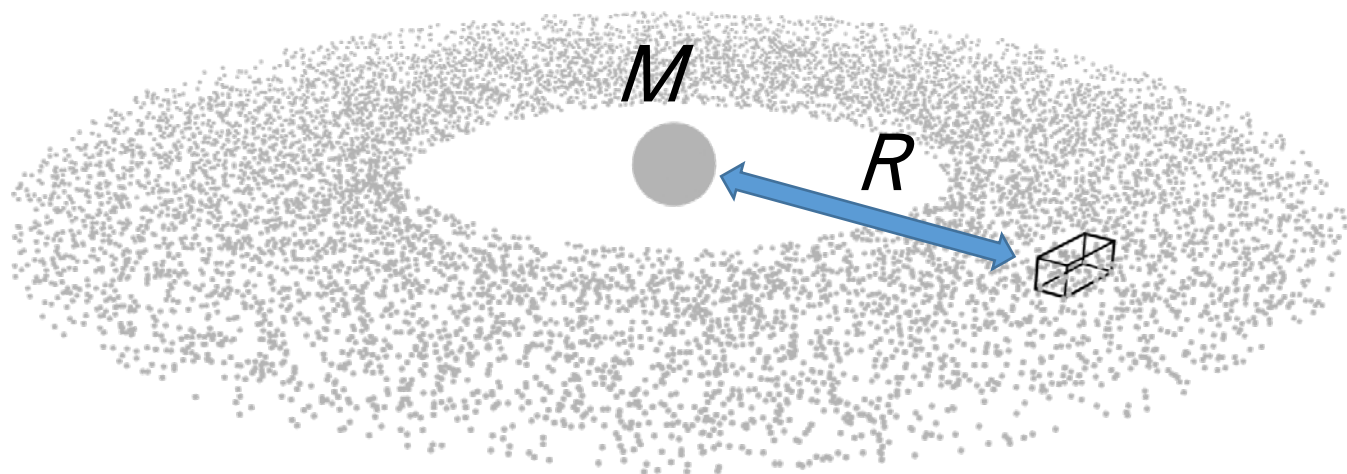


シアリングボックスを用いた 降着円盤の高解像度MHD シミュレーション

2018/2/22

宇宙物理学研究室 冨吉 拓馬

降着円盤



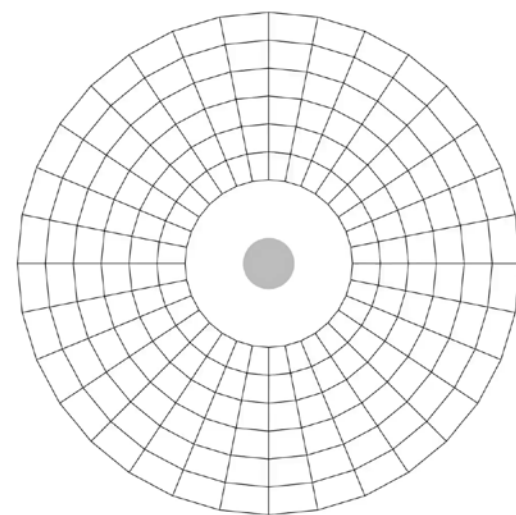
中心天体に降ってきたガスが
回転しながら円盤を形成する。
これを**降着円盤**という。

質量Mの中心天体から動径距離 R 離れた場所での
重力と遠心力の釣り合い

$$\frac{GM}{R^2} = R\Omega^2$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

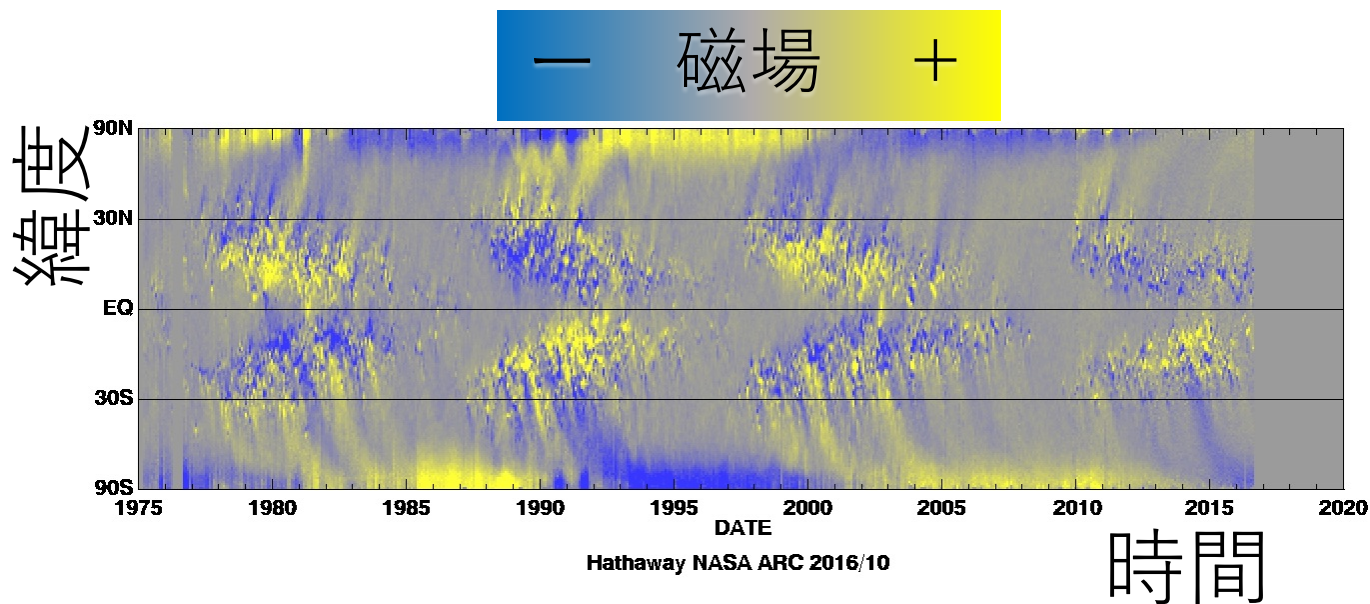
→中心から離れるほどゆっくり回転する



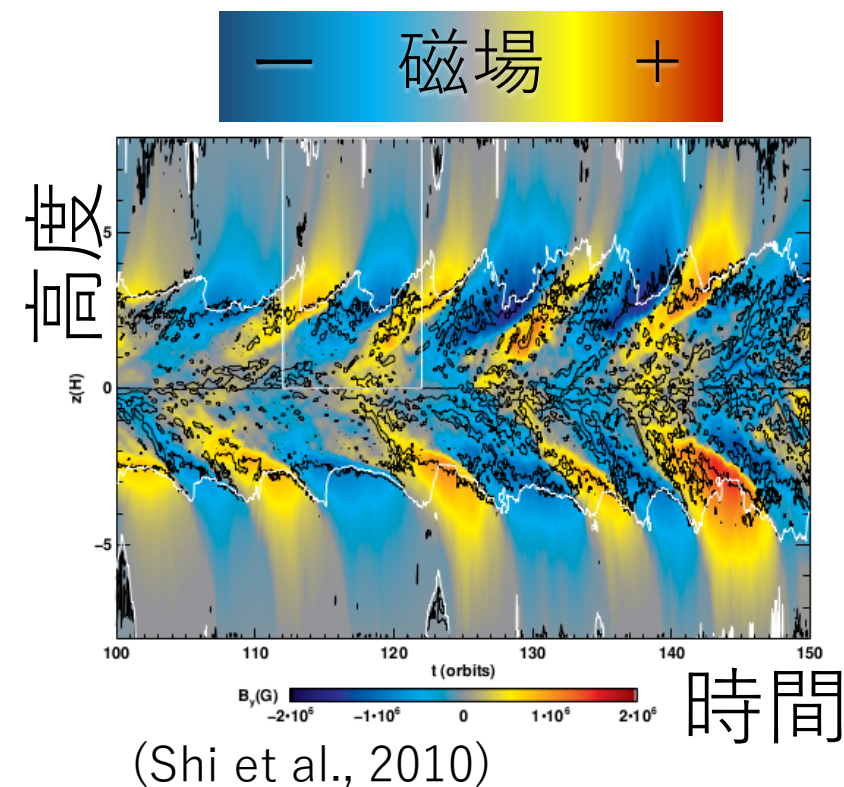
目的

- 空間5次精度の計算コードを開発し、降着円盤内で成長する磁気乱流及び磁気ダイナモの発展を明らかにする

太陽



降着円盤



(<https://solarscience.msfc.nasa.gov/images/magbfly.jpg>より)



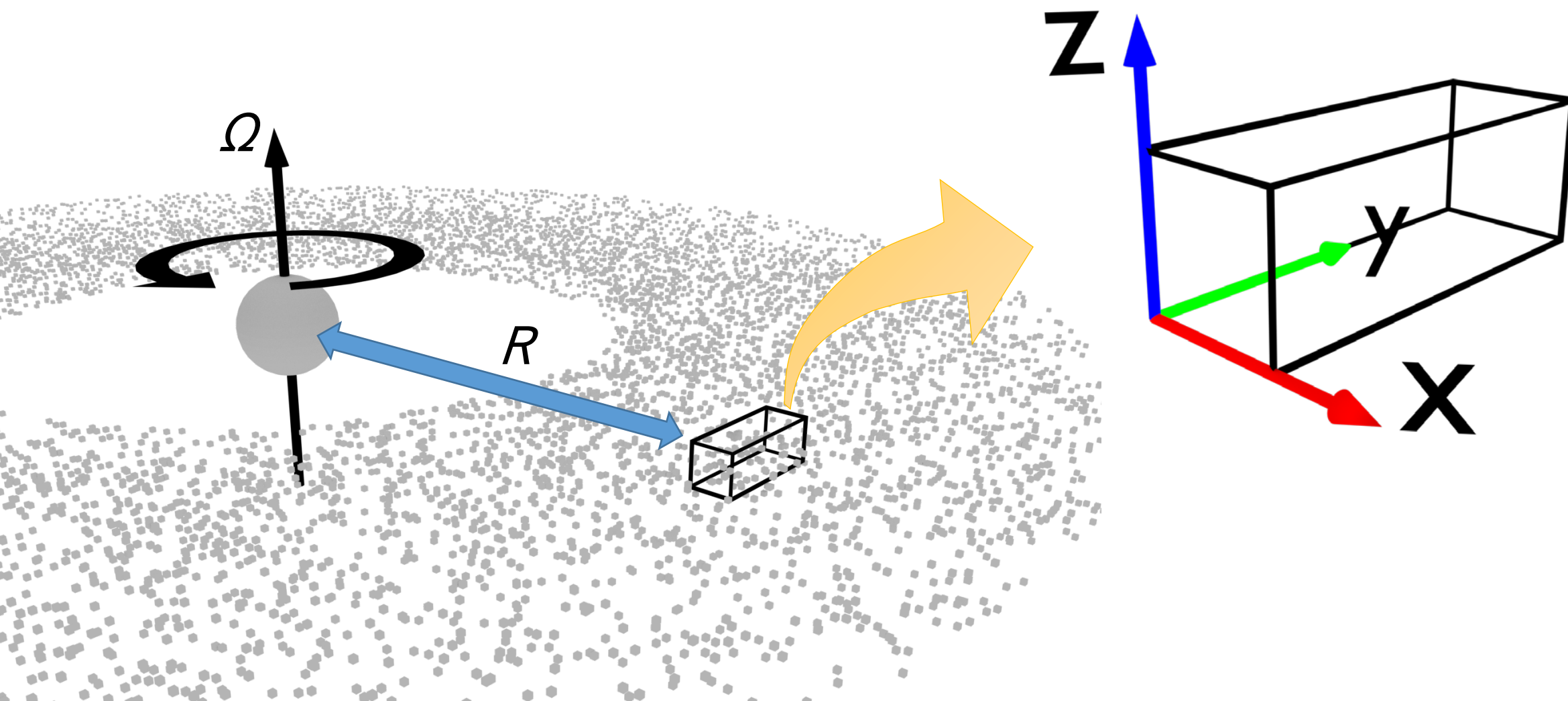
研究手法

- 計算はCANS+を利用する

CANS+ : 磁気流体の方程式を空間5次精度で計算できるコード
このコードを課題にあわせて部分的に書き換える

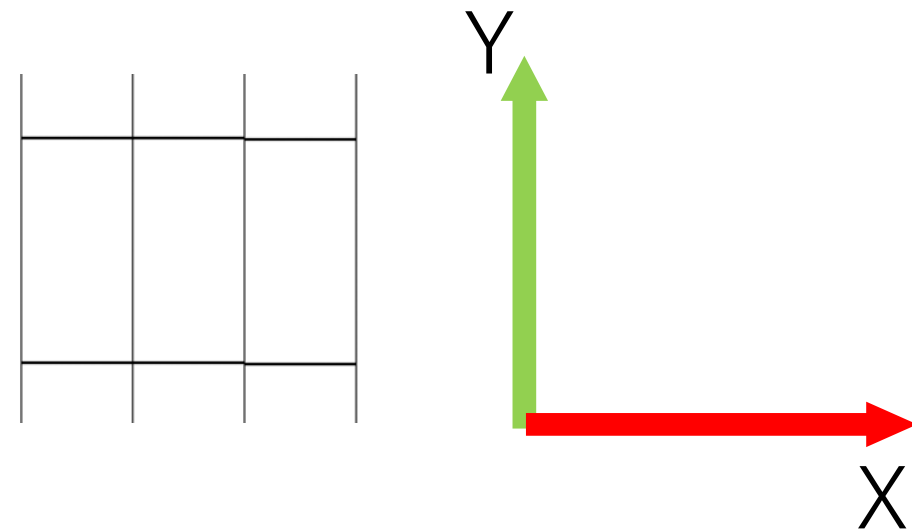
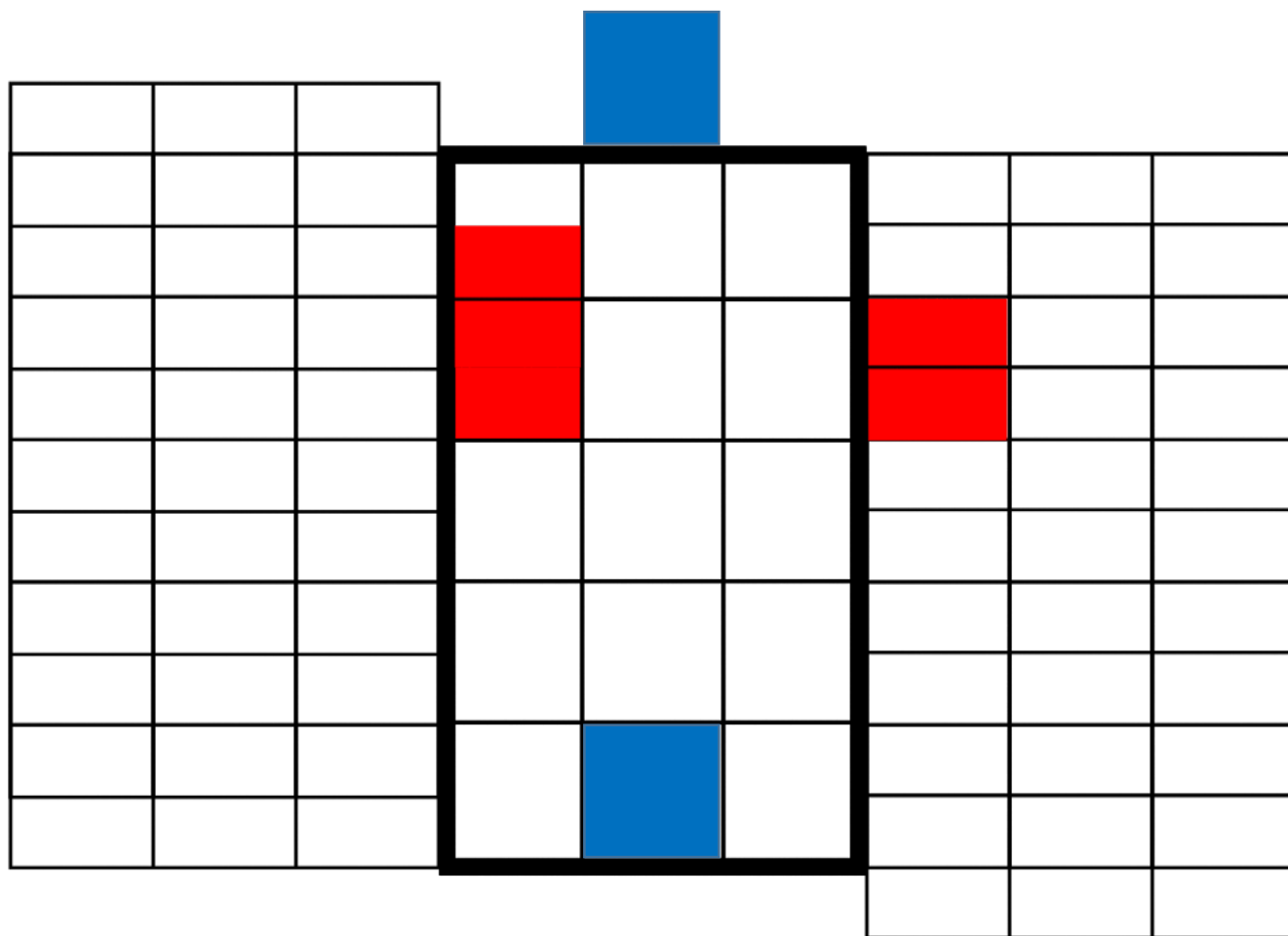
- 回転座標系における基礎方程式への修正と高次精度
シアリングボックス境界条件の実装を行う
- 局所降着円盤モデルのテスト問題を解き、実装の妥当性を調べる

座標の設定



シアリングボックス

- 周期境界とシアリング境界

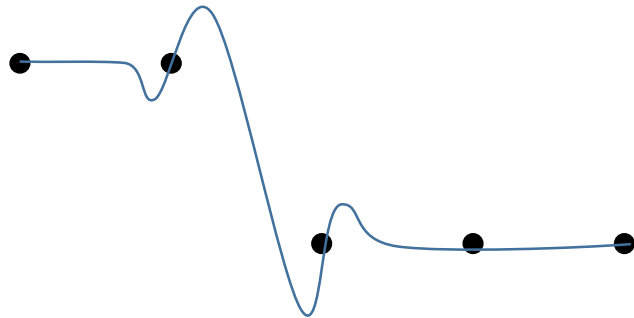


y方向にずれるので
ずれた場所での値を近傍の
グリッドから補間して代入する

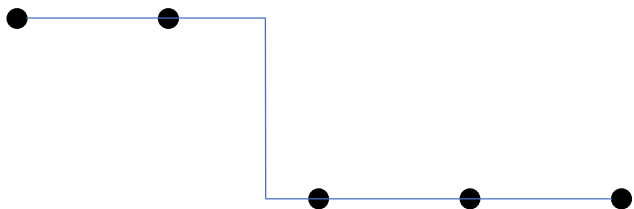
補間は5次のラグランジュ補間
で行う(CANS+が5次精度だから)

補間方法

不連続な値をラグランジュ補間すると・・・



振動して正しい値が得られない



不連続かどうか判定する方法(**MP5法**)
を実装する

方程式

回転座標に働く力と重力を考慮した運動方程式

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla \left(P + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) + \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}}{4\pi} - \underbrace{\rho \Omega^2 z \mathbf{e}_z}_{z \text{ 方向の重力}} - \underbrace{2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}}_{\text{コリオリ力}} + \underbrace{3\rho \Omega^2 x \mathbf{e}_x}_{x \text{ 方向の重力} + \text{遠心力}}$$

エネルギー方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} + \rho e + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) + \nabla \cdot \left[\left(\frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} + \rho e + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) \mathbf{v} - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}}{4\pi} \mathbf{B} \right] = -\rho \Omega^2 z v_z + 3\rho \Omega^2 x v_x$$

テスト

- テスト①

x-y2次元の平衡状態。 大きなバグがないか確認。

- テスト②

x-y2次元の楕円運動。論文の図と比べて 方程式が正しいか確認。

- テスト③

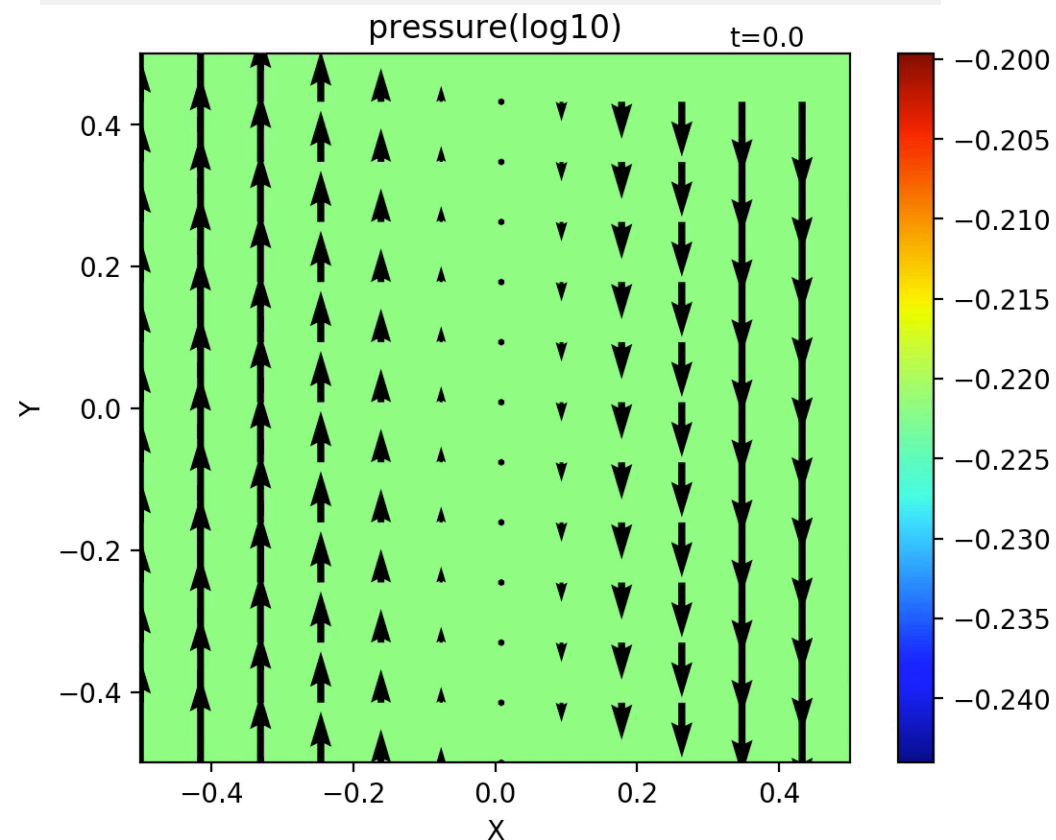
x-y2次元の楕円運動。テスト②より大きな振動を加えて
シアリング境界を通過させる。

論文の図と比べて 境界条件が正しいか確認。

テスト① 平衡状態

$\Omega=1$ 計算領域：1x1
 $C_s=1$ グリッド：32x32
 $\rho=1$
 $B=0$

色：圧力 矢印：速度



密度、圧力一様でx-y2次元の
平衡状態の解は

$$v_y = -\frac{3}{2}\Omega x$$

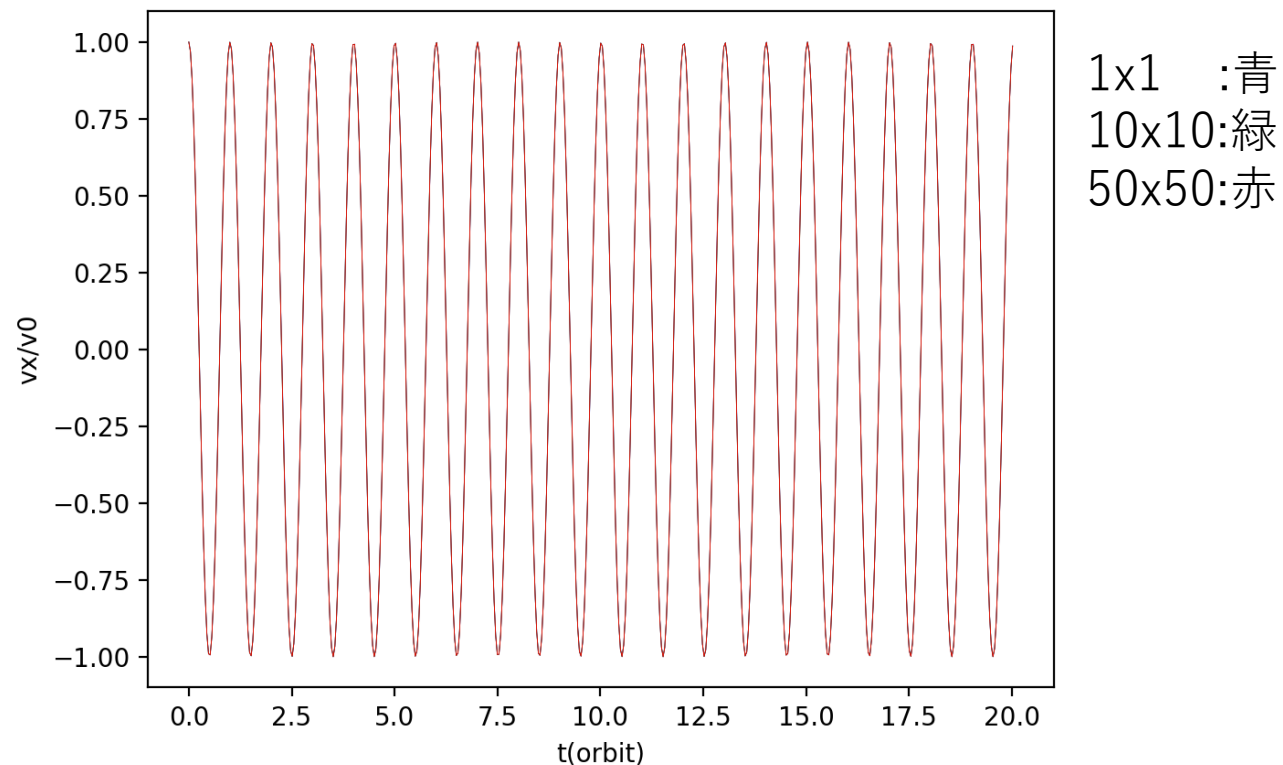
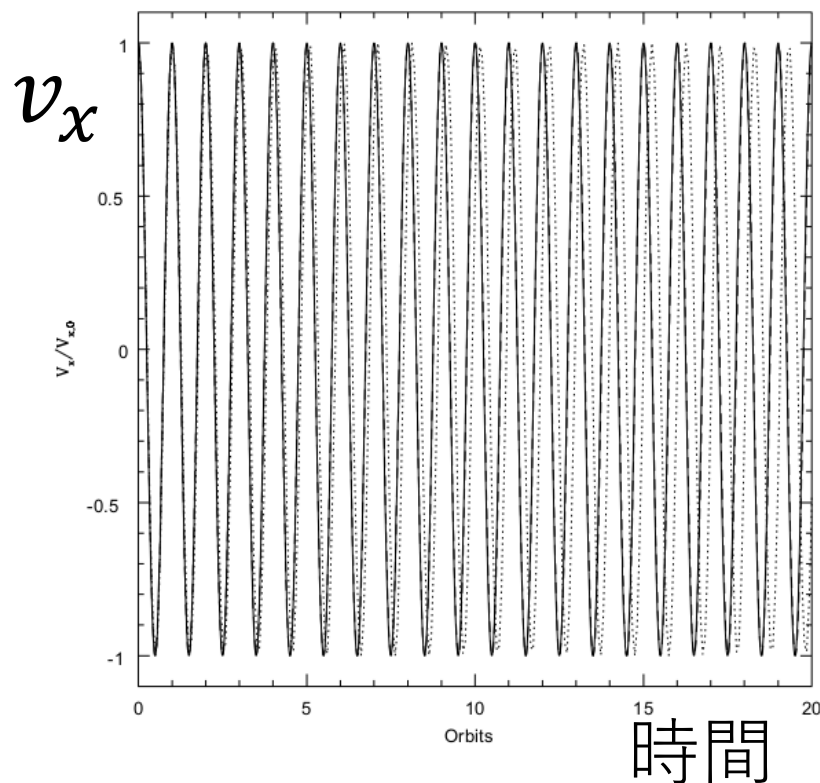
これを初期条件として与えて、維
持されていればok

これをベースにして他のテストを
行った。

テスト② 楕円運動

(Stone & Gardiner, 2010)

$\Omega = 10^{-3}$ 計算領域: 1x1
 $C_s = 10^{-3}$ グリッド: 64x64
 $V_x = 0.1 * C_s$ y: 周期境界
 $\rho = 1$ x: シアリングボックス
 $B = 0$

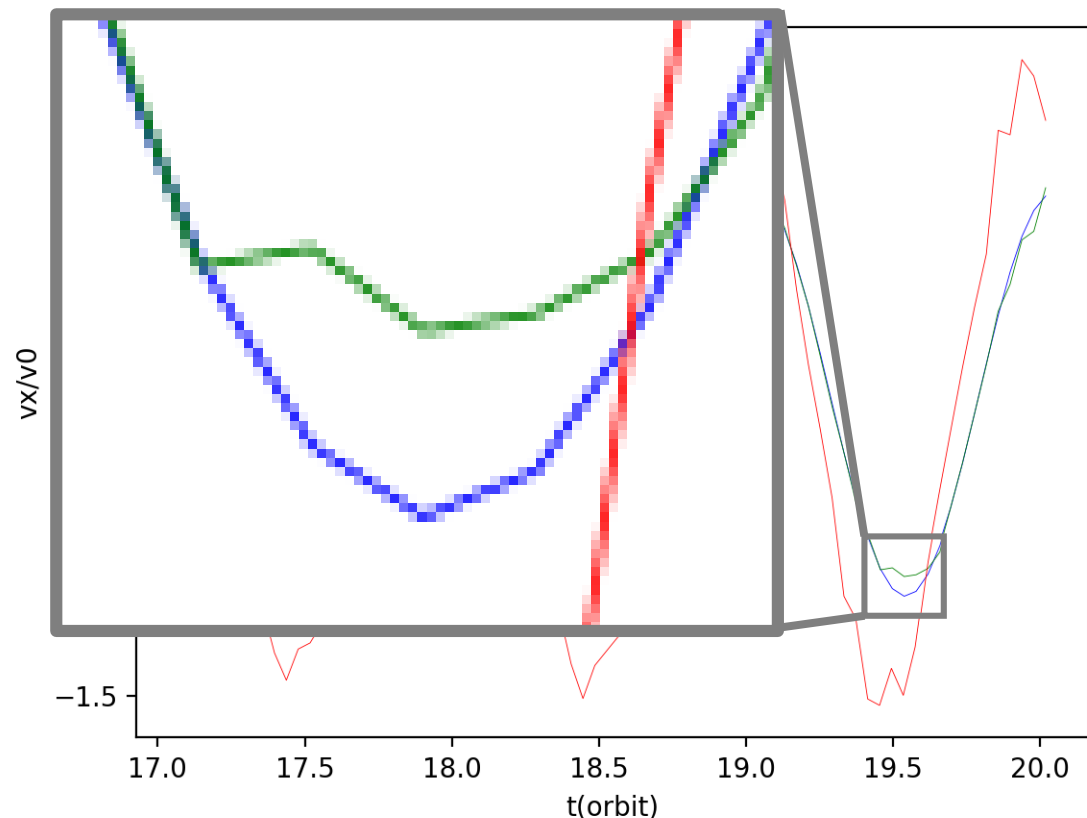


グリッド数を固定し、計算領域は1x1, 10x10, 50x50の3種類でテスト。
論文では低解像度で位相に誤差が出ている。
右図で誤差が少ないのはCANS+の5次精度のおかげ。

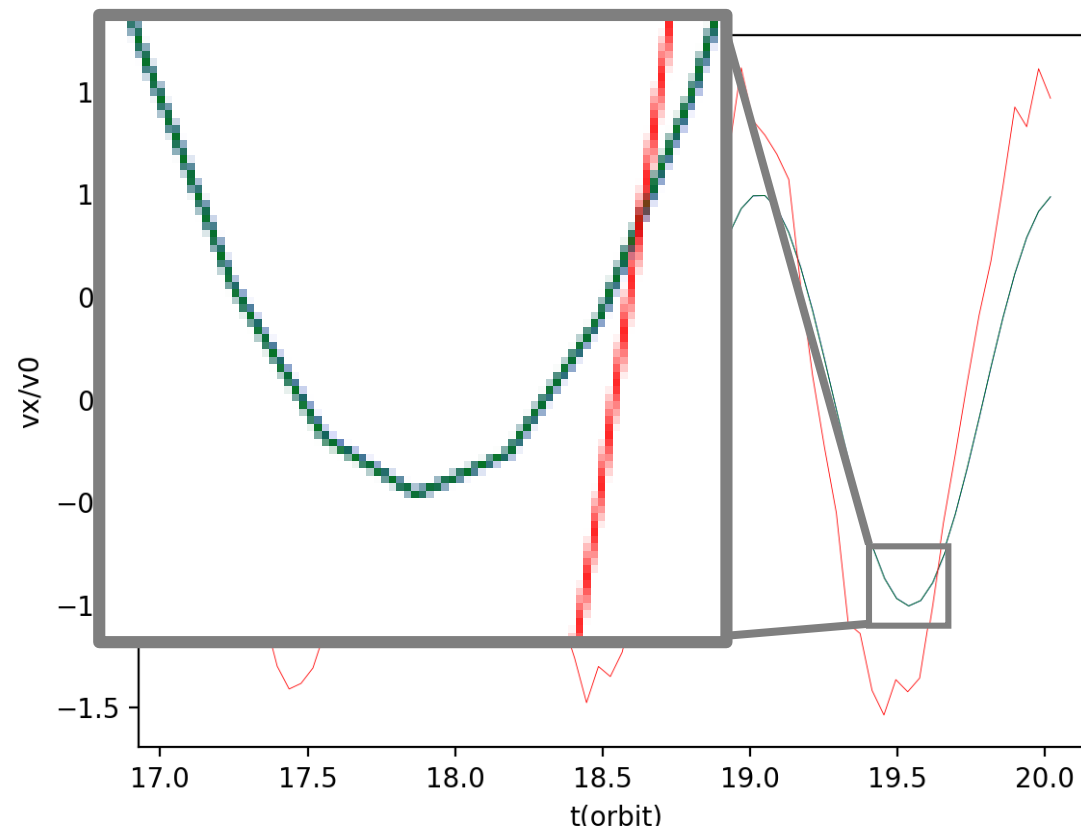
テスト② 楕円運動(振幅大)

1x1 :青
10x10:緑
50x50:赤

境界 2 次精度



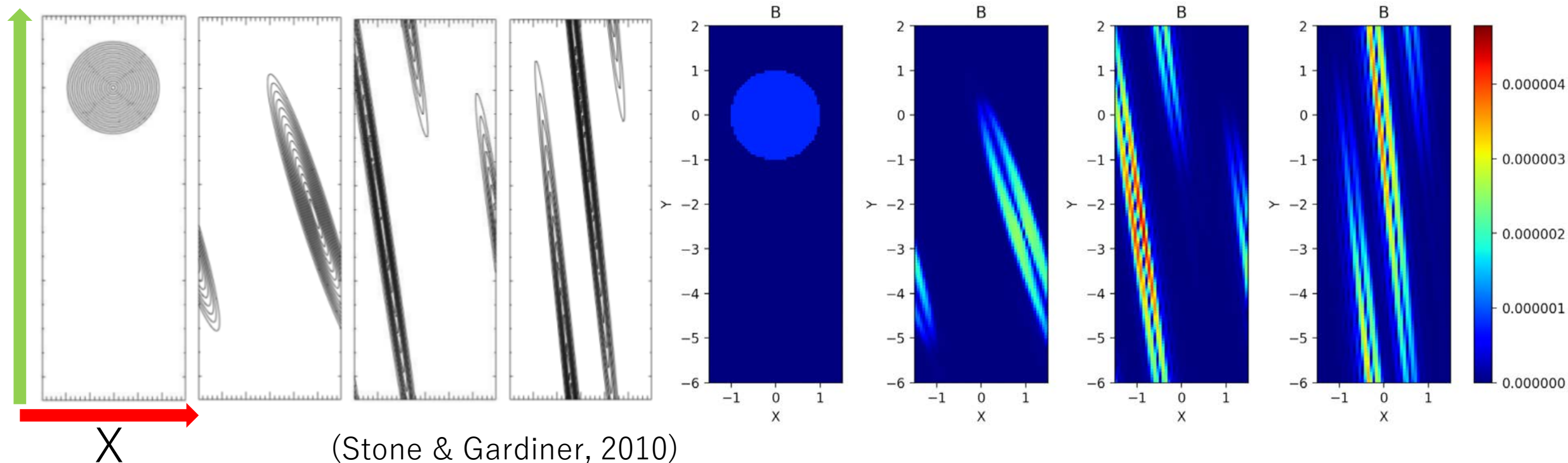
境界 5 次精度



v_x を 50 倍 にしてシアリング境界を通過する回数を増やした。
境界を 5 次精度にしたほうが誤差が小さくなった(緑がわかりやすい)

テスト③ 磁場の移流

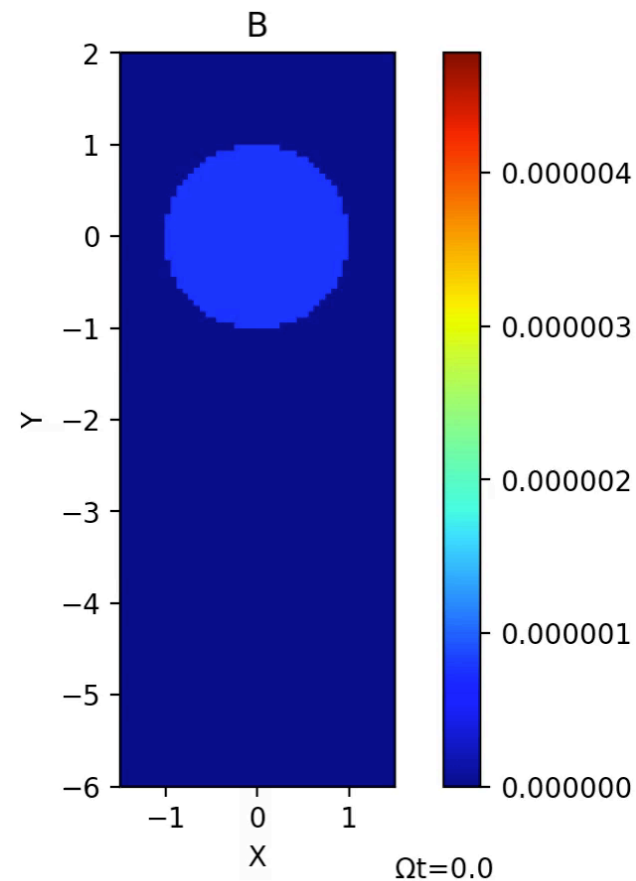
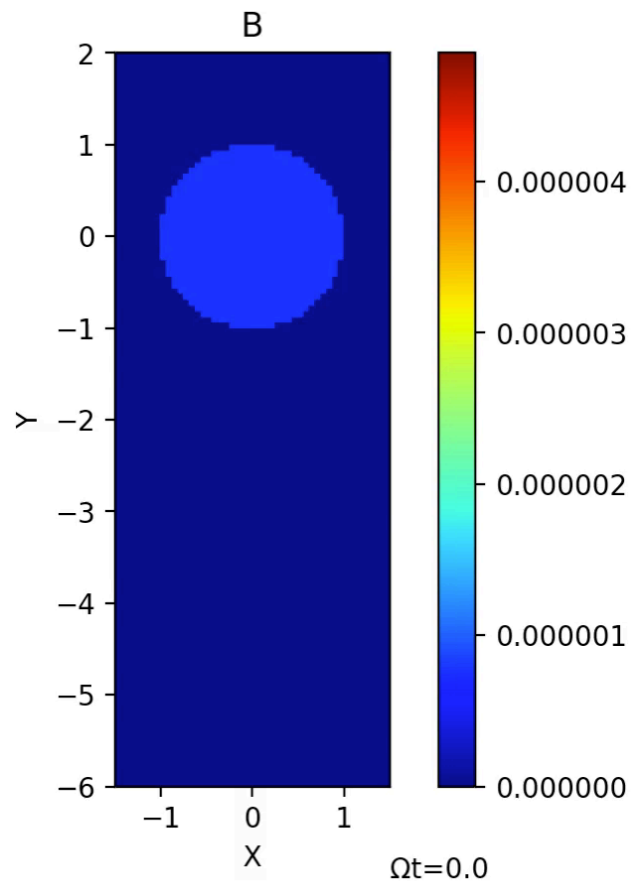
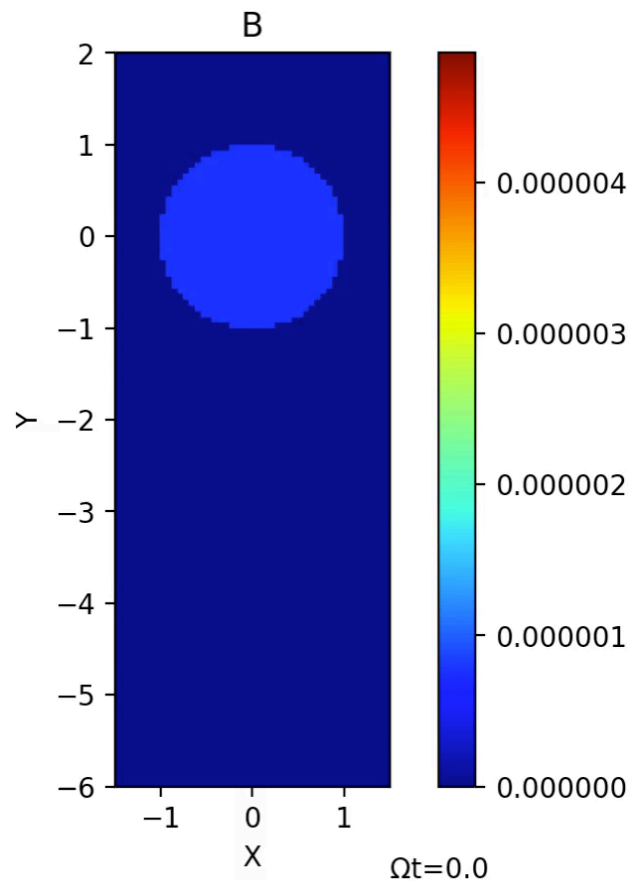
$$\begin{aligned} B_x &= B_0(-y/r) & \text{計算領域: } 3 \times 8 \\ B_y &= B_0(x/r) & \text{グリッド: } 48 \times 128 \\ V_x &= C_s \\ \beta &= 2 \times 10^6 \end{aligned}$$



x-y平面上に反時計回りの一様な**磁場**と一様な $\boldsymbol{v}_x$ を加えた。
時間が0, 0.3, 0.7, 1orbitのところを切り出して論文と比較した。
同じ図が描けたので境界条件は正しく計算できている。

テスト③

シアリングボックス境界の 補間精度を変えて比較



まとめ

- CANS+を書き換えて降着円盤のシアリングボックス近似のコードを作った
- 境界条件を5次精度で処理することで計算全体を5次精度で行えるようになった（少なくとも2次元で）
- MP5法に関しては不連続な値が発生する計算をしてテストする必要がある

今後の課題

- 3次元計算
- 計算の並列化

2Dの磁気回転不安定性

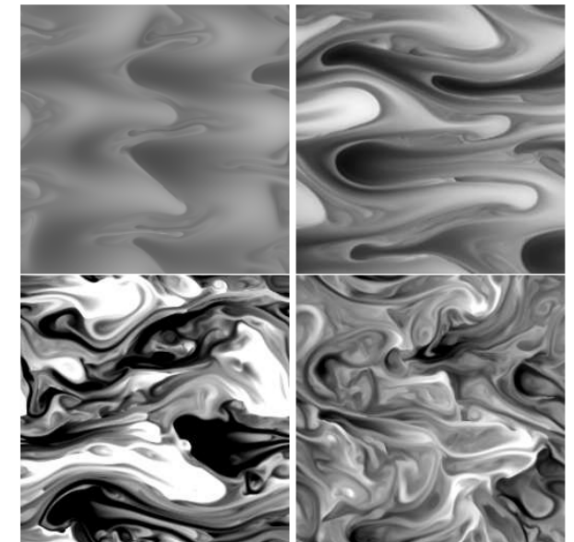


FIG. 3.— Images of the azimuthal velocity fluctuations $\delta v_\phi = v_\phi - 0.75\Omega r$ in the axisymmetric MRI computed with a grid of 256^2 . From left-to-right and top-to-bottom the images are shown at times of 3.45, 3.70, 4.0, and 6.0 orbits respectively. The images are scaled over $\pm 6 \times 10^{-4}$.

(Stone & Gardiner 2010)

参考文献

Gressel & Ziegler, Comput. Phys. Commun., 2007

Hawley et al., ApJ, 1995

Shi et al., ApJ, 2010

Suresh & Huynh, J. Comput. Phys., 1997

Stone & Gardiner, ApJ, 2010