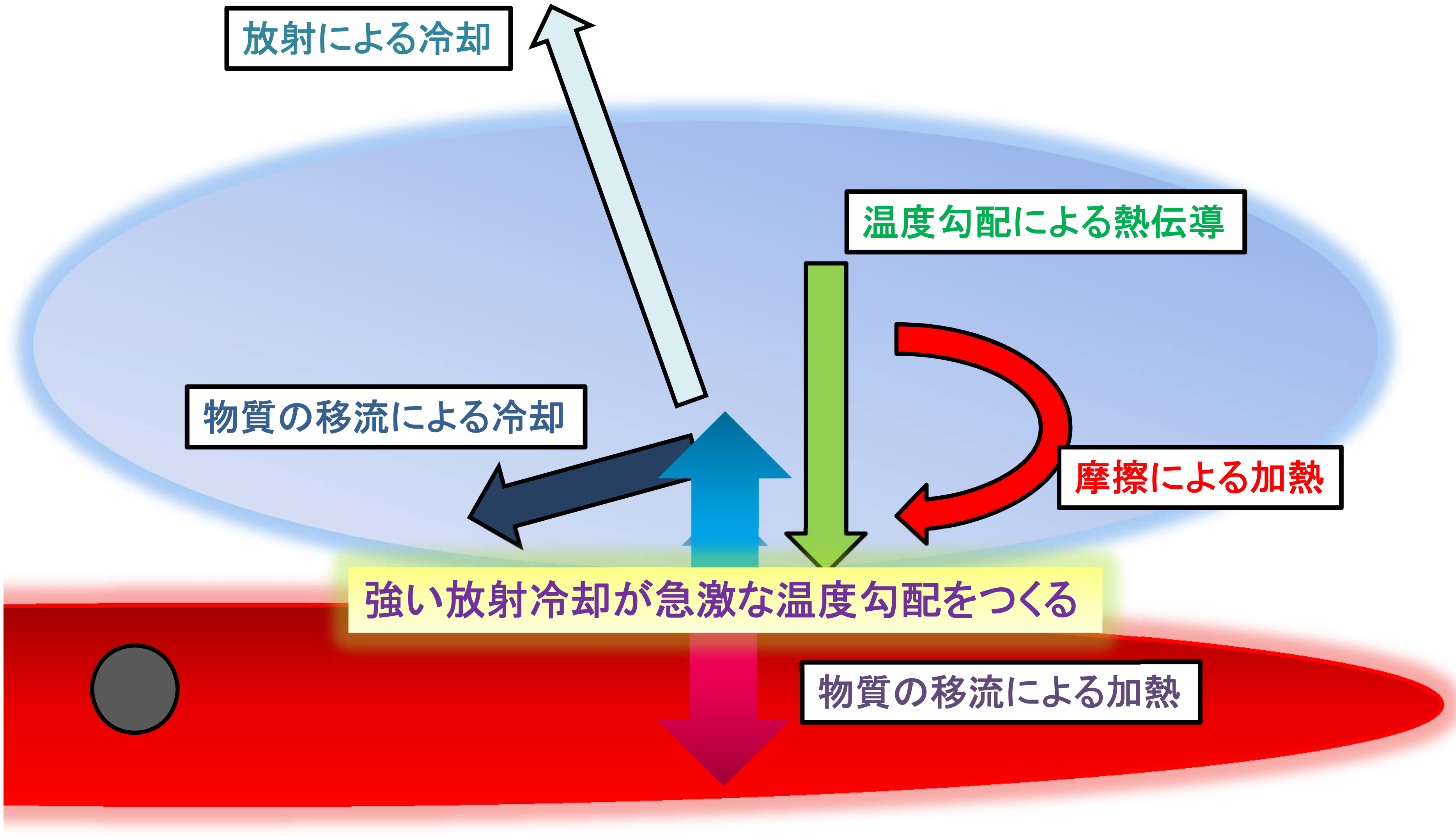
降着ガスの量を変化させながら二つの状態を遷移する

観測を説明するための物理モデル

Meyer et al.（2000）のモデルを使用



コロナの加熱機構



放射による冷却
温度勾配による熱伝導
物質の移流による冷却
摩擦による加熱
強い放射冷却が急激な温度勾配をつくる
物質の移流による加熱

基礎方程式

・円筒座標を使用
(r, φ, z)

・定常状態を仮定 $\frac{\partial}{\partial t} \to 0$

・軸対称を仮定 $\frac{\partial}{\partial \varphi} \to 0$

・流線の曲がりを評価
$(\frac{\partial}{\partial z} \neq \frac{d}{dz})$

・質量保存

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$$

・運動方程式

$$\rho \left[\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} \right] = -\nabla P + \nabla \overleftrightarrow{\boldsymbol{S}} - \rho \nabla \Phi$$

・熱力学第一法則（エネルギー保存則）

$$\rho \left[\cancel{\frac{\partial U}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla)U \right] = -P(\nabla \cdot \vec{v}) + (\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}} \cdot \nabla)\vec{v} + \dot{q}$$

・理想気体の状態方程式

$$P = \frac{R}{\mu} T\rho, \qquad \frac{R}{\mu} T = {V_s}^2, \qquad U = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho}$$

・熱伝導フラックスの定義

$$\overrightarrow{F_c} \equiv -\kappa_o T^{\frac{5}{2}} \nabla T$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}$: 粘性ストレステンソル, Φ: 重力ポテンシャル, U: 内部エネルギー
$\dot{q}$: 加熱率, R: 気体定数, μ: 平均分子量, V_s: 音速, γ: 比熱比, κ_o: 熱伝導フラックス係数

次に、近似した方程式の各項の効果を確認する

計算に使う四本の常微分方程式

・質量保存

$$\frac{d}{dz}(\rho v_z) = \frac{2}{r}\rho v_r - \frac{2z}{r^2+z^2}\ \rho v_z$$

・運動方程式のz成分

$$\rho v_z \frac{dv_z}{dz} = -\frac{dP}{dz} - \rho\frac{GMz}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

・エネルギー保存

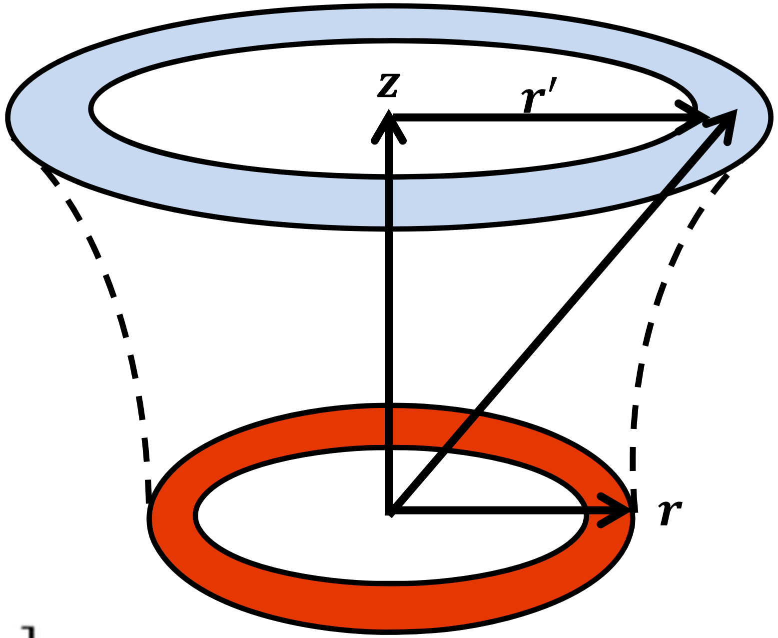
$$\frac{d}{dz}\left[v_z\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right) + \frac{2}{3}\alpha Pr\frac{dv_\varphi}{dz} + F_c\right]$$
$$= \frac{3}{2}\alpha P\Omega + \dot{q}_{rad} + \frac{2}{r}v_r\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right)$$
$$-\frac{2z}{r^2+z^2}\left[v_z\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right) + \frac{2}{3}\alpha Pr\frac{dv_\varphi}{dz} + F_c\right]$$

・熱伝導フラックス

$$F_c = -\kappa_o T^{\frac{5}{2}}\frac{dT}{dz}$$

温度勾配に比例する熱伝導フラックス

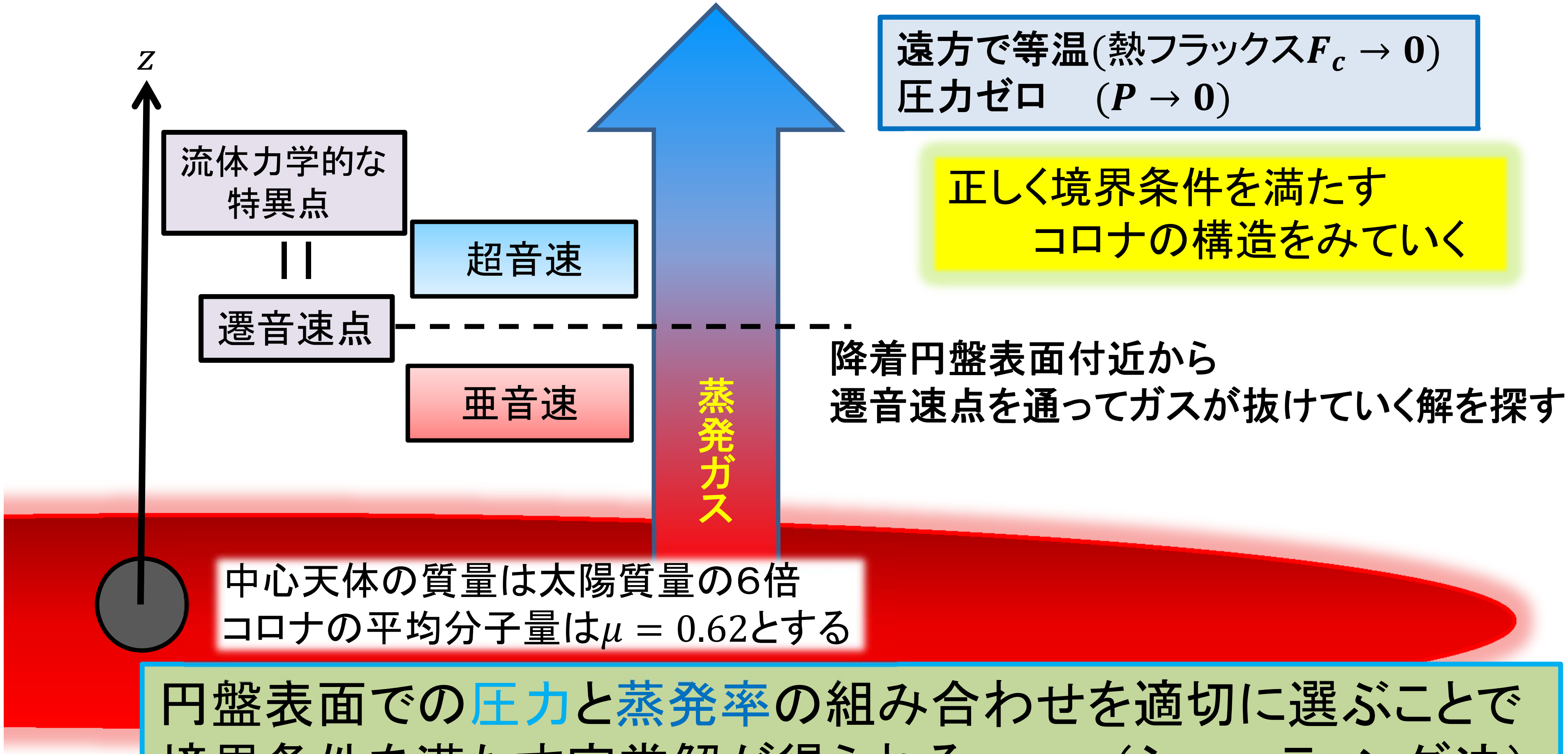
高い位置で流線の曲がりの効果



$$\frac{2z}{r^2+z^2}\rho v_r = \frac{2}{r}\rho(v_r sin\theta)cos\theta$$

連立方程式を数値計算で解く方法

４次のルンゲクッタ法

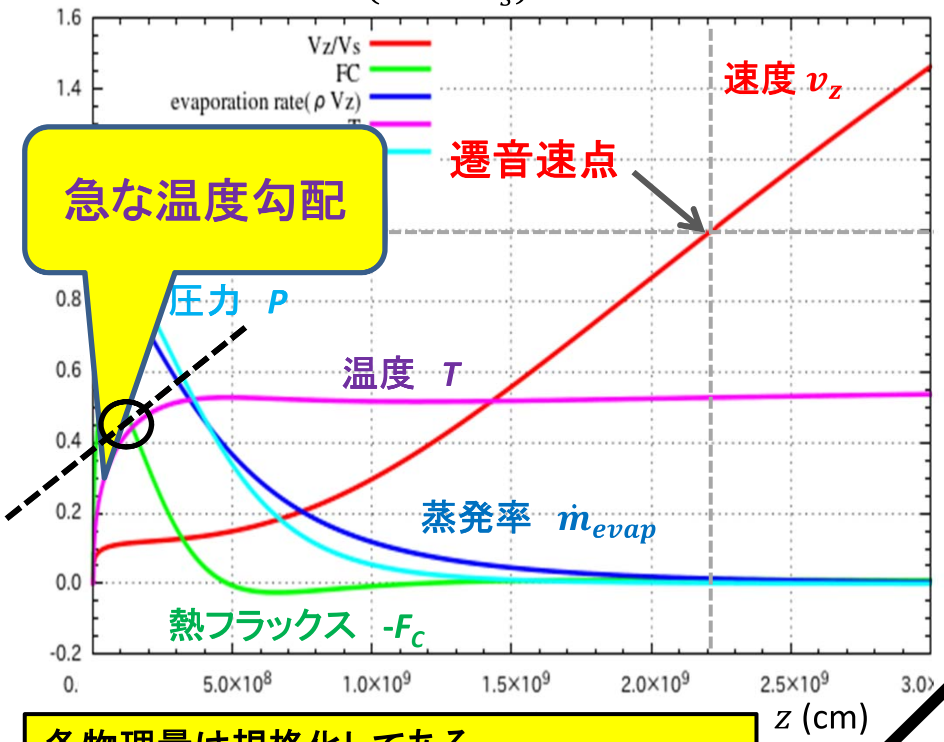


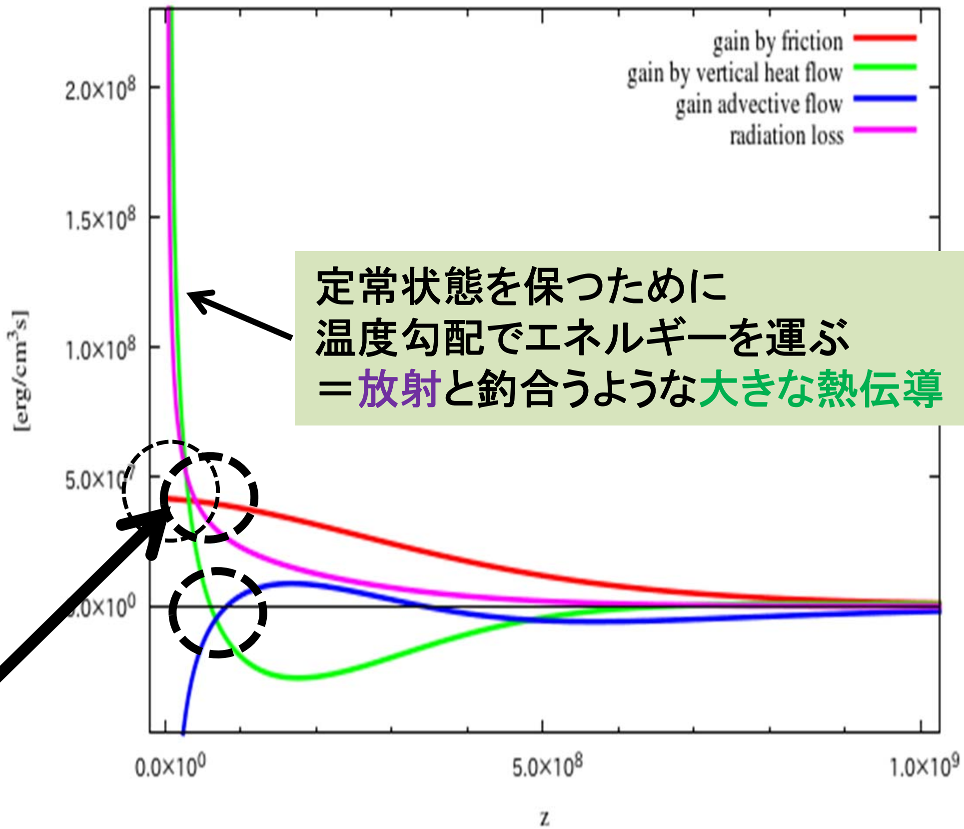
円盤表面での圧力と蒸発率の組み合わせを適切に選ぶことで
境界条件を満たす定常解が得られる　　（シューティング法）

境界条件を満たす解の特徴

エネルギーのバランスはどのように保たれているか

$r = 10^{9.0}\ cm\ \ (= 2.85 r_s)$





定常状態を保つために
温度勾配でエネルギーを運ぶ
＝放射と釣合うような大きな熱伝導

各物理量は規格化してある

温度T	:ビリアル温度T_{vir}の0.2倍
速度v_z	:音速V_s
熱フラックス$-F_c$	:摩擦フラックスの0.5倍
圧力P	:初期値P_o
蒸発率$\dot{m}_{evap}$	:初期値$\dot{m}_{evap_o}$

放射と物質移流によるエネルギー損失を摩擦だけでは補えない

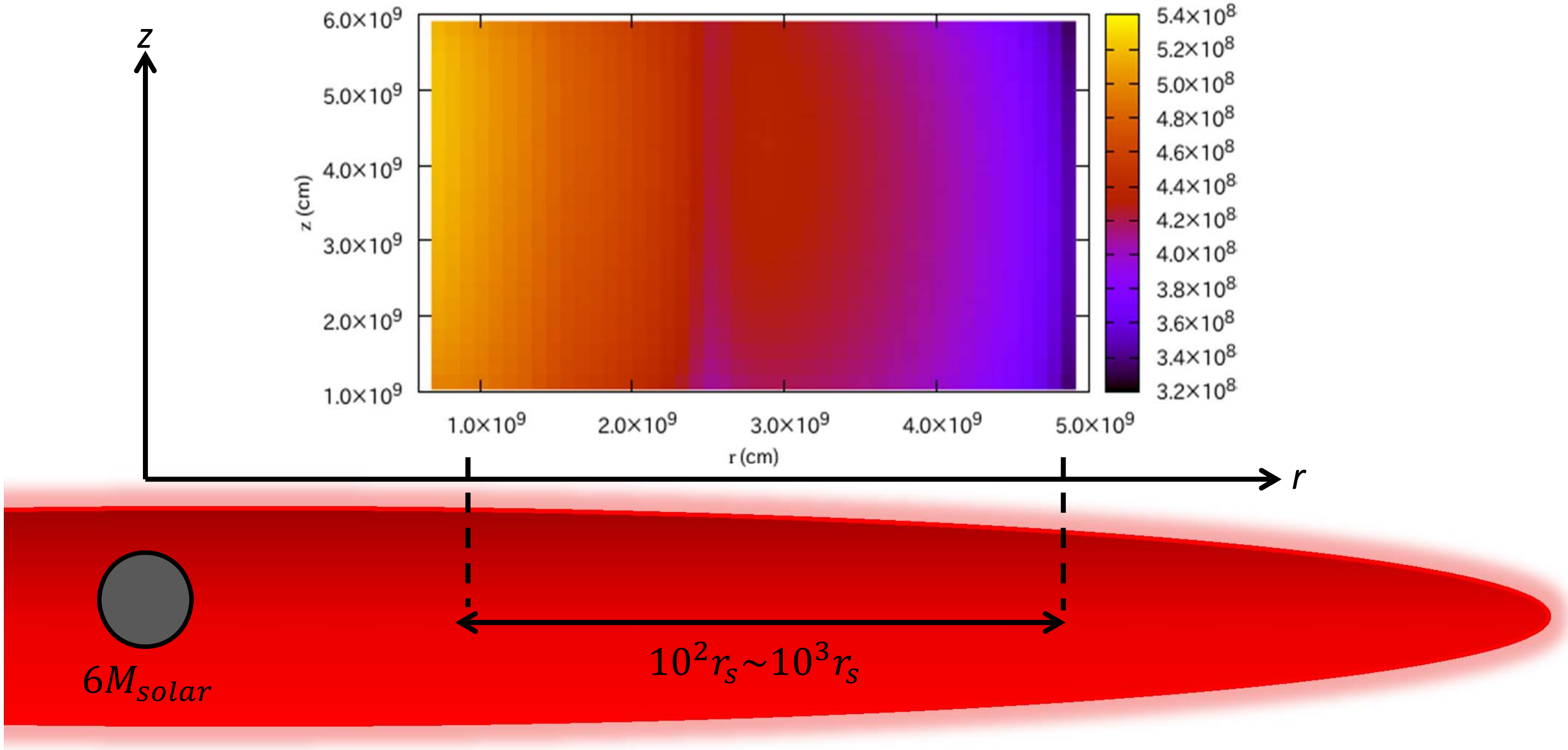
この点はおよそ摩擦による加熱と放射による冷却がつりあう点

※T_{vir}:重力エネルギーが全て熱エネルギーに変わったときの温度(ビリアル温度)

r_s :シュバルツシルト時空での事象の地平面までの距離(シュバルツシルト半径)

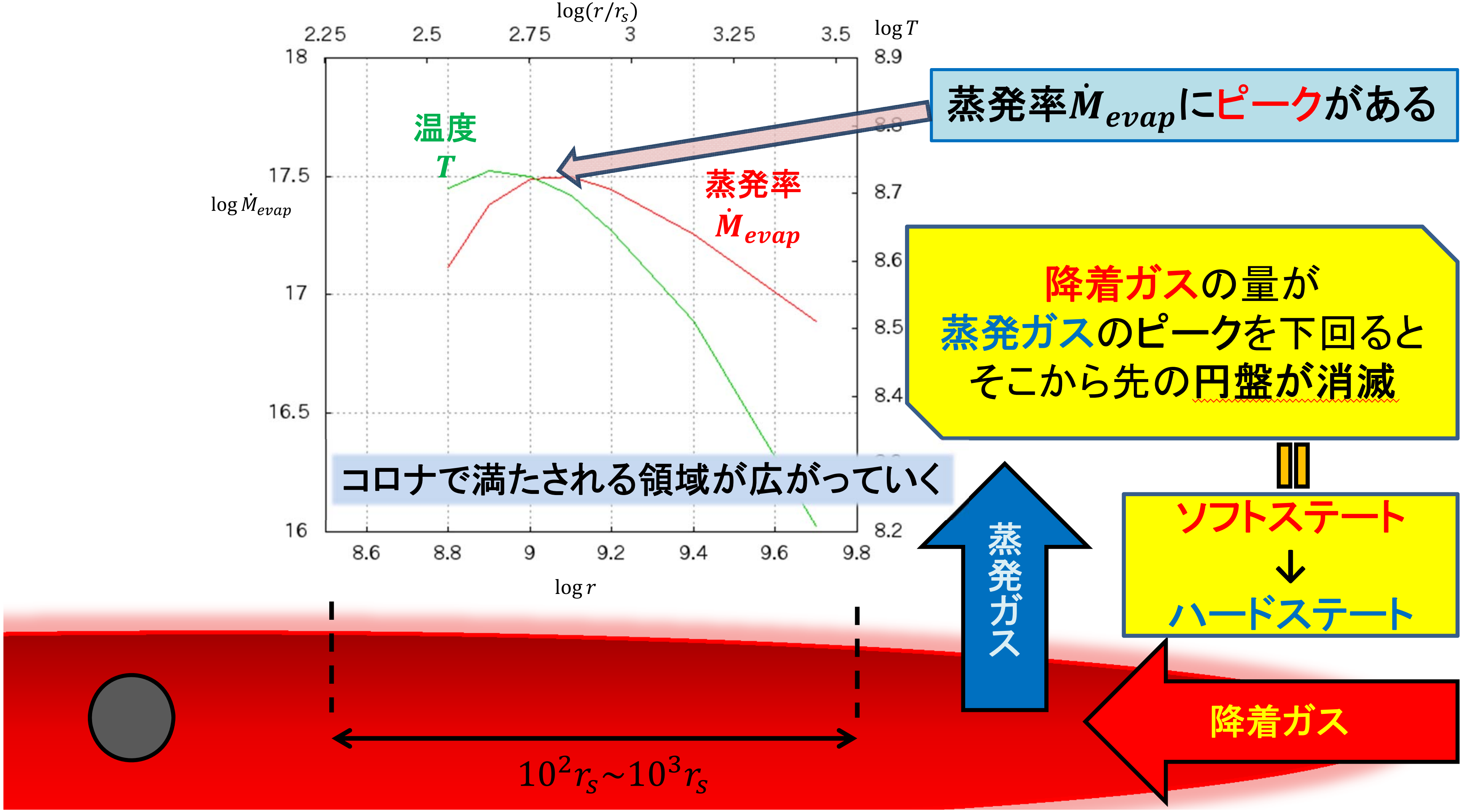
コロナの温度分布

円盤上空の高温コロナ
$T > 10^8 (K)$ ⇨ ハードステートを説明できる温度



※ M_{solar} : 太陽質量

半径rごとの円盤表面での蒸発率



※　　エディントン光度 $\dot{E}_{Edd}$：重力と放射圧がつり合う光度

エディントン質量降着率 $\dot{M}_{Edd}$：解放された降着物質のエネルギーが エディントン光度になるような降着率

（降着物質のエネルギー変換効率は0.1としている）

まとめ

・コロナの温度はハードステートを説明できる温度領域にある
今回の計算では、$\boldsymbol{r = 10^{2.6} \times r_s \sim 10^{3.4} \times r_s}$ において
$\boldsymbol{T = 3 \times 10^8 \sim 5 \times 10^8 (K)}$ となった

・円盤物質のコロナへの蒸発率は半径$\boldsymbol{r}$に対してピークを持つ
今回の計算では、蒸発率とエディントン降着率の比の最大値は $\boldsymbol{\frac{\dot{M}_{evap}}{\dot{M}_{Edd}} \sim 0.04}$ となった

・観測データより、状態遷移のうち
ハードステート→ソフトステートは、$\boldsymbol{\frac{\dot{M}_{accre}}{\dot{M}_{Edd}} \sim 0.1}$
ソフトステート→ハードステートは、$\boldsymbol{\frac{\dot{M}_{accre}}{\dot{M}_{Edd}} \sim 0.01}$ で起こると考えられている

（$\boldsymbol{\dot{M}_{accre}}$: 伴星から円盤へのガスの降着率 ）

（$\boldsymbol{\dot{M}_{evap}}$の最大値は状態がソフトステート→ハードステートに変化するときの降着率に近い値）

<コロナに向かって降着円盤が蒸発するモデル>
円盤へのガス降着率の時間変動によって
光度の時間変動と同時に
放射スペクトルのソフトステート→ハードステートの状態遷移も説明できる可能性がある

今後の展望

・今回使用したコロナの加熱機構のモデル Meyer et al.（2000）は
簡単化されたものではあったが、
それゆえに降着円盤とコロナの理解には最適であった

・ここで理解できた内容を発展させて
状態遷移のシュミレーションを実施していきたい

終わり

Appendix1 粘性加熱の定義

・$\overleftrightarrow{S}$の直交座標での各成分

$$\sigma_{ik} = \mu_\nu [\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}] \frac{\partial v_l}{\partial x_l}$$

$$\mu_\nu = \frac{2}{3}\alpha \frac{P}{\Omega}$$

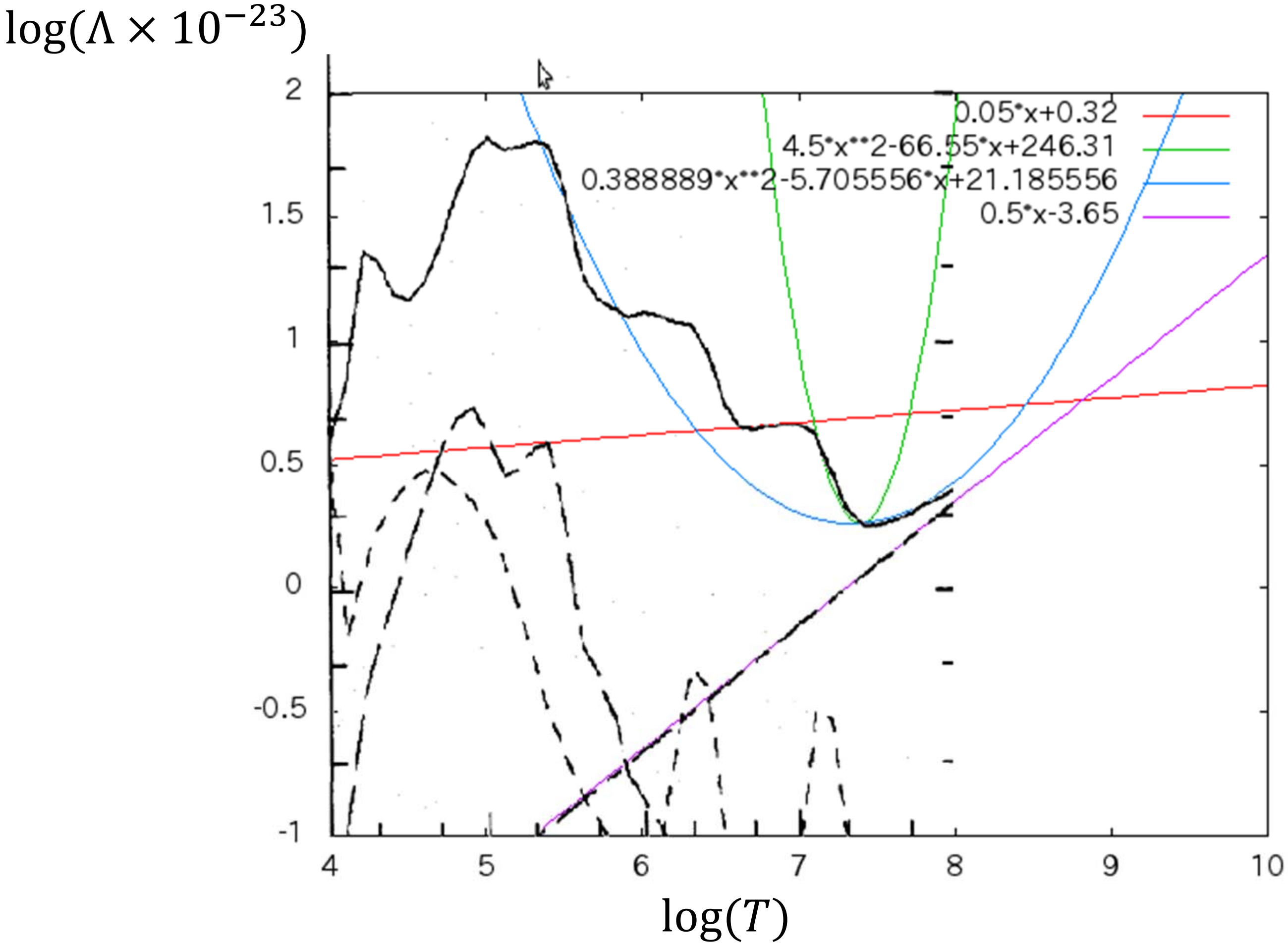
Appendix2　加熱率の定義

$$\dot{q} = \dot{q}_{rad} + \dot{q}_{cond}$$

$$\dot{q}_{rad} = -\Lambda(T) n_e n_H$$

$$\dot{q}_{cond} = -\nabla \cdot \vec{F}$$

Appendix3　放射のクーリング係数



$\dot{q}_{rad} = -\Lambda(T) n_e n_H$　(n_e: 電子数密度　n_H : 水素イオン数密度)

Radiative cooling of a low-density plasma (Raymond et al. 1975)

Appendix4　式変形（ルンゲクッタ法用）

- $\frac{d}{dz}\dot{m}_{evap} = \frac{2}{r}\rho v_r - \frac{2z}{r^2+z^2}\dot{m}_{evap}$
- $\frac{d}{dz}\tilde{P} = -\rho\frac{GMz}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{r}\dot{m}_{evap}v_r - \frac{2z}{r^2+z^2}\dot{m}_{evap}v_z$
- $\frac{d}{dz}\tilde{F} = \frac{3}{2}\alpha P\Omega + \dot{q}_{rad} + \frac{2}{r}v_r\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right) - \frac{2z}{r^2+z^2}\tilde{F}$
- $\frac{d}{dz}T = -{\kappa_o}^{-1}T^{-\frac{5}{2}}F_c$

- $\dot{m}_{evap} \equiv \rho v_z$
- $\tilde{P} \equiv P + \rho {v_z}^2$
- $\tilde{F} \equiv v_z\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right) + \frac{2}{3}\alpha Pr\frac{dv_\varphi}{dz} + F_c$

Appendix5　微分方程式中の関数の定義

$z, \tilde{P}, T, \dot{m}_{evap}, \tilde{F}$の関数として他の物理量を導出

- $P = \frac{1}{2}\{\tilde{P} \pm (\tilde{P}^2 - 4\frac{R}{\mu}\dot{m}_{evap}T)^{\frac{1}{2}}\}$
- $\Phi = -GM(r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$
- $v_\varphi = (GM/r)^{\frac{1}{2}}(1 + \frac{z^2}{r^2})^{-\frac{3}{4}}$
- $\Omega = (GM/r^3)^{\frac{1}{2}}(1 + \frac{z^2}{r^2})^{-\frac{3}{4}}$
- $V_s = (RT/\mu)^{\frac{1}{2}}$
- $v_r = -\alpha {v_s}^2 {v_\varphi}^{-1}$
- $\rho = \mu P/(RT)$
- $v_z = \dot{m}_{evap}\rho^{-1}$
- $F_c = \tilde{F} - v_z\left(\rho\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}P + \rho\Phi\right) + \frac{2}{3}\alpha P r\frac{dv_\varphi}{dz} + F_c$

Appendix6 平均分子量と粒子密度

平均分子量の値として$\mu = 0.62$を使用
平均分子量の定義は

・$\dfrac{1}{\mu} = \sum_i \dfrac{X_i}{A_i} + \sum_i \dfrac{X_i}{A_i} Z_i = \dfrac{1}{\mu_I} + \dfrac{1}{\mu_e}$ (X_i: 組成比, A_i: 質量数, Z_i: 原子番号)

$X + Y = 1$とすると, $X = 0.69, Y = 0.31$を得る
（それぞれ水素、ヘリウムの存在比）

また、

・$\dfrac{1}{\mu_H} = \dfrac{X}{1},\ \dfrac{1}{\mu_e} = \dfrac{X}{1} + \dfrac{(1-X)\times 2}{4} = \dfrac{1}{2}X + \dfrac{1}{2}$

・$n_H = \dfrac{\rho}{\mu_H m_u},\ \ n_H = \dfrac{\rho}{\mu_H m_u}$

である

Appendix7 エネルギーの評価

・エネルギー保存

$$\frac{d}{dz}\left[v_z\left(\rho\frac{v^2}{2}+\frac{\gamma}{\gamma-1}P+\rho\Phi\right)+\frac{2}{3}\alpha Pr\frac{dv_\varphi}{dz}+F_c\right]$$

$$=\frac{3}{2}\alpha P\Omega+\dot{q}_{rad}+\frac{2}{r}v_r\left(\rho\frac{v^2}{2}+\frac{\gamma}{\gamma-1}P+\rho\Phi\right)$$

$$-\frac{2z}{r^2+z^2}\left[v_z\left(\rho\frac{v^2}{2}+\frac{\gamma}{\gamma-1}P+\rho\Phi\right)+\frac{2}{3}\alpha Pr\frac{dv_\varphi}{dz}+F_c\right]$$

残りを移流の効果として扱う

摩擦

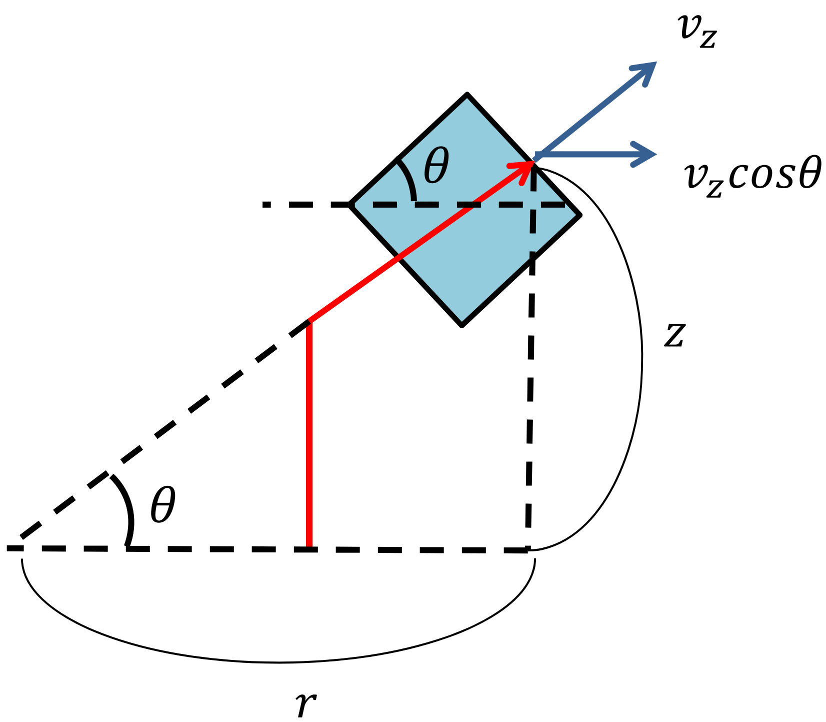
放射

熱伝導

$$\frac{2}{3}\alpha Pr\frac{d\varphi}{dz}=\frac{2}{3}v_r\rho v_\varphi r\left(-\frac{3}{4}\cdot\frac{2z}{r^2}\right)v_\varphi\left(1+\frac{z^2}{r^2}\right)^{-1}$$

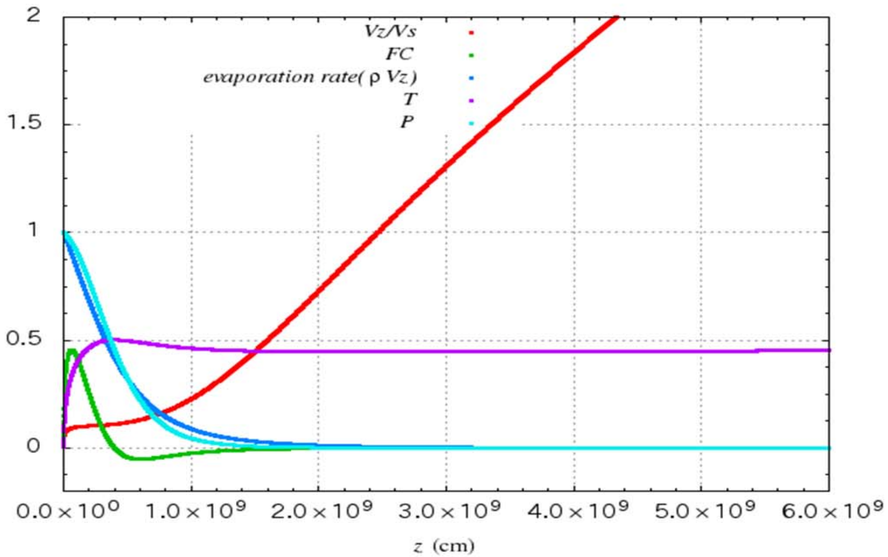
$$=\frac{1}{2}v_r\rho {v_\varphi}^2\cdot\frac{z}{r}\left(1+\frac{z^2}{r^2}\right)^{-1}=v_r cos\theta\left(\frac{1}{2}\rho {v_\varphi}^2\right)\sin\theta$$

Appendix8 流線の曲がり

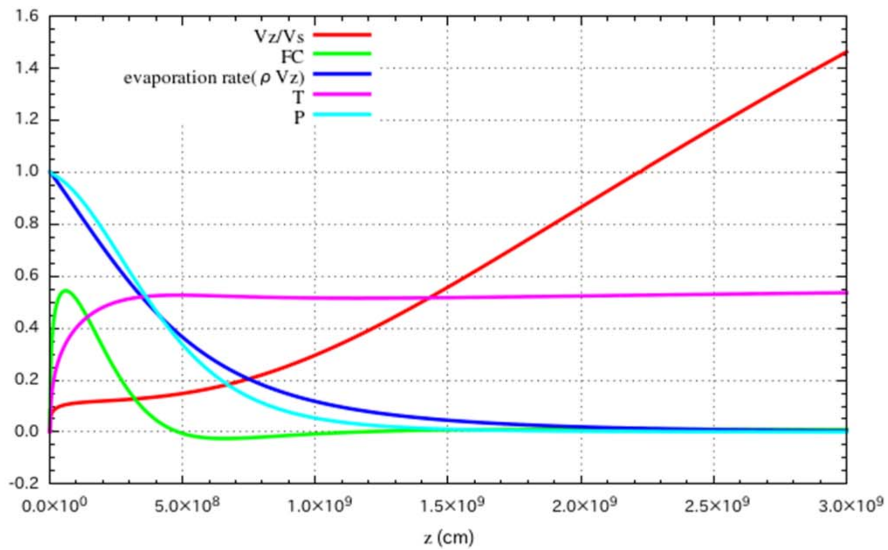


$$\frac{2z}{r^2+z^2}\rho v_z = \frac{2}{r}\rho(v_z cos\theta)sin\theta$$

Appendix9 放射係数の違い



改善前



改善後