主系列星の内部構造と進化過程

宇宙物理学研究室

⇉ aplab security measures

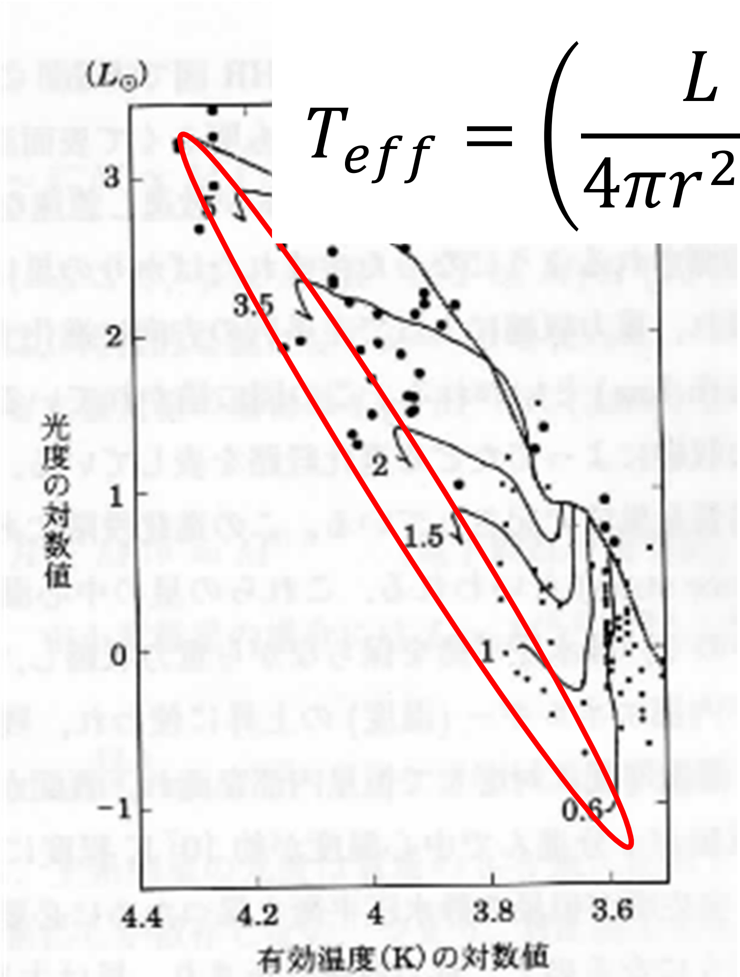
庄司圭佑

発表の流れ

- 用語（HR図、主系列星、前主系列星）の説明
- 恒星モデル、方程式の説明
- 計算方法：Henyey法の説明
- 結果：主系列星の内部構造、進化の様子など
- まとめ

HR図とは
縦軸に絶対光度（放出するエネルギーの総和）、横軸にスペクトル型（有効温度、色）をとった恒星の分布図

$$T_{eff} = \left(\frac{L}{4\pi r^2 \sigma_B}\right)^{1/4}$$



Palla&Stahler　（野本健一）

系列星とは

半径等にあまり変化がなく安定している

- 核反応のエネルギーで光っている

前主系列星とは

- 半径が収縮している
- 収縮することによる重力エネルギーの解放によって光っている

前提条件

- 主系列星は球対称であるとする

$$(r, \theta, \varphi, t) \rightarrow (r, t)$$

- rの中に含まれる質量をM_rとし、変数を$r \rightarrow M_r$とする

$$(r, t) \rightarrow (M_r, t)$$

- 熱伝導（エネルギー輸送）は輻射だけによるとする

- 組成は重量比で水素0.73、ヘリウム0.25、その他の重元素0.02とし、恒星内部で一様とする

◆流体力学方程式

➢ 1.連続の式

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \Rightarrow \frac{dr}{dM_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}$$

➢ 2.圧力と重力のつり合いの式(静水圧平衡の式)

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\rho \Rightarrow \frac{dp}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4}$$

•状態方程式

$$p = \underbrace{\frac{k_B}{\mu m_p}\rho T}_{\text{理想気体項}} + \underbrace{\frac{4\sigma_B}{3c}T^4}_{\text{輻射項}}$$

k_B:ボルツマン定数

μ:平均分子量

m_p:陽子の質量

σ_B:シュテファン･ボルツマン定数

◆輻射による熱伝導とエネルギーの保存の式

➢ 3.輻射による熱伝導（エネルギー輸送）の式

$$L_r = -4\pi r^2 \frac{16\sigma_B T^3}{3\kappa\rho}\frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dT}{dM_r} = -\frac{3\kappa}{16\sigma_B T^3}\frac{L_r}{16\pi^2 r^4}$$

➢ 4.エネルギー保存の式

$$\boxed{\frac{dL_r}{dM_r} = \varepsilon_n} \cancel{-\varepsilon_\nu} - \underbrace{T\frac{dS}{dt}}_{\text{ガスの熱の吸収、放出を表す}}$$

(M_r, t)を決めると r, L_r, ρ, Tが決まる

•エントロピーの式

$$S = \underbrace{\frac{k_B}{\mu m_p}\left(\frac{3}{2}\ln T - \ln\rho\right)}_{\text{理想気体項}} + \underbrace{\frac{16\sigma_B T^3}{3c\rho}}_{\text{輻射項}}$$

•不透明度、核反応率

$$\kappa = \kappa(\rho, T) \quad 、 \quad \varepsilon_n = \varepsilon_n(\rho, T)$$

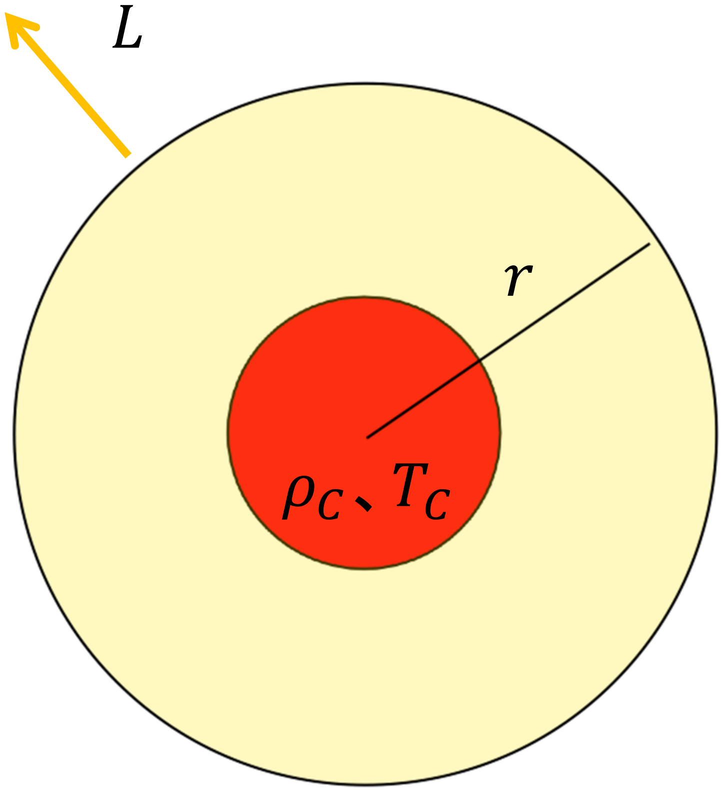
モデル1（主系列星）

- 核反応が起こっている中心部分とそれ以外の層に分ける

- 中心部分の温度T_C、密度ρ_Cと表面の半径r、光度Lを求める

- エネルギー保存の式は

$$\frac{dL_r}{dM_r} = \varepsilon_n$$



モデル2（Henyey法）

- 2N層に分けて対応する質量を割り当てる

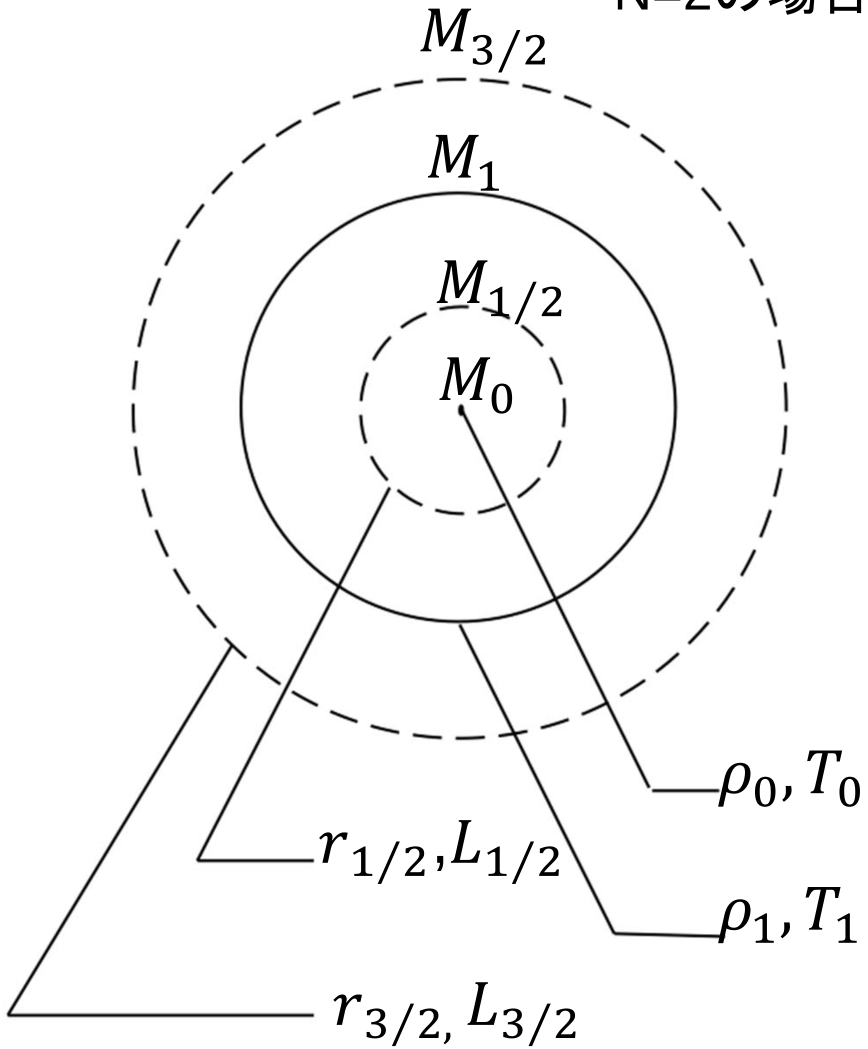
- 実数の層でT, ρを評価
  破線の層でr, Lを評価

- 境界条件
  表面で$T = 0, \rho = 0$
  中心で$r = 0, L = 0$

- エネルギー保存の式は

$$\frac{dL_r}{dM_r} = \varepsilon_n - T\frac{dS}{dt}$$

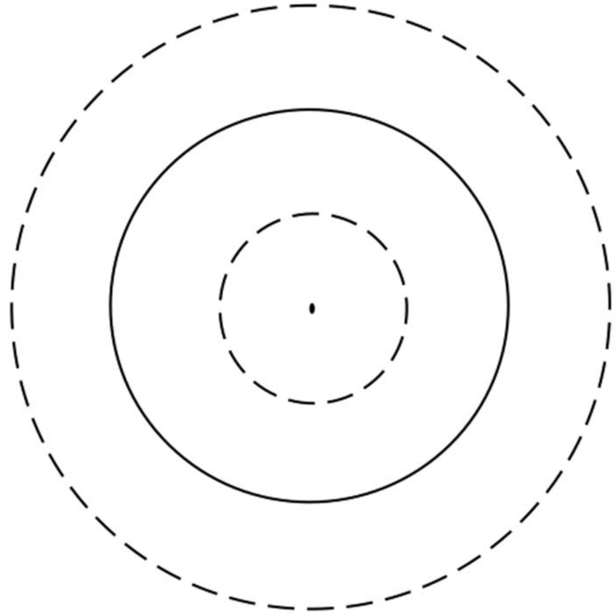
N=2の場合



◆Henyey法の説明（1）

•2点境界値問題に適用（中心と表面）

•微分方程式を差分方程式に書き換える



例：N=2（4層）の場合

$$\frac{dr}{dM_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \Rightarrow \frac{d(r^3)}{dM_r} = \frac{3}{4\pi\rho}$$

$$\begin{cases} \dfrac{r_{3/2}{}^3 - r_{1/2}{}^3}{M_{3/2} - M_{1/2}} = \dfrac{3}{4\pi\rho_1} \Rightarrow f_1 \equiv \dfrac{r_{3/2}{}^3 - r_{1/2}{}^3}{M_{3/2} - M_{1/2}} - \dfrac{3}{4\pi\rho_1} = 0 \\ \dfrac{r_{1/2}}{M_{1/2} - M_0} = \dfrac{3}{4\pi\rho_0} \Rightarrow f_2 \equiv \dfrac{r_{1/2}}{M_{1/2} - M_0} - \dfrac{3}{4\pi\rho_0} = 0 \end{cases}$$

$$f_i(y_1, \cdots, y_8) = 0 \quad (i = 1, \cdots, 8)$$

◆Henyey法の説明(2)

- ニュートン法を多変数で行う
- 真の値からのズレを扱う

$$y_1 = \bar{y}_1 + \delta y_1, \cdots, y_8 = \bar{y}_8 + \delta y_8$$

- 1次まででテイラー展開

$$f_i(\bar{y}_1 + \delta y_1, \cdots, \bar{y}_8 + \delta y_8) = f_i(\bar{y}_1, \cdots, \bar{y}_8) + \sum_{j=1}^{8} \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \delta y_i = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{8} \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \delta y_i = -f_i(\bar{y}_1, \cdots, \bar{y}_8) \quad \left(i = 1, \cdots, 8\right)$$

◆Henyey法の説明（3）

•行列としてまとめる

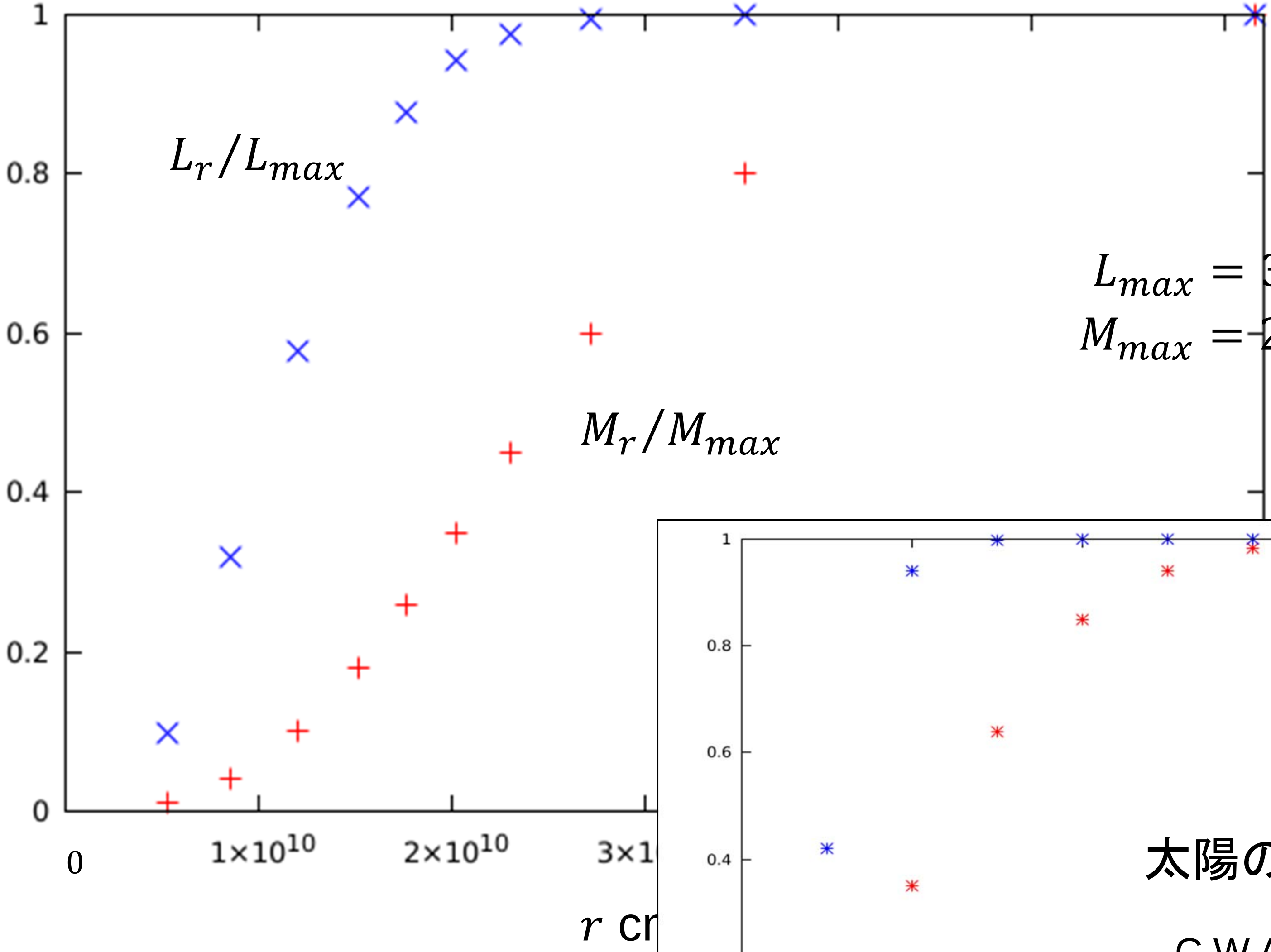
$$
\begin{pmatrix}
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
 & & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\
 & & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\
 & & & & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\
 & & & & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \delta y_1 \\ \\ \\ \vdots \\ \vdots \\ \\ \\ \delta y_8 \end{pmatrix}
= -
\begin{pmatrix} f_1 \\ \\ \\ \vdots \\ \vdots \\ \\ \\ f_2 \end{pmatrix}
$$

• $\delta y_1, \cdots, \delta y_8$ を求めて補正

•反復すれば真の値を得られる

主系列星の内部構造（質量M_r、光度L_r）

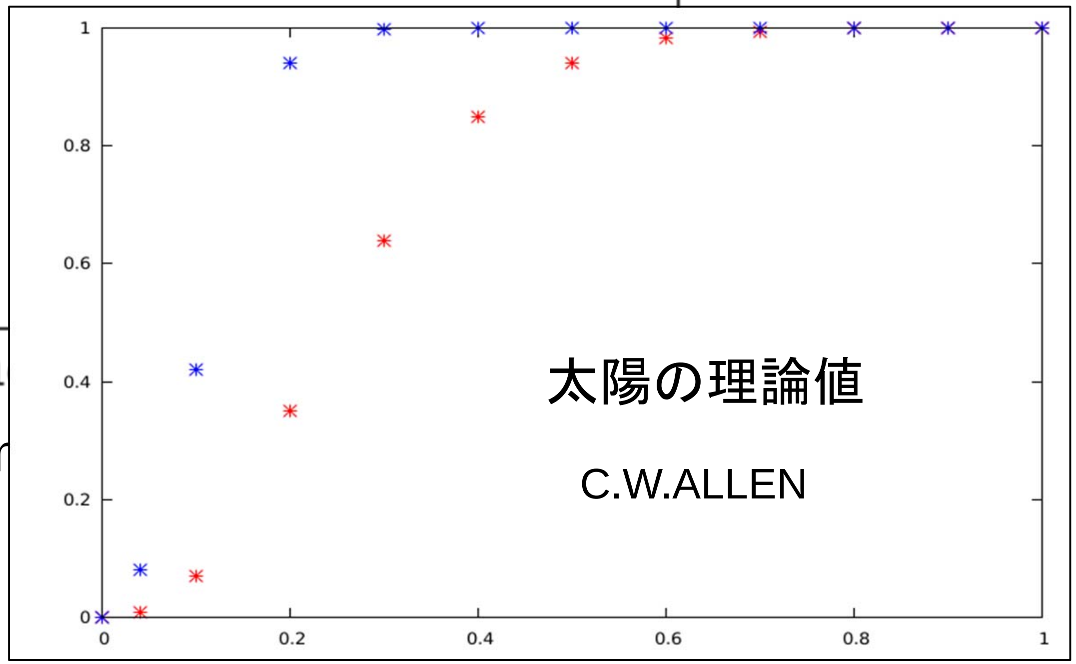
$M = 1M_{Solar}$



$L_{max} = 3.6 \times 10^{32}$[erg/s]

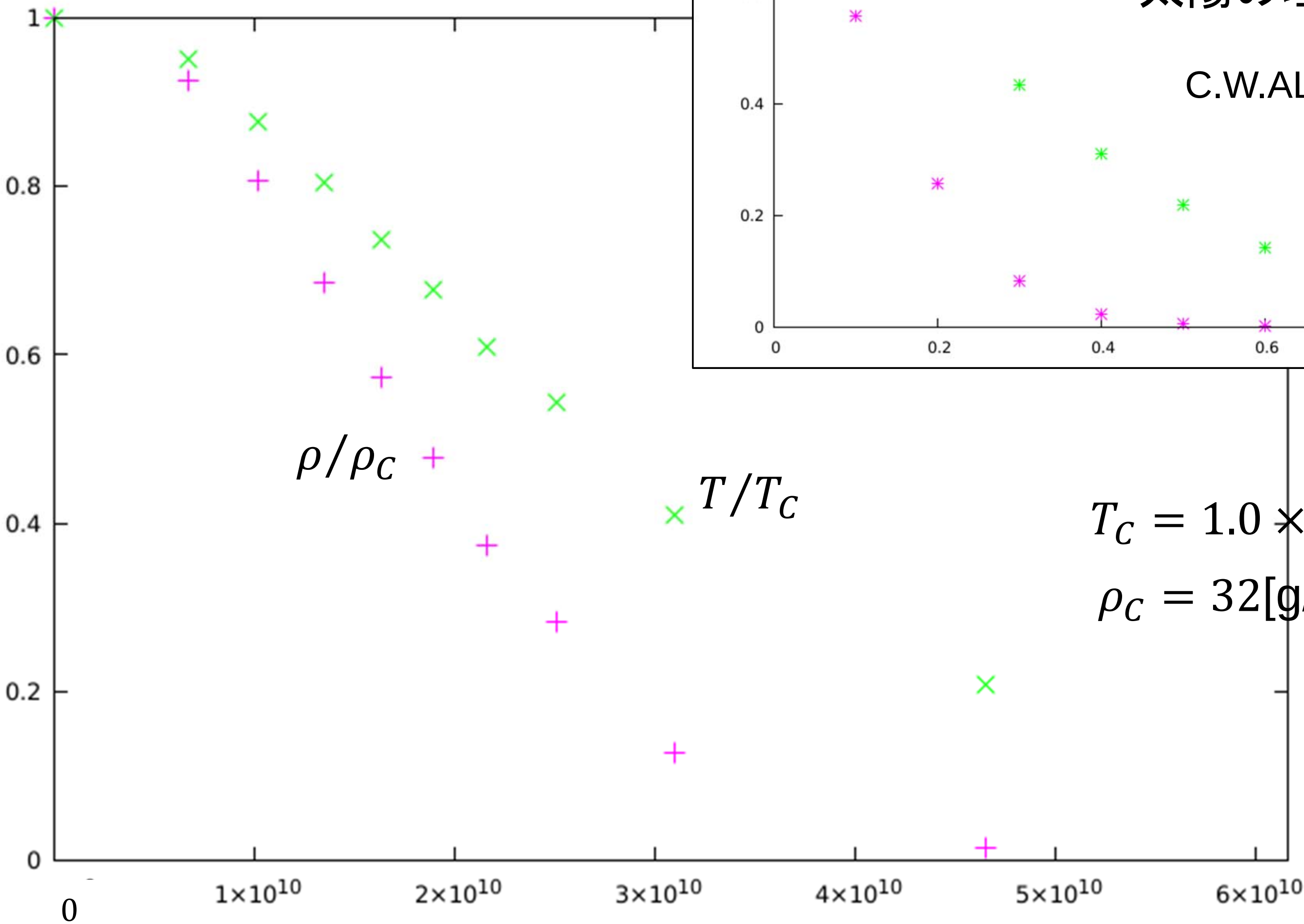
$M_{max} = 2 \times 10^{33}$[g]

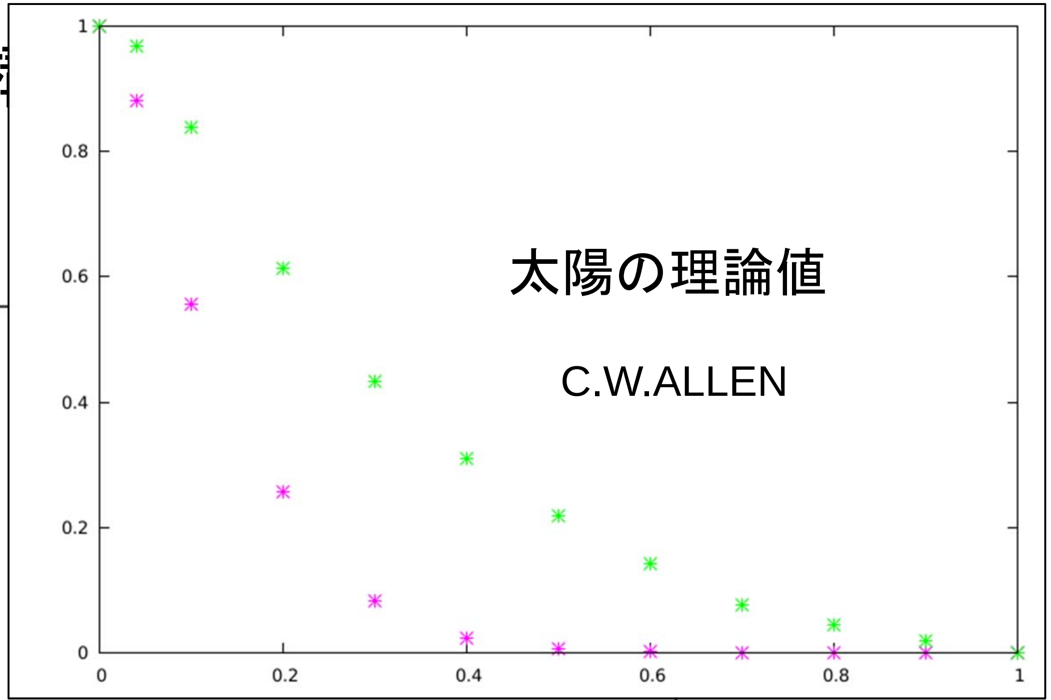
$r_{max} = 6.2 \times 10^{10}$[cm]



主系列星の内部

$M = 1M_{Solar}$



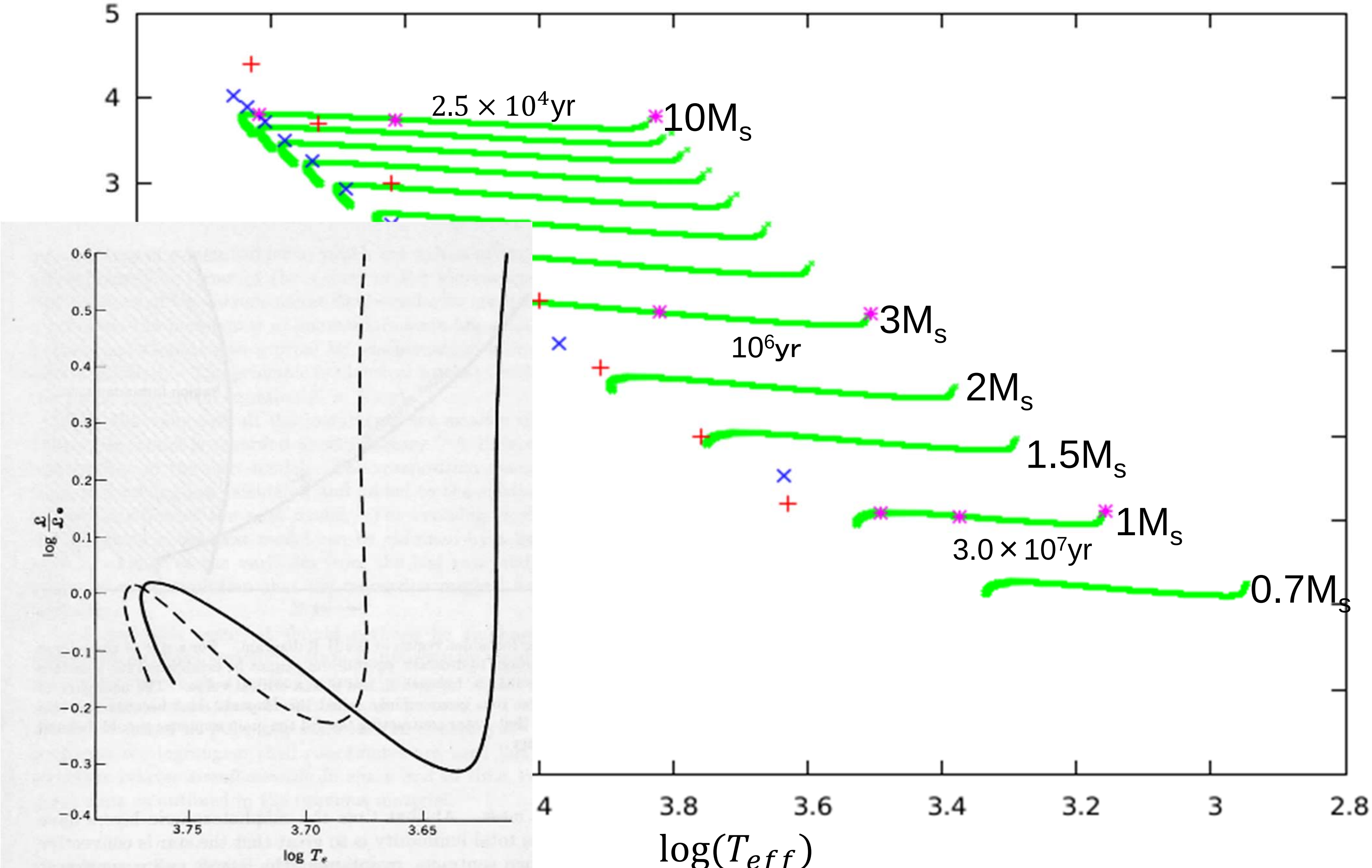


$T_C = 1.0 \times 10^7$[K]

$\rho_C = 32$[g/cm^3]

$r_{max} = 6.2 \times 10^{10}$[cm]

HR図上の進化の様子

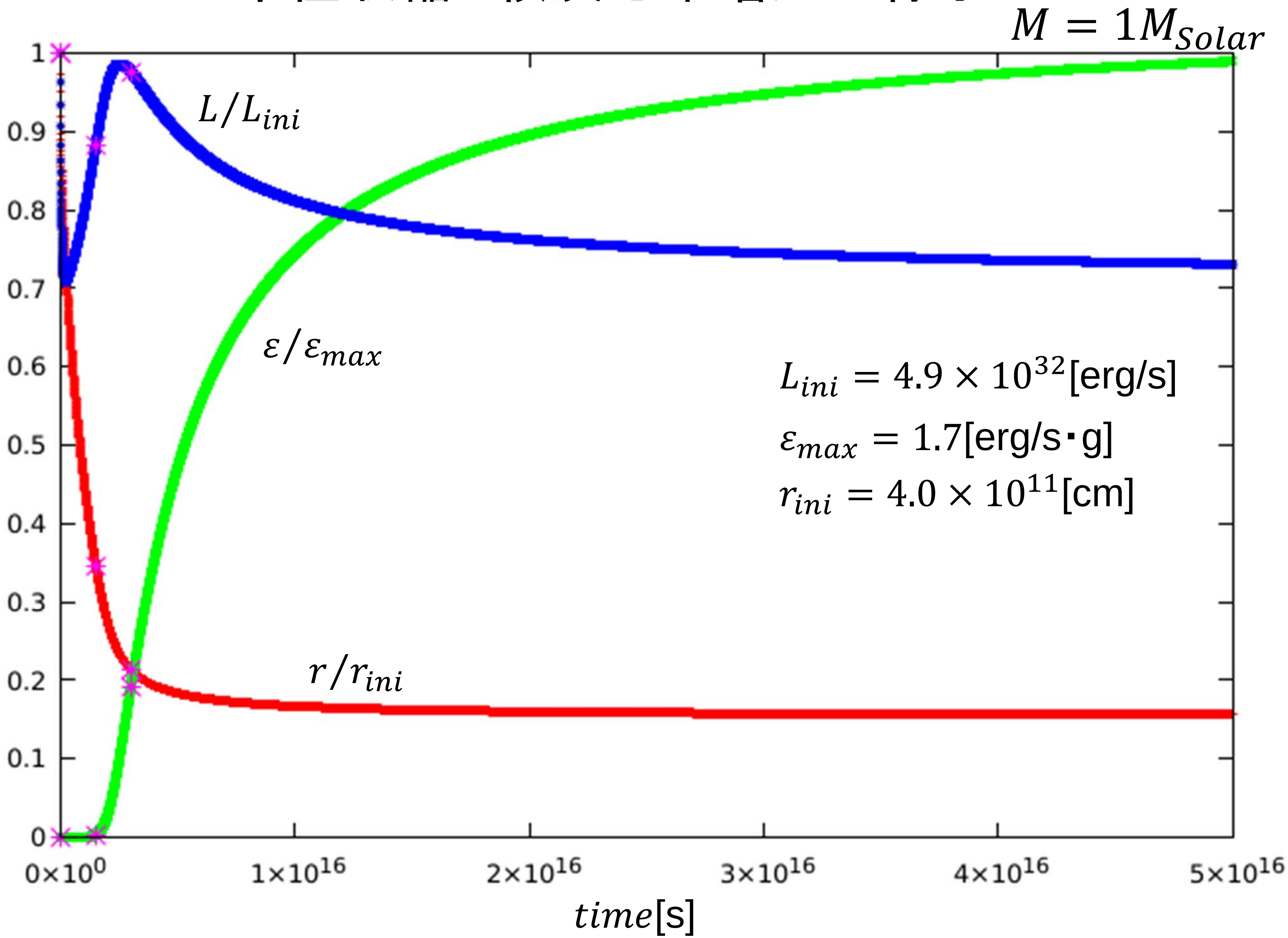


Donald D.Clayton

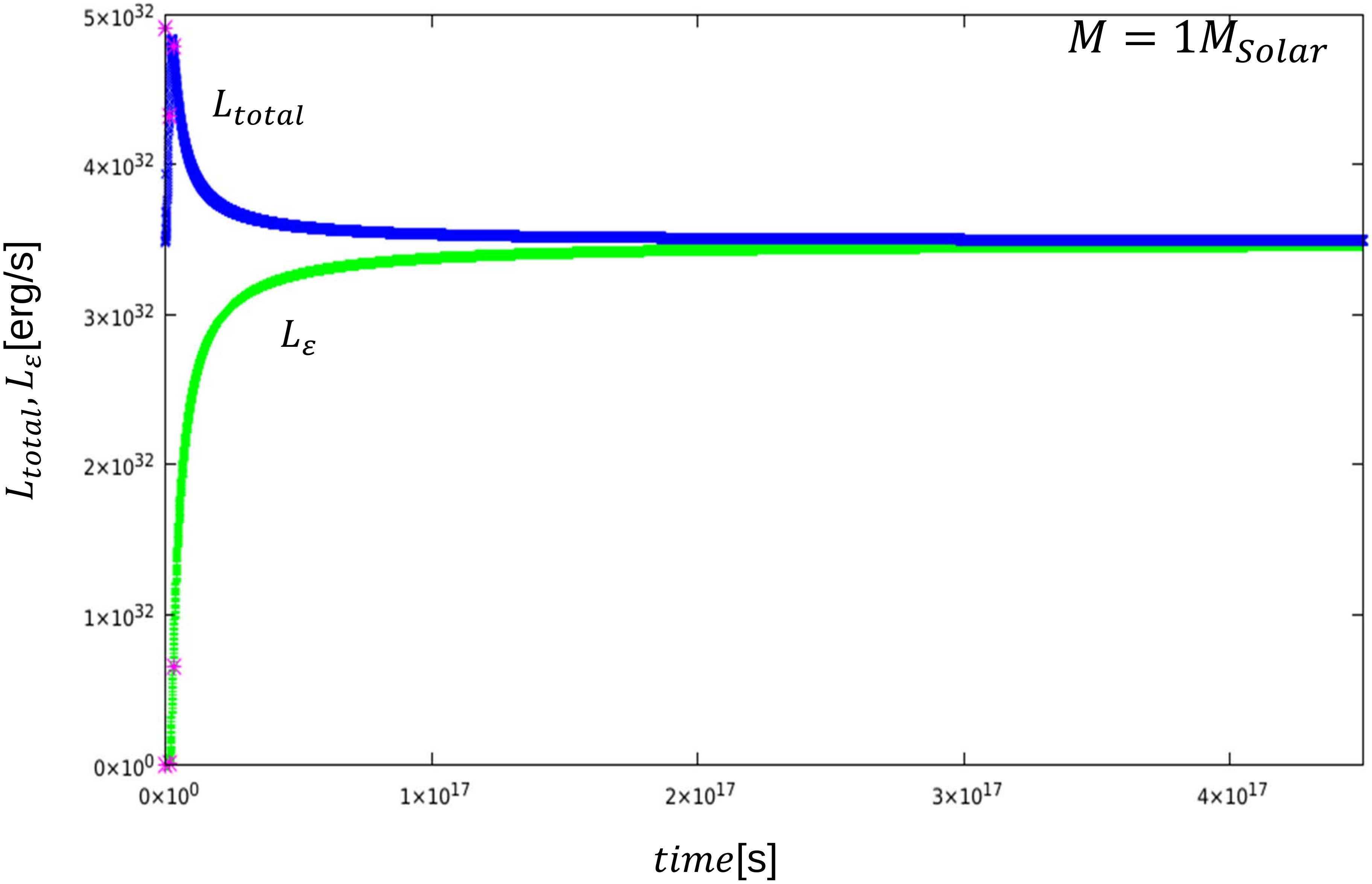
×：計算値 （モデル1　主系列星）

+：理論値　C.W.ALLEN「Astrophysical Quantities Third Edition」

半径収縮と核反応率増加の様子



全光度に対する核反応による光度の比較



まとめ

•主系列星の内部構造を再現

•前主系列星から主系列星への進化を再現
→核反応が始まると全体の光度は下がる

•質量が大きくなるほど理論値よりズレが大きくなる
→対流が起こっている可能性