局所的日震学を用いた太陽表面の振動の統計解析

2022年度　卒業研究発表

宇宙物理学研究室 中馬史博(B4) 2023/2/15

アウトライン

太陽内部の流れ場の探査と日震学

太陽現象を左右する対流層流れ場の探査には日震学

太陽対流層の流れ場

↓

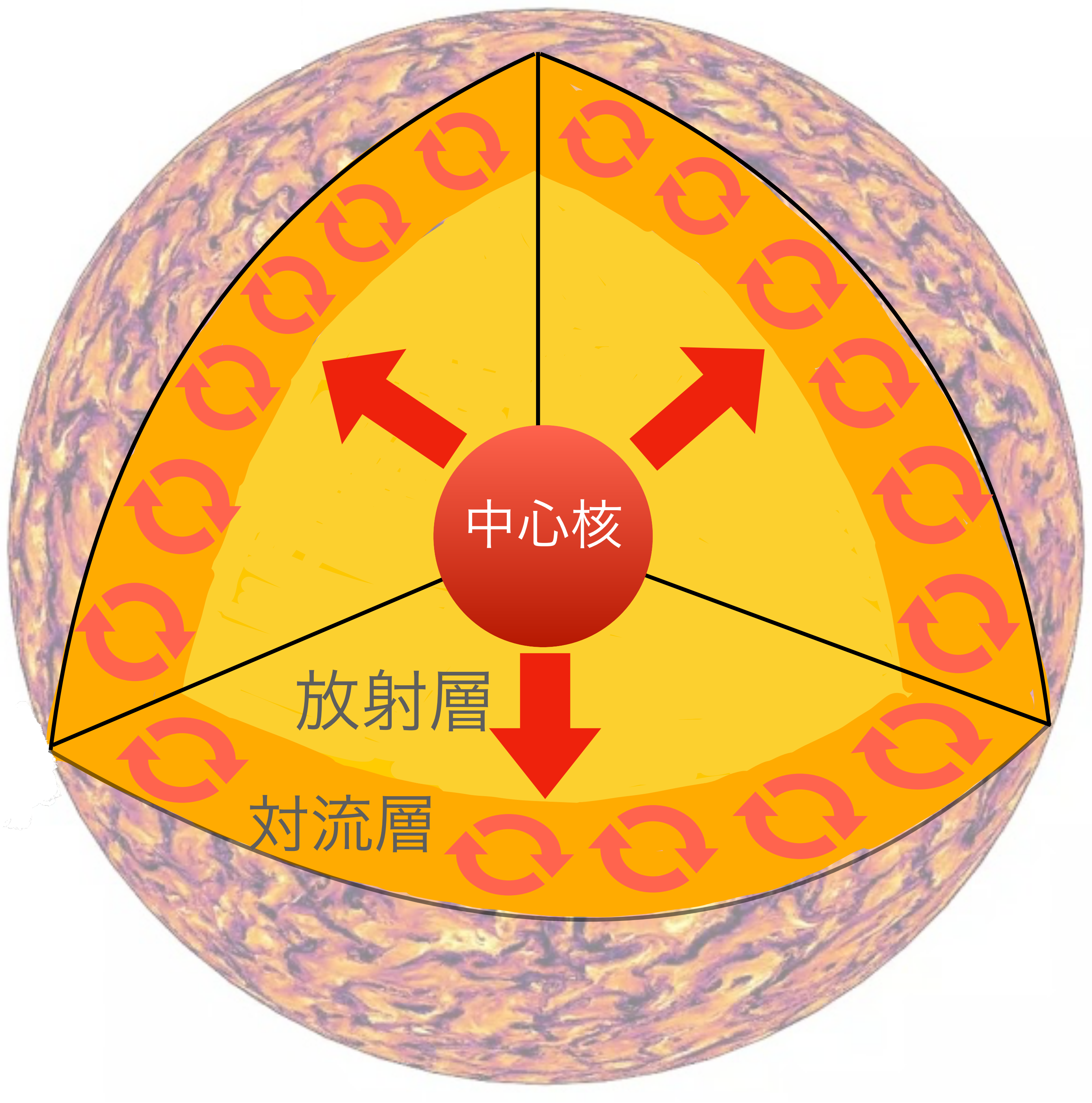
エネルギー輸送・磁場生成

太陽現象の解明には対流層の流れ場の解明が重要

太陽内部は不透明→電磁波での観測は不可能に近い

太陽表面や内部は振動している→振動は解析可能

→ **日震学**



太陽の内部構造

日震学

太陽の振動を解析することで太陽内部を探査する

グローバルな日震学

太陽の**固有振動数の共振モード**の解析から、太陽の層構造や差動回転を推定。

局所的日震学

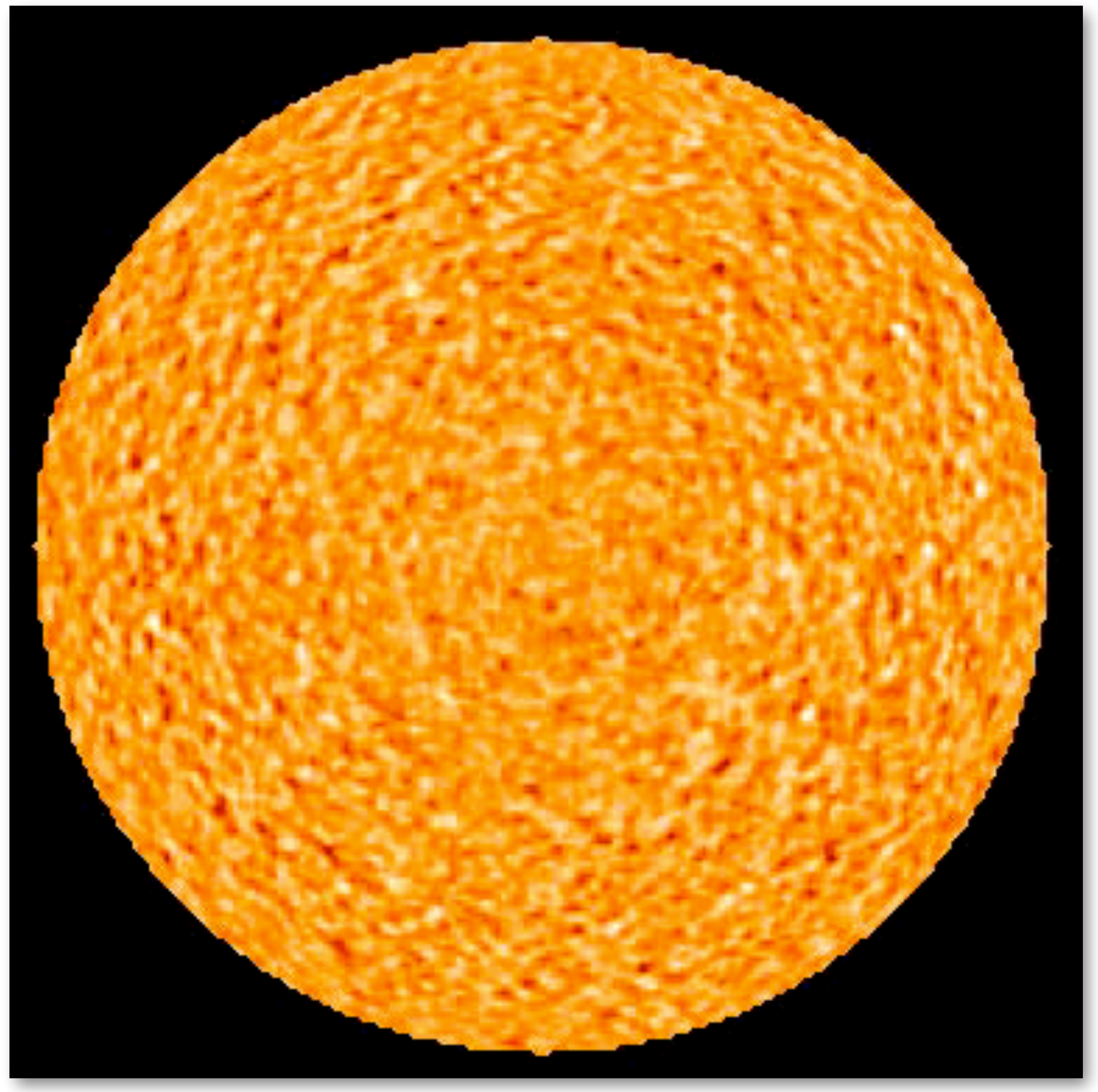
太陽内部や表面の**局所的な擾乱**を解析し、太陽モデルからの”ずれ”を求めることで
太陽の局所的構造や子午面環流を推定。

time-distance日震学

太陽表面の振動から求められる波の伝播時間の摂動を解析し
太陽表面・内部の局所的な擾乱を推定する手法。

太陽表面振動からの内部構造の推定

高解像度Doppler Imageから太陽表面振動を観測、
伝播時間摂動と内部構造の擾乱の線形関係から内部構造を推定する



太陽表面の高解像度Doppler Image
(MDI/SoHO)

伝播時間摂動 $\delta\tau$ と内部構造の擾乱 δq_α の線形関係

$$\boxed{\delta\tau} = \sum_\alpha \int_\odot d\boldsymbol{r} \boxed{\delta q_\alpha(\boldsymbol{r})} K^\alpha(\boldsymbol{r})$$

$K^\alpha(\boldsymbol{r})$: 伝播時間カーネル, 感度(sensitivity)

$\delta\tau$: 太陽表面上の 2 点間を伝播する波束の伝播時間の摂動

δq_α : 太陽内部構造の理論モデルからの擾乱

$\sum_\alpha$: 擾乱の型の種類に関する和

伝播時間の摂動 $\delta\tau$ とカーネル$K_\alpha(\boldsymbol{r})$ カーネルを求め線形関係式から
内部構造の擾乱を推定する(逆問題)

標準太陽モデル

一定の条件のもとで進化計算によって導出された太陽のモデル

現在主要な標準太陽モデルの一つはChristensen-Dalsgaard et al. 1996

仮定
- 太陽は球対称
- 力学的、熱的に準定常状態
- 太陽の年齢は45.7億年で、表面温度と明るさは現在の太陽と一致している
- 太陽の質量は$M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30}$ kgで一定
- 太陽誕生時は内部の化学組成は一様

状態方程式
$$p = \frac{k_B N_A}{\mu}\rho T = \frac{k_B}{\mu m_H}\rho T = \frac{k_B N_A}{\mu_H}\rho X T + \frac{k_B N_A}{\mu_{H_e}}\rho Y T + \frac{k_B N_A}{\mu_z}\rho Z T$$

静水圧平衡の式
$$\frac{dP}{dr} = -\rho\frac{Gm}{r^2}$$

質量保存則
$$\frac{dm}{dr} = 4\pi\rho r^2$$

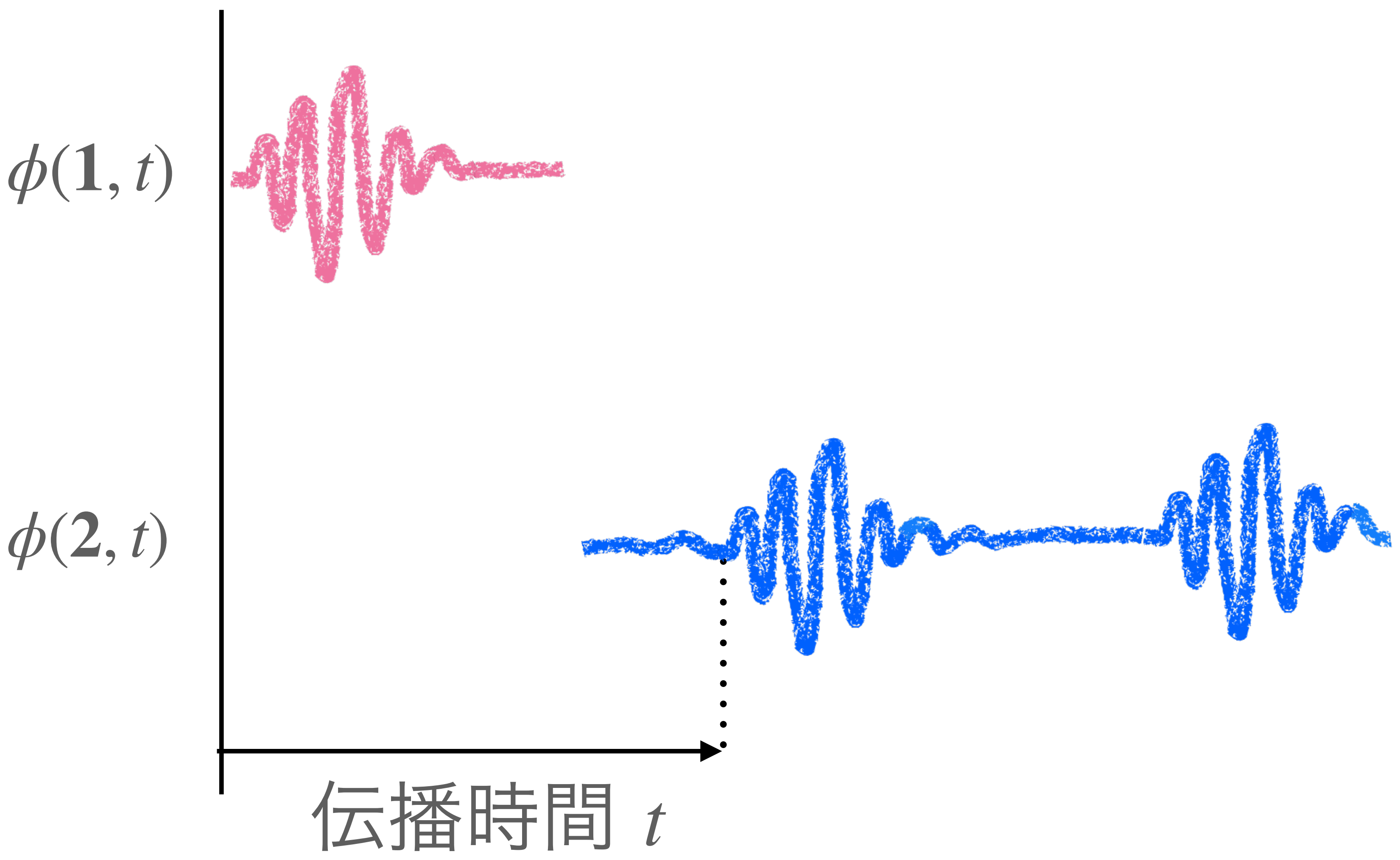
μ : 平均分子量　X, Y, Z : 水素,ヘリウム,その他の元素の質量比

エネルギー方程式
$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon$$

time-distance日震学の手法：相互共分散関数

観測量ϕの相互共分散関数から波の伝播時間がわかる

相互共分散関数Cのイメージ

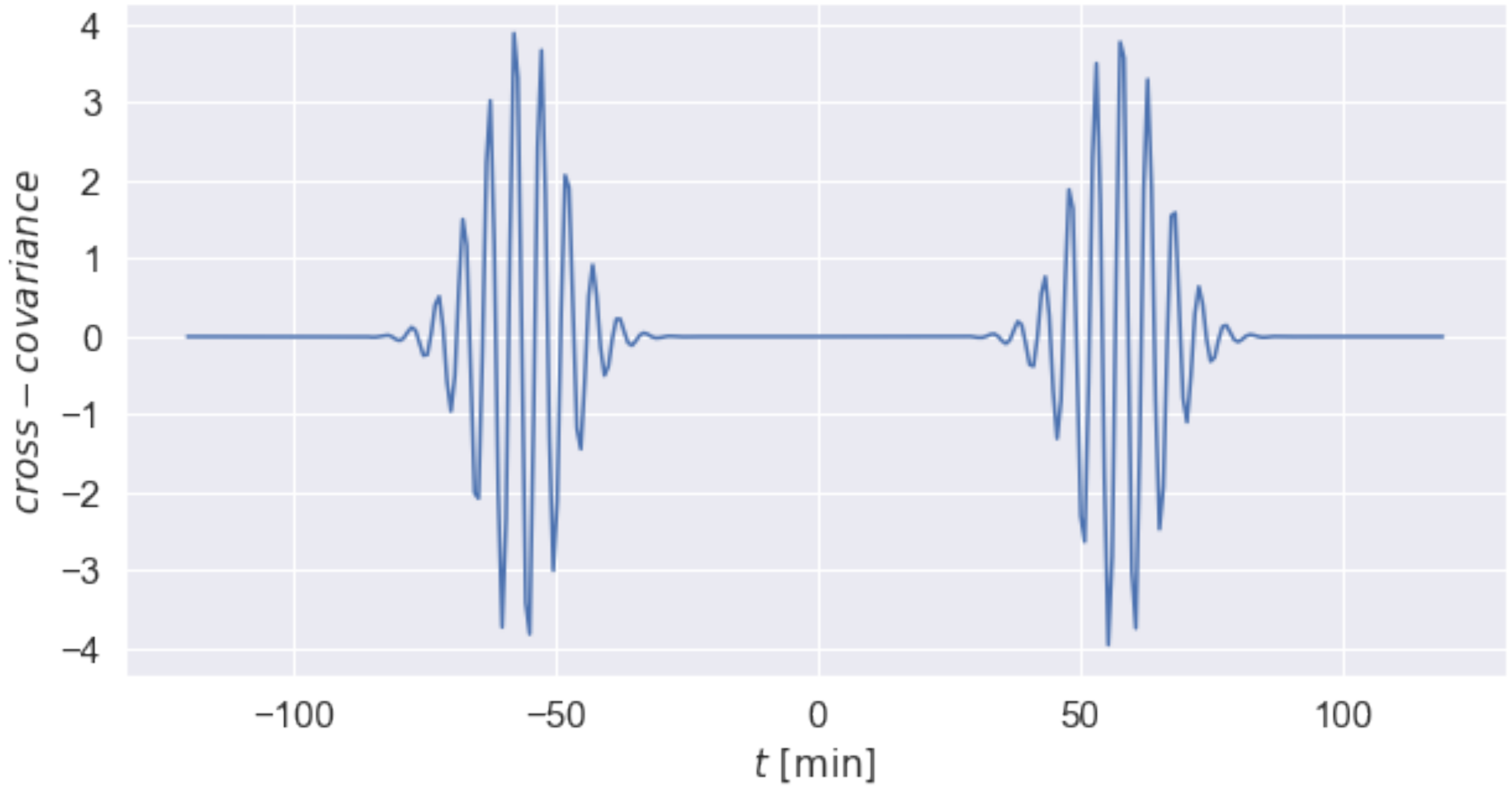


2つの観測点間の相互共分散関数C

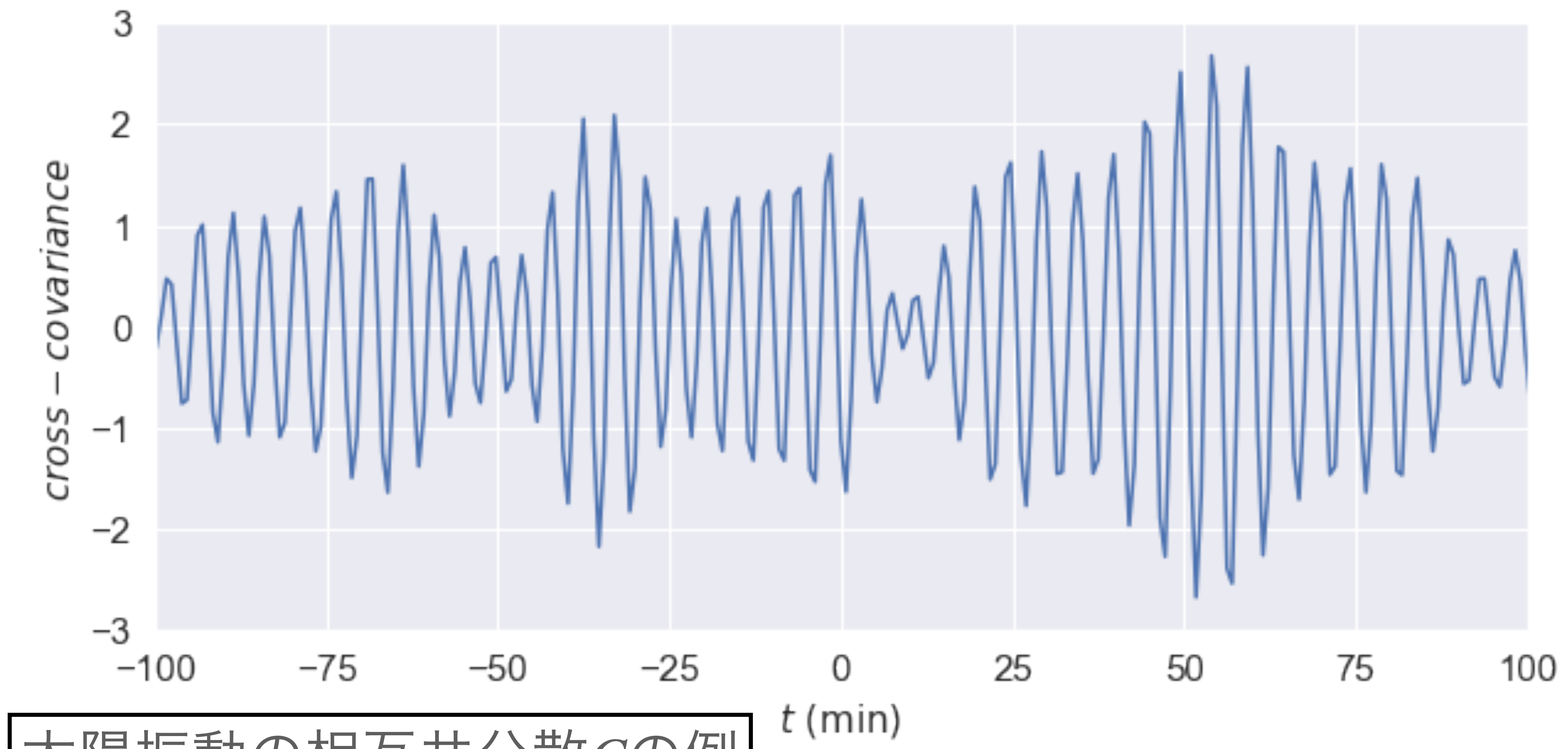
$$C(\mathbf{1},\mathbf{2},t) = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} dt'\phi(\mathbf{1},t')\phi(\mathbf{2},t'+t)$$

$\mathbf{1},\mathbf{2}$ ：観測点の位置　t：ずらした時間　T：観測時間

太陽振動に対しては新たな伝播時間の定義が必要



相互共分散関数Cの例



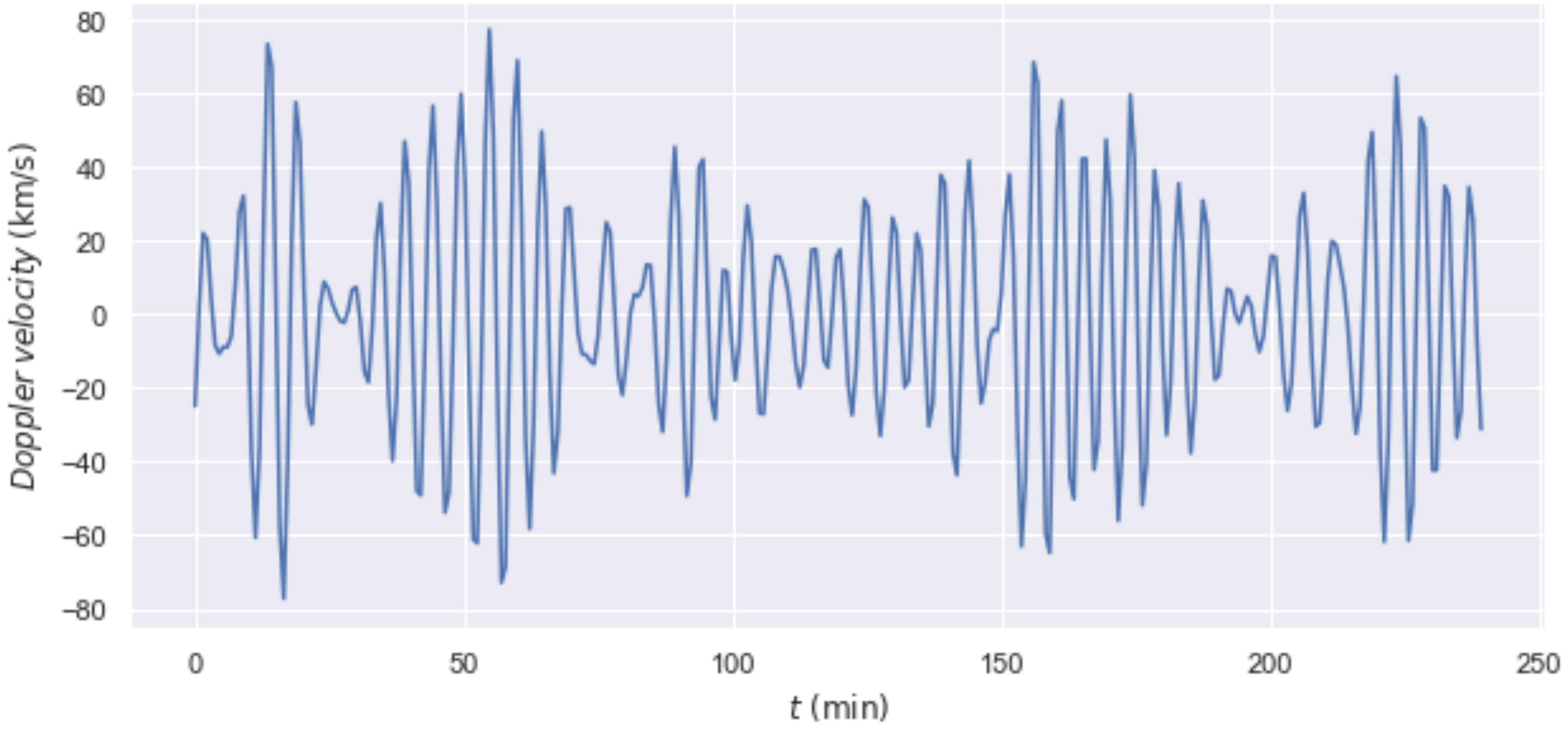
太陽振動の相互共分散Cの例

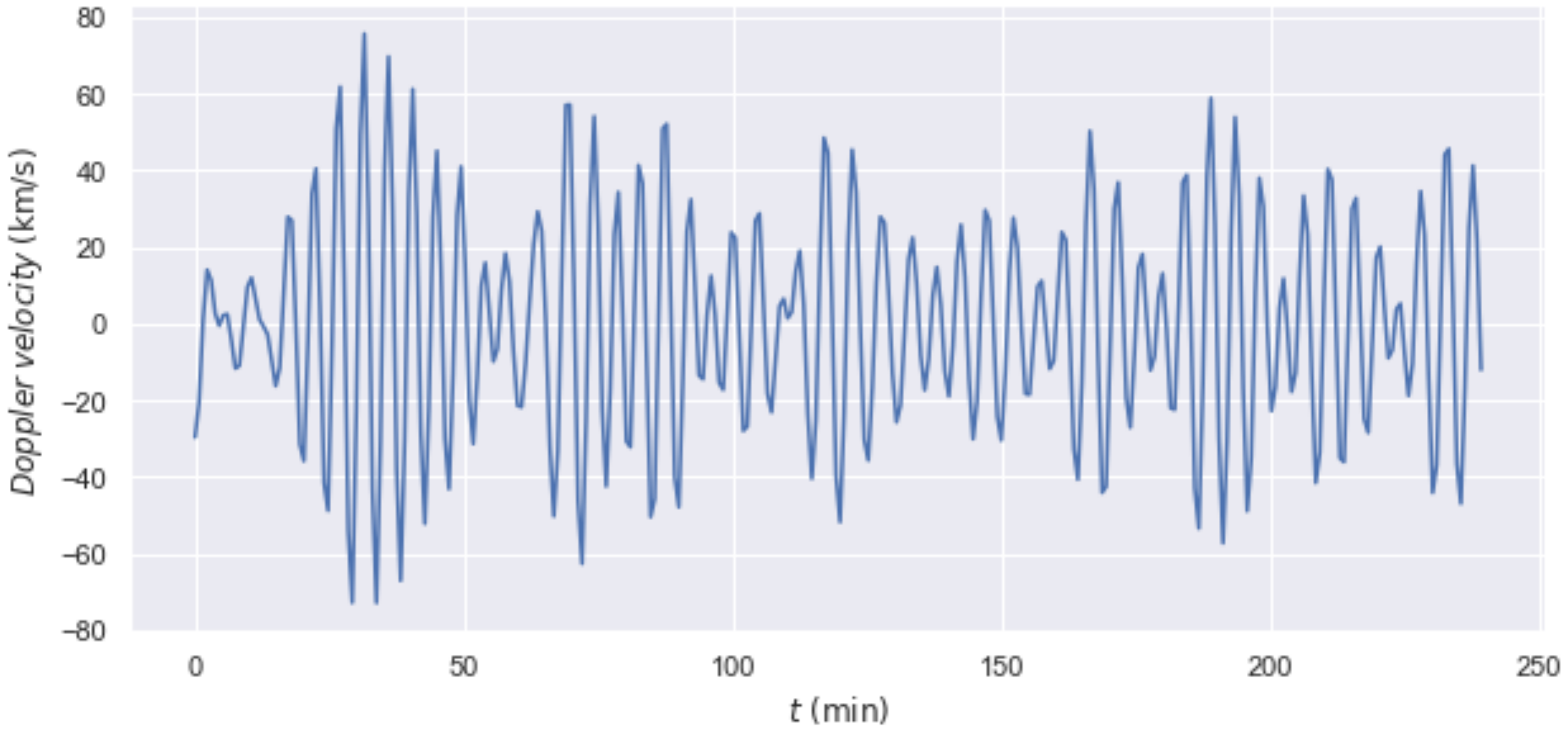
相互共分散関数

観測量ϕの時間

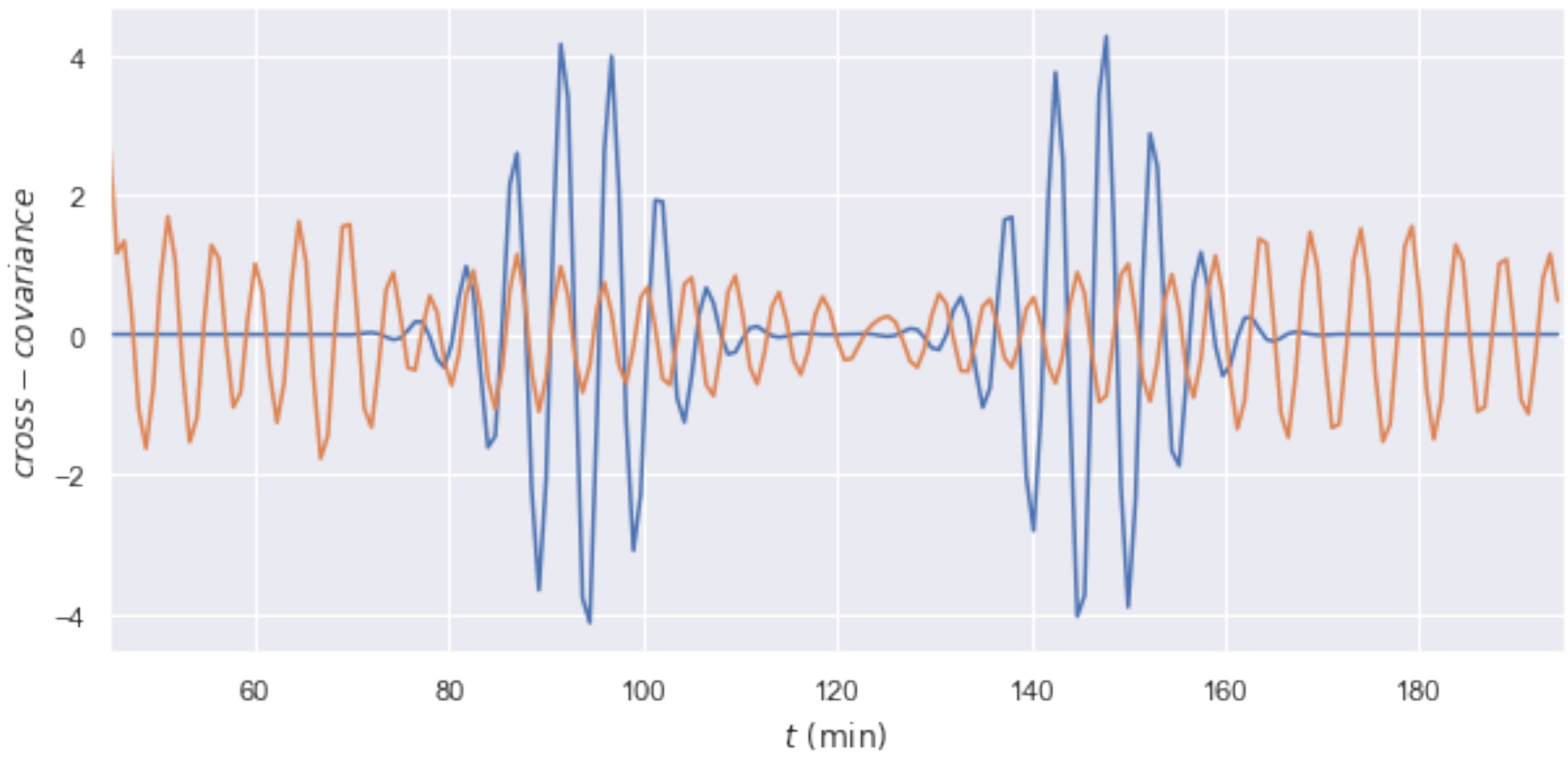
X

観測量ϕ：振動をドップラー速度を計測





相互共分散関数$C(\mathbf{1}, \mathbf{2}, t)$と参照相互共分散関数$C^{ref}$



オレンジ：観測量を直接使用した相互共分散関数

青：観測点間の距離ごとの参照相関共分散関数

time-distance日震学の手法：伝播時間摂動の導出

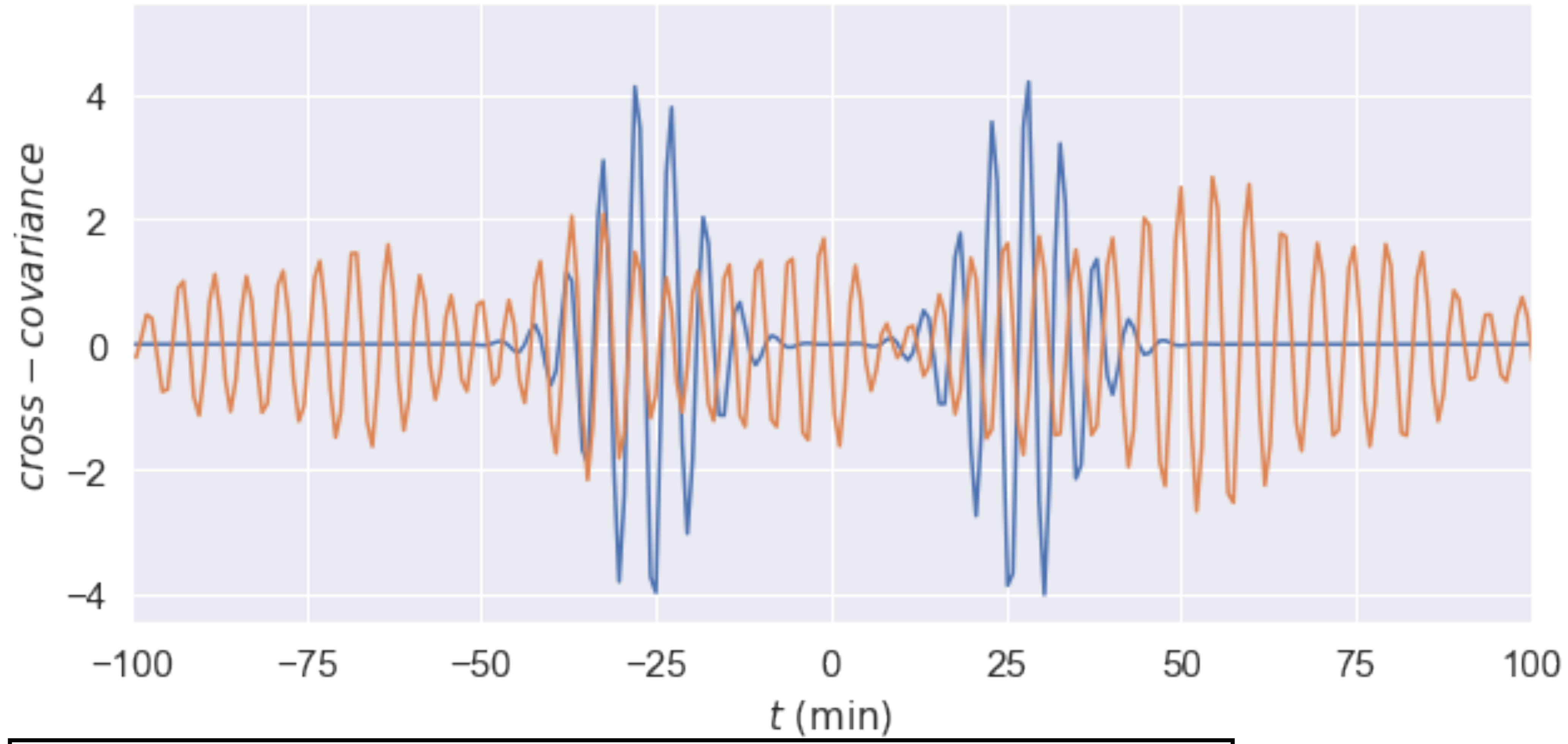
伝播時間と相互共分散関数の摂動を結ぶ線形関係の導出

新しい伝播時間の定義　$X_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$の最小値を与える$t$を伝播時間とする

$$X_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' f(\pm t') \left[C(\mathbf{1},\mathbf{2},t') - C^{\mathrm{ref}}(\mathbf{1},\mathbf{2},t' \pm t)\right]^2$$

$$\boxed{\tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) = \arg\min_{t}\{X_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)\}}$$

f : *window* 関数、本論文では *Heaviside* 関数



相互共分散関数Cと参照相互共分散関数C^{ref}の例

伝播時間のモデルからの摂動　※0の上付き文字は太陽標準モデル表す

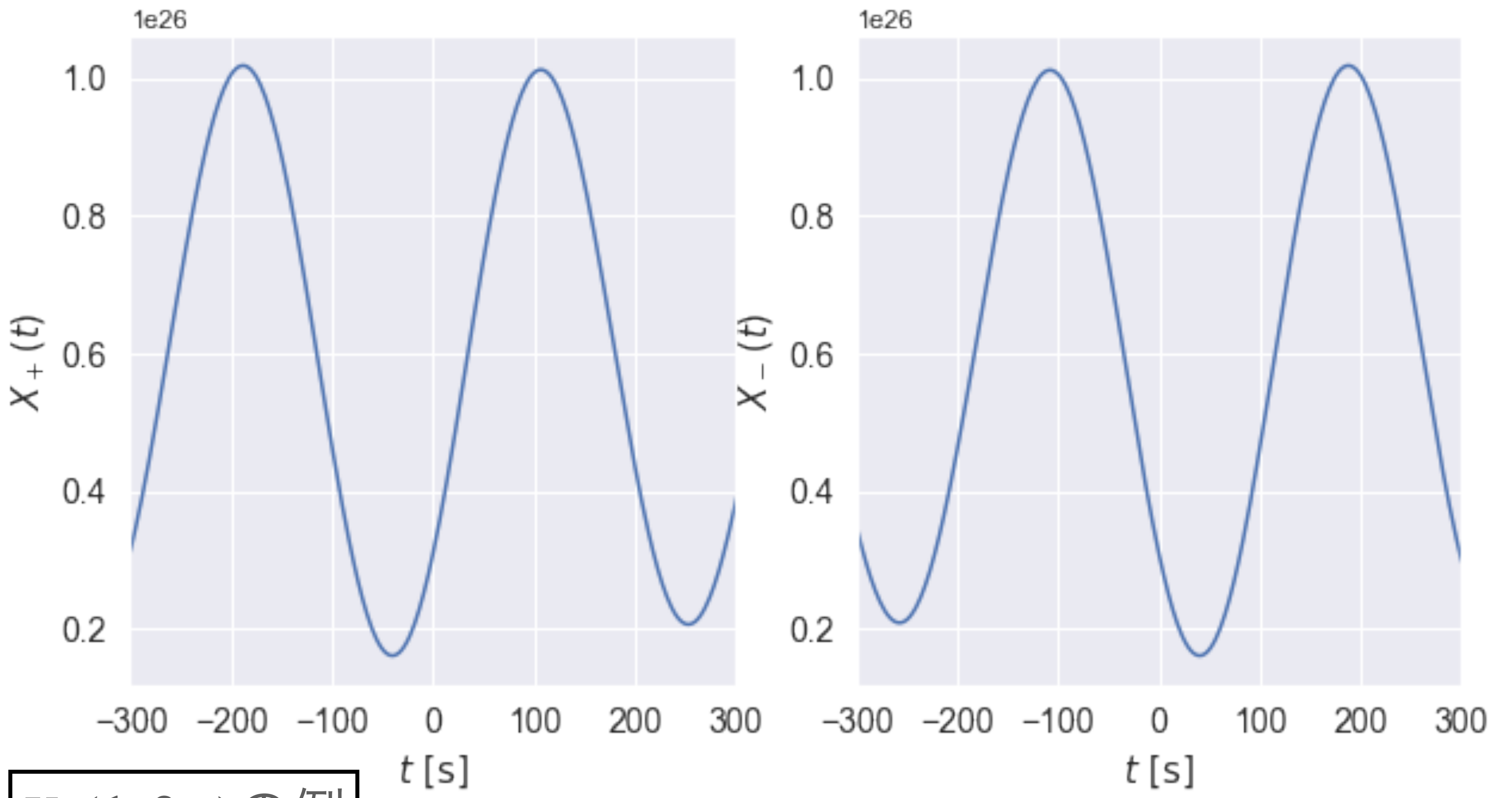
$$\delta\tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) = \tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) - \tau^{0}_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2})$$

標準太陽モデルからの伝播時間の摂動と相互共分散関数の摂動の線形関係

$$\boxed{\delta\tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt W_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)\delta C(\mathbf{1},\mathbf{2},t)}$$

重み関数　$$W_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t) = \frac{\mp f(\pm t)\dot{C}^{0}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)}{\int_{-\infty}^{\infty} dt' f(\pm t')\left[\dot{C}^{0}(\mathbf{1},\mathbf{2},t')\right]^2}$$　($C^{ref} = C^{0}$のとき)

相互共分散関数の摂動の定義　$$\delta C(\mathbf{1},\mathbf{2},t) = C(\mathbf{1},\mathbf{2},t) - C^{0}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$$

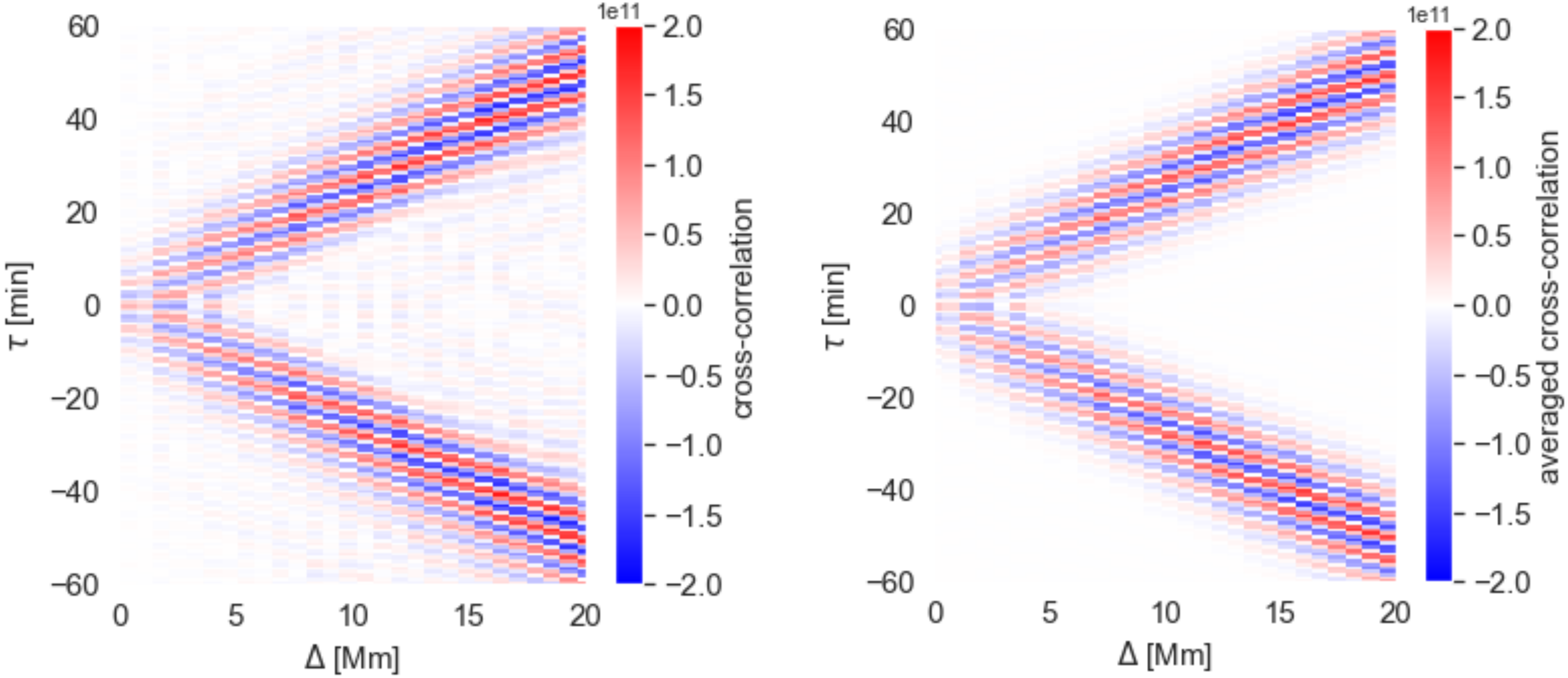


$X_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$の例

X

相互共分散関数

観測とその平均と相互共分散関数



研究目的と内容

伝播時間摂動ノイズモデルの推定に向けノイズの手法への依存性を調べたい

研究内容

- Gizon et al. 2002のtime-distance日震学の手法に基づき、表面重力波(f-mode)の伝播時間の摂動 $\delta\tau$ を計算
- 伝播時間の摂動$\delta\tau$の分布図を作成
- 伝播時間の摂動$\delta\tau$ のノイズが表面重力波を取り出すために用いられるフィルター関数パラメータにどのように依存するのかを調査

データと計算領域について

SDO/HMIのDoppler速度場のデータを使用

- ケーデンス：45 s
- 観測時間：320 step = 4 h
- 解像度：1 arcsec = 722 km
- データ領域：256×256 pixel^2 = 185^2 Mm^2

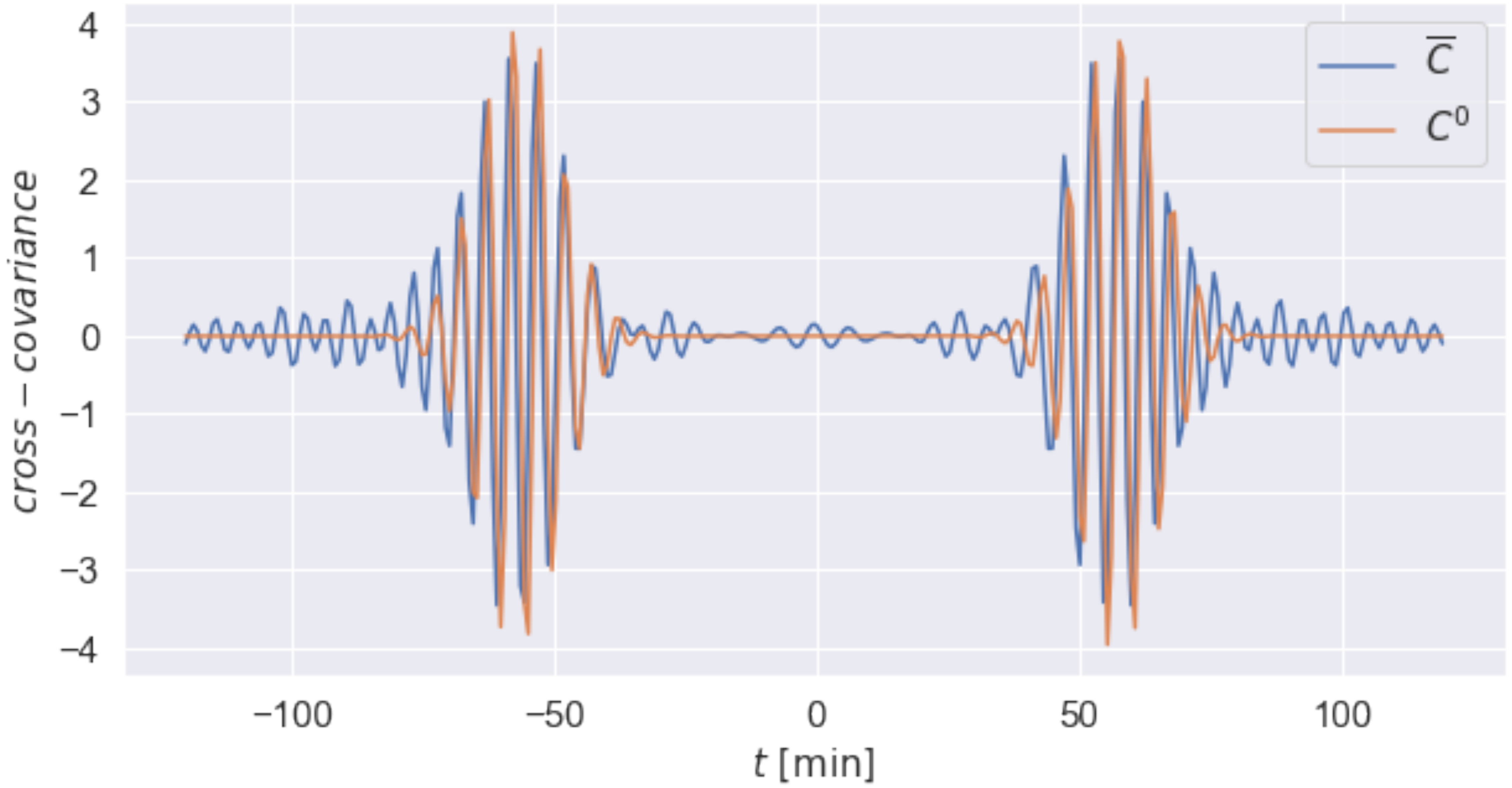
なお、計算容量確保のためデータ量を大幅に削減

HMI：MDIの後継器。太陽観測衛星SDOに搭載されている
太陽表面や光球のDoppler速度場やマグネトグラム
を観測。http://hmi.stanford.edu/

今回は簡単のため観測点間距離ごとの平均からなる相互共分散関数にフィッティングした関数をC^0と見立てて用いた

$$\delta\tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt W_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)\delta C(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$$

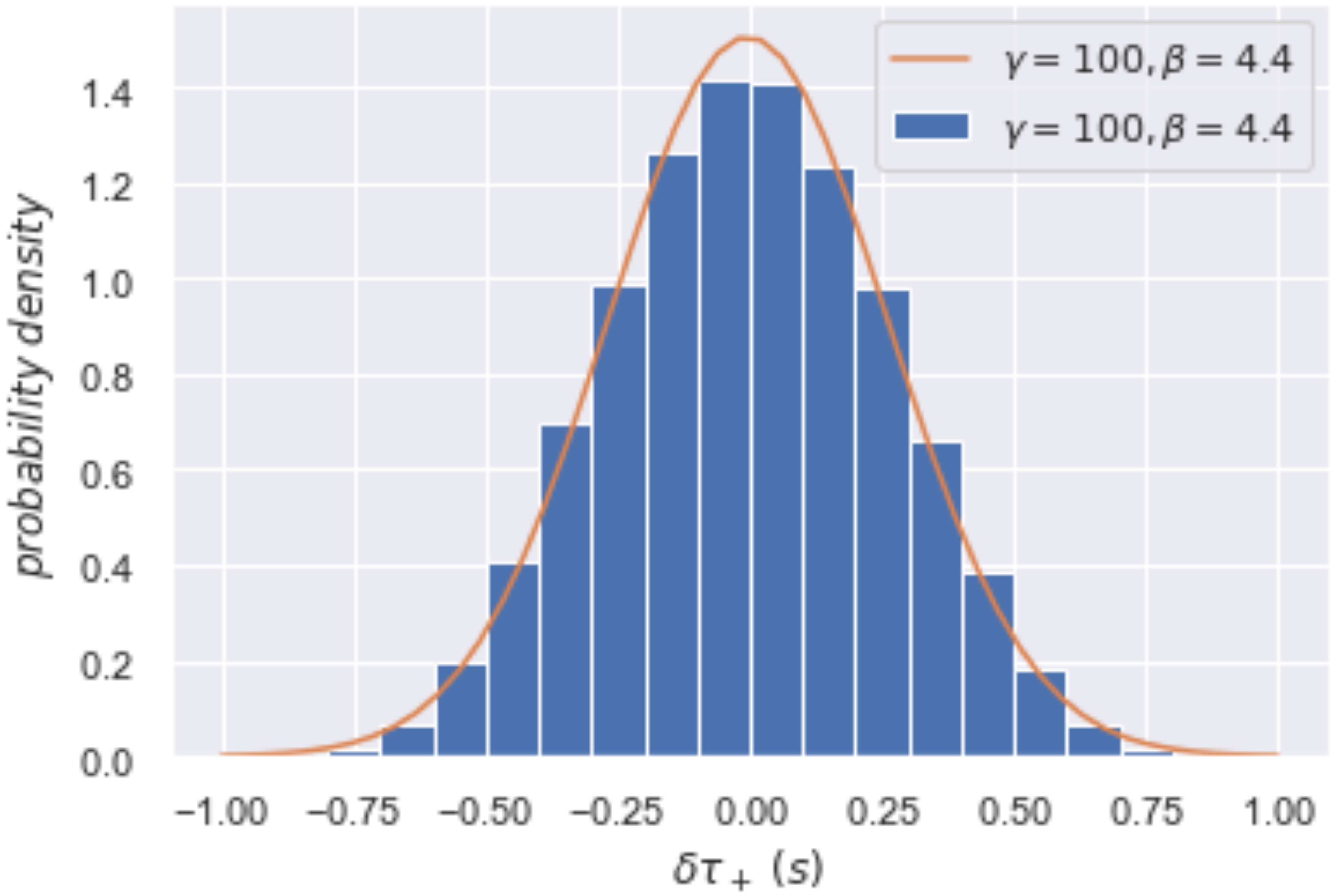
$$\delta C(\mathbf{1},\mathbf{2},t) = C(\mathbf{1},\mathbf{2},t) - C^0(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$$



結果：伝播時間摂動の分布

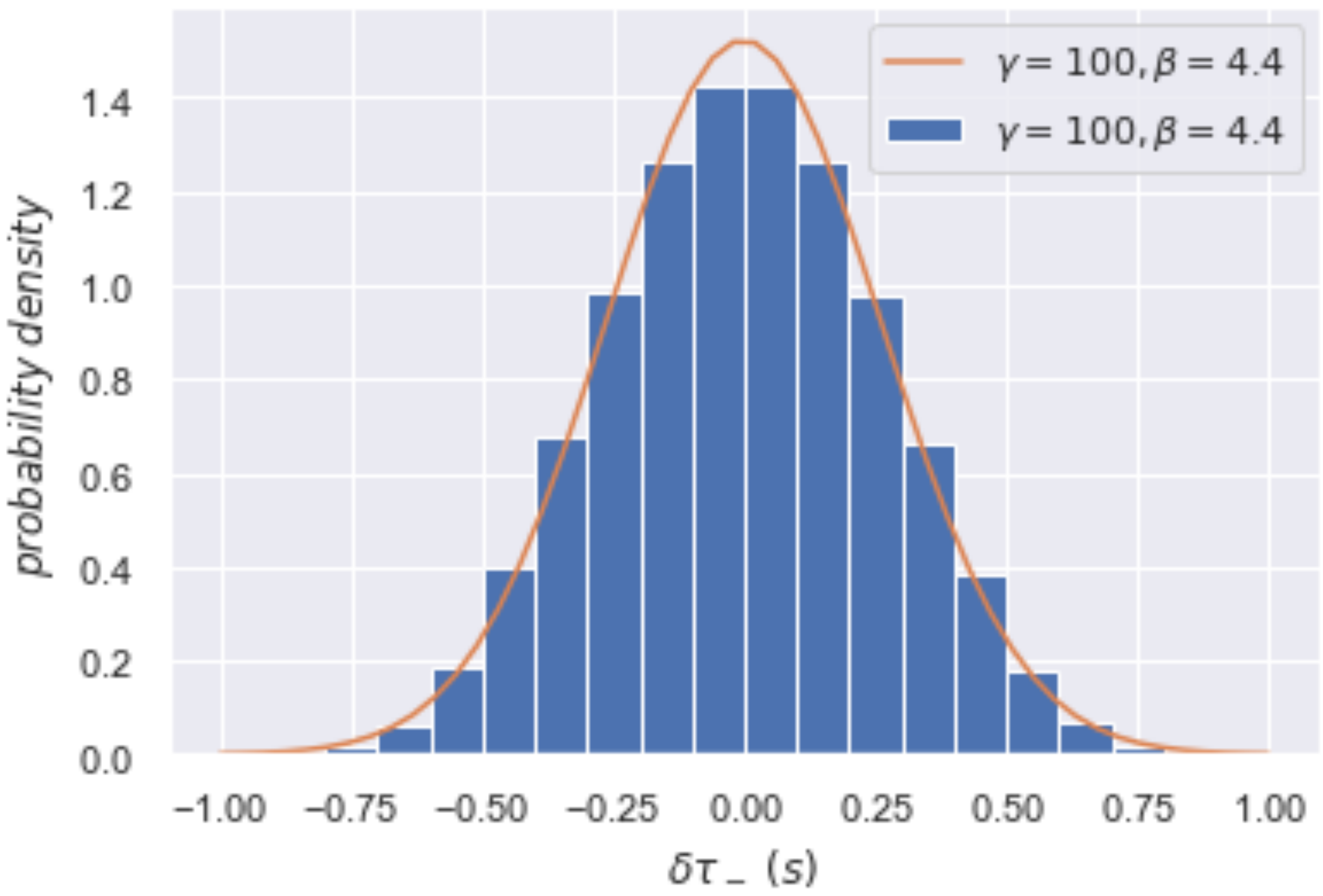
方向による伝播時間摂動の比較

1→２の伝播時間摂動



平均：-0.003847　標準偏差：0.2650

2→1の伝播時間摂動



平均：-0.001726　標準偏差：0.2622

標準偏差の差は0.03、平均はわずかに負に寄っているがどちらも正規分布をなす

表面重力波のフィルター関数

パワースペクトルからフィルター関数を使いf-modeを取り出す

パワースペクトルにおけるf modeの半値全幅(Gizon et al. 2002)

$$\Gamma^0(\omega) = \gamma \left| \frac{\omega}{\omega_*} \right|^\beta$$

ここで $\omega_*/2\pi = 3$ mHz, $\gamma = 100$ μHz, $\beta = 4.4$

フィルター関数

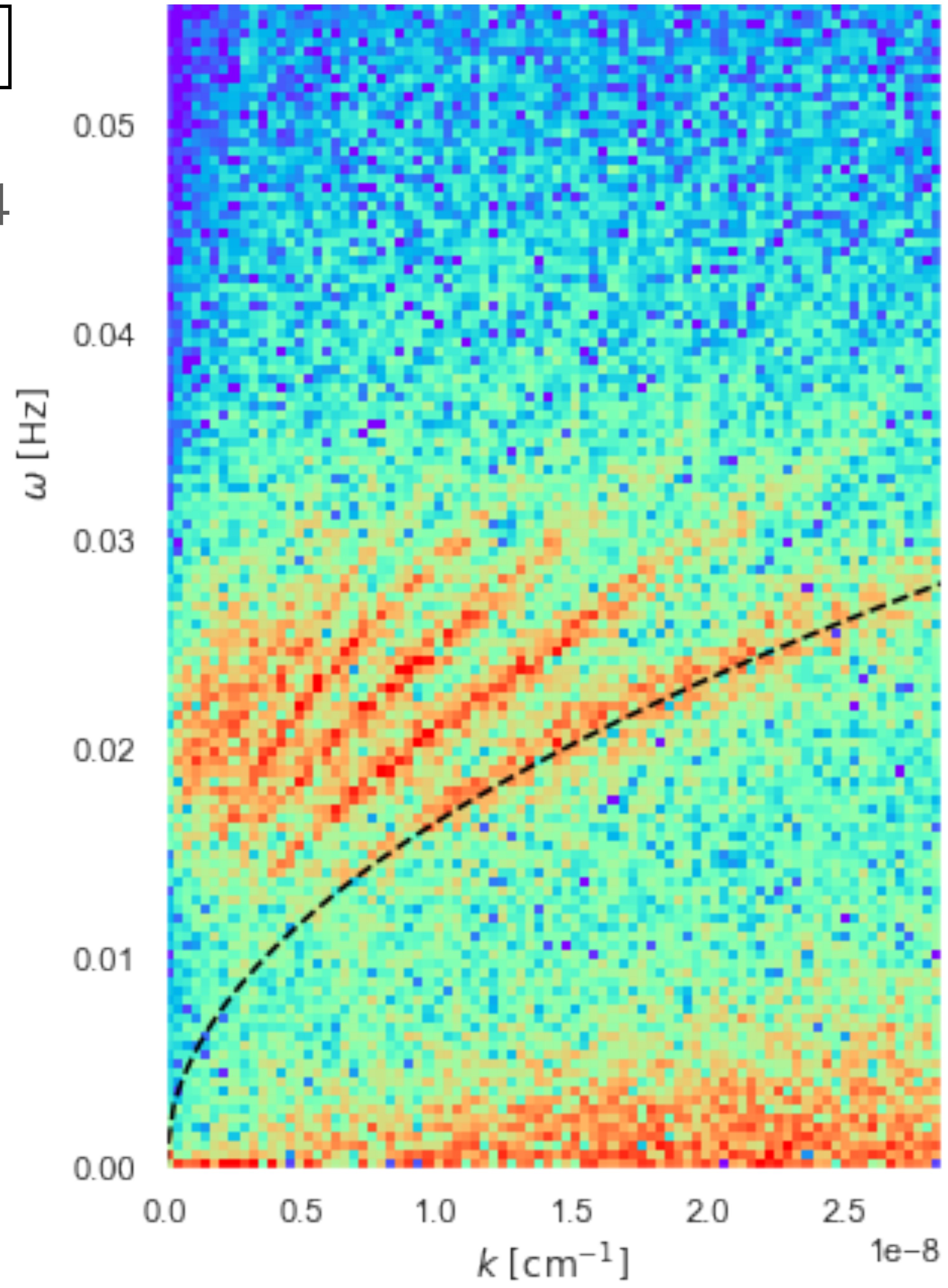
パワースペクトルからf-mode(分散関係　$\omega^2 = gk$)

を取り出す

$$F(\omega) = \exp\left\{ -\left(\frac{\omega - \sqrt{gk}}{\Gamma^0(\omega)} \right)^2 \right\}$$

フーリエ空間においてフィルターを作用させる

$$\phi(\boldsymbol{k}, \omega) = F(\boldsymbol{k}, \omega) w(\boldsymbol{k}, \omega)$$
$$w = \boldsymbol{v} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}$$



観測データのパワースペクトル

X

パワースペクトルと減衰の関係

表面重力波のパワーの半値全幅が$\Gamma_0(\omega)$

パワースペクトルの定義(Gizon et al.2002)

$$P(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{(2\pi)^3}{AT}E\left[\left|\phi^0(\boldsymbol{k},\omega)\right|^2\right]$$

$\omega\sim(gk)^{1/2}$では

$$P(\boldsymbol{k},\omega)\sim\frac{k^2F^2m^0}{4}\left[(\omega-\sqrt{gk})^2+\left(\frac{\Gamma^0(\omega)}{2}\right)^2\right]^{-1}$$

k : 波数　F : フィルター関数　m^0 : 励起源共分散

- ローレンツ関数(k 固定)
- $\Gamma_0(\omega)$が表面重力波のパワーの半値全幅

f-modeのパワーの半値全幅

観測とモデルの比較

Duval et al. 1998

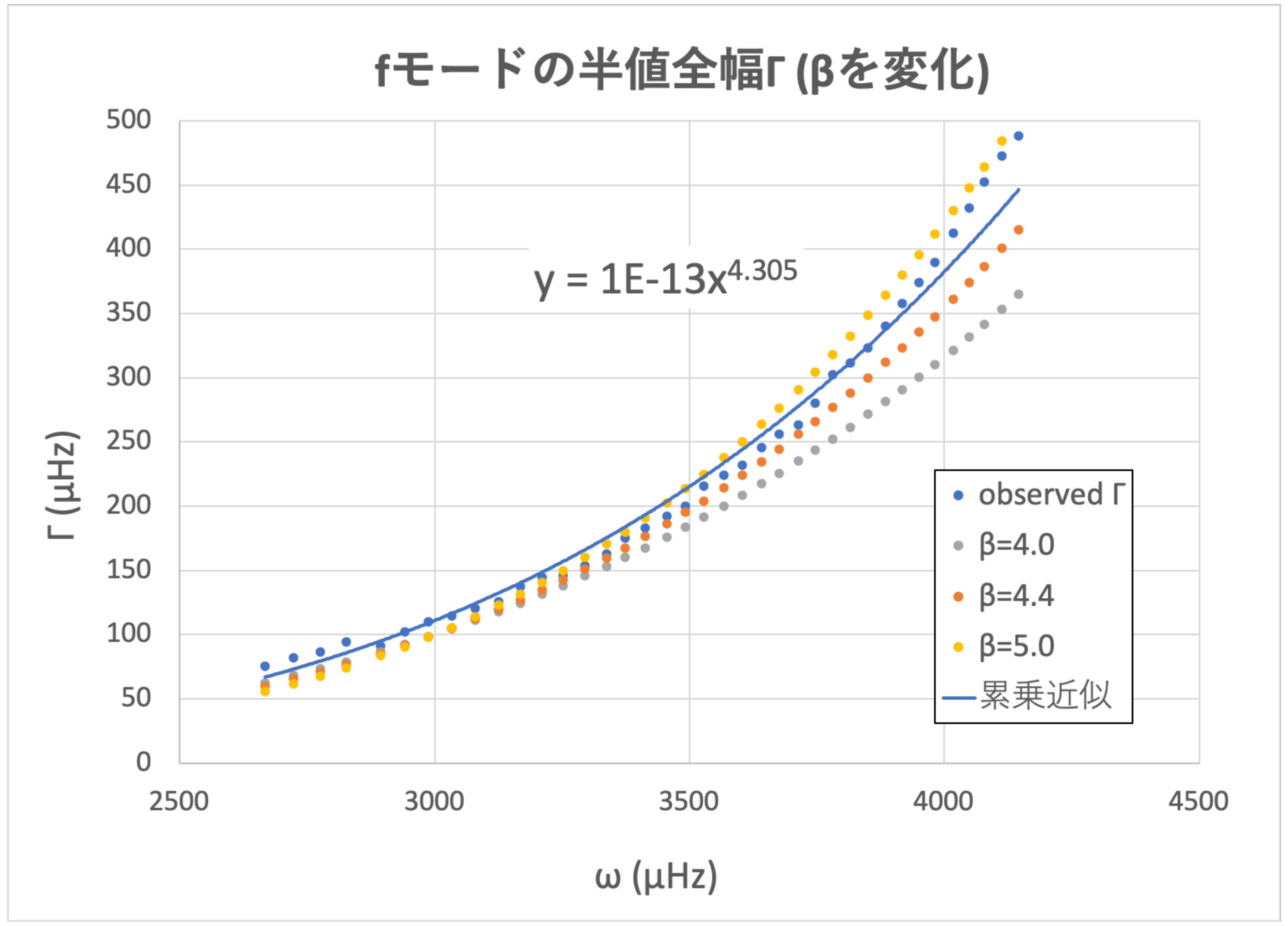
パワースペクトル(MDI/SoHO)にローレンツ・プロファイル適用し、f-modeを抽出

Gizon et al. 2002

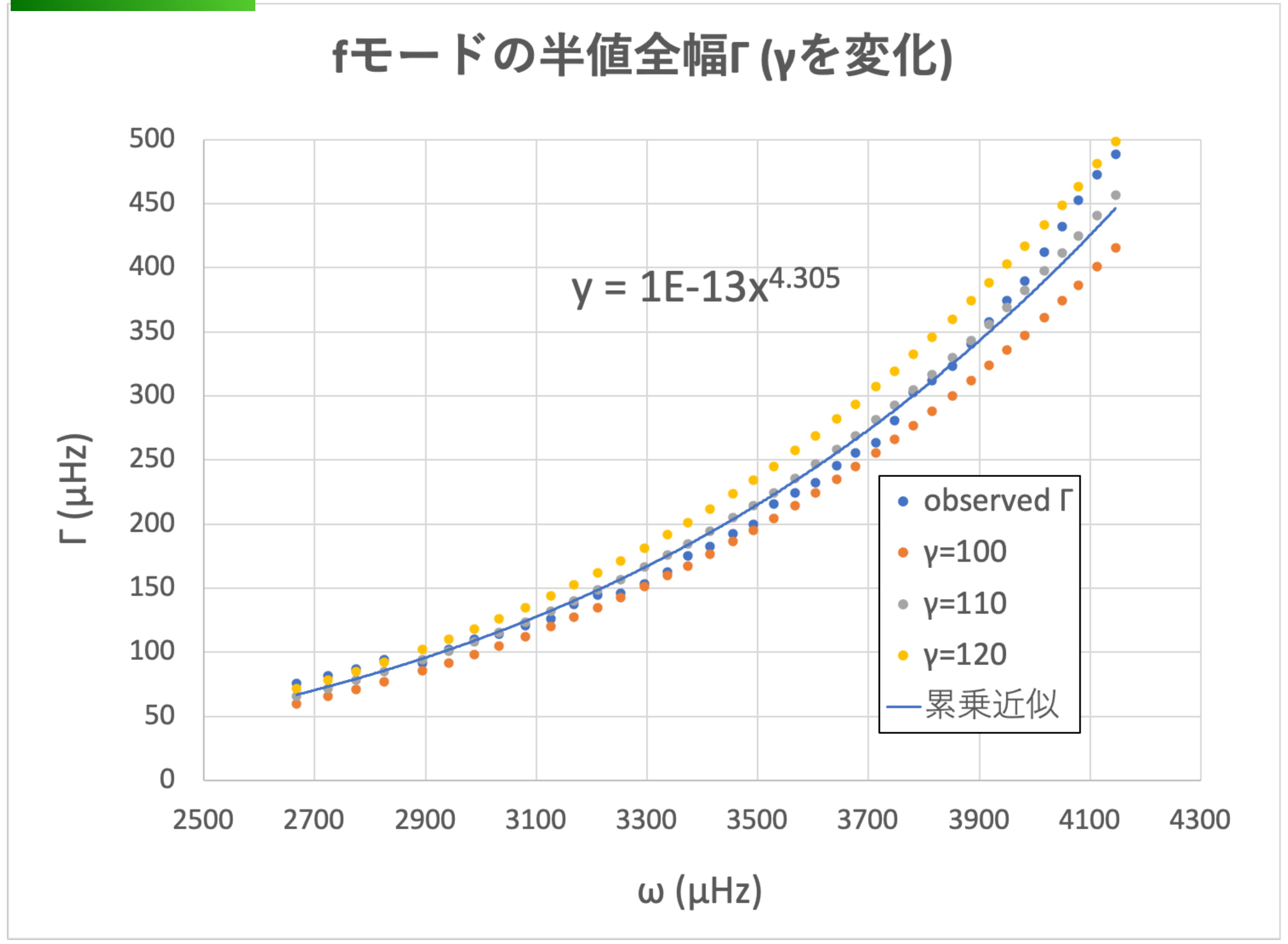
$$\Gamma^0(\omega) = \gamma \left| \frac{\omega}{\omega_*} \right|^\beta$$

$\omega_*/2\pi = 3$ mHz, $\gamma = 100$ μHz, $\beta = 4.4$

βを変化



γを変化



X

表面重力波の減衰

減衰率Υの決定

現象論モデルを使用

減衰率は振動数に依存、高振動数ほど強く減衰する(Duvall 1998)

振動数依存を実装→時間的畳み込み

$$\Upsilon^0 \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dt' \Gamma^0(t-t')\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t') \xrightarrow{\boxed{\text{時間でFourier変換}}} \Upsilon^0 \boldsymbol{v}(\boldsymbol{k},\omega) = \Gamma^0(\omega)\boldsymbol{v}(\boldsymbol{k},\omega)$$

本論文では$\Gamma^0(t)$はtについての実関数で偶関数とする。この時$\Gamma^0(\omega)$も実関数で偶関数

減衰率はパワースペクトルから見積もることができ、次のように近似される

0次の減衰率演算子 $\Gamma^0(\omega) = \gamma\left|\frac{\omega}{\omega_*}\right|^\beta$ 　ここで $\omega_*/2\pi = 3\ \mathrm{mHz}, \gamma/2\pi = 100\ \mu\mathrm{Hz}, \beta = 4.4$

$1.5\ \mathrm{mHz} < \omega/2\pi < 5\ mHz$の範囲で近似が成立(Gizon et al.2002)

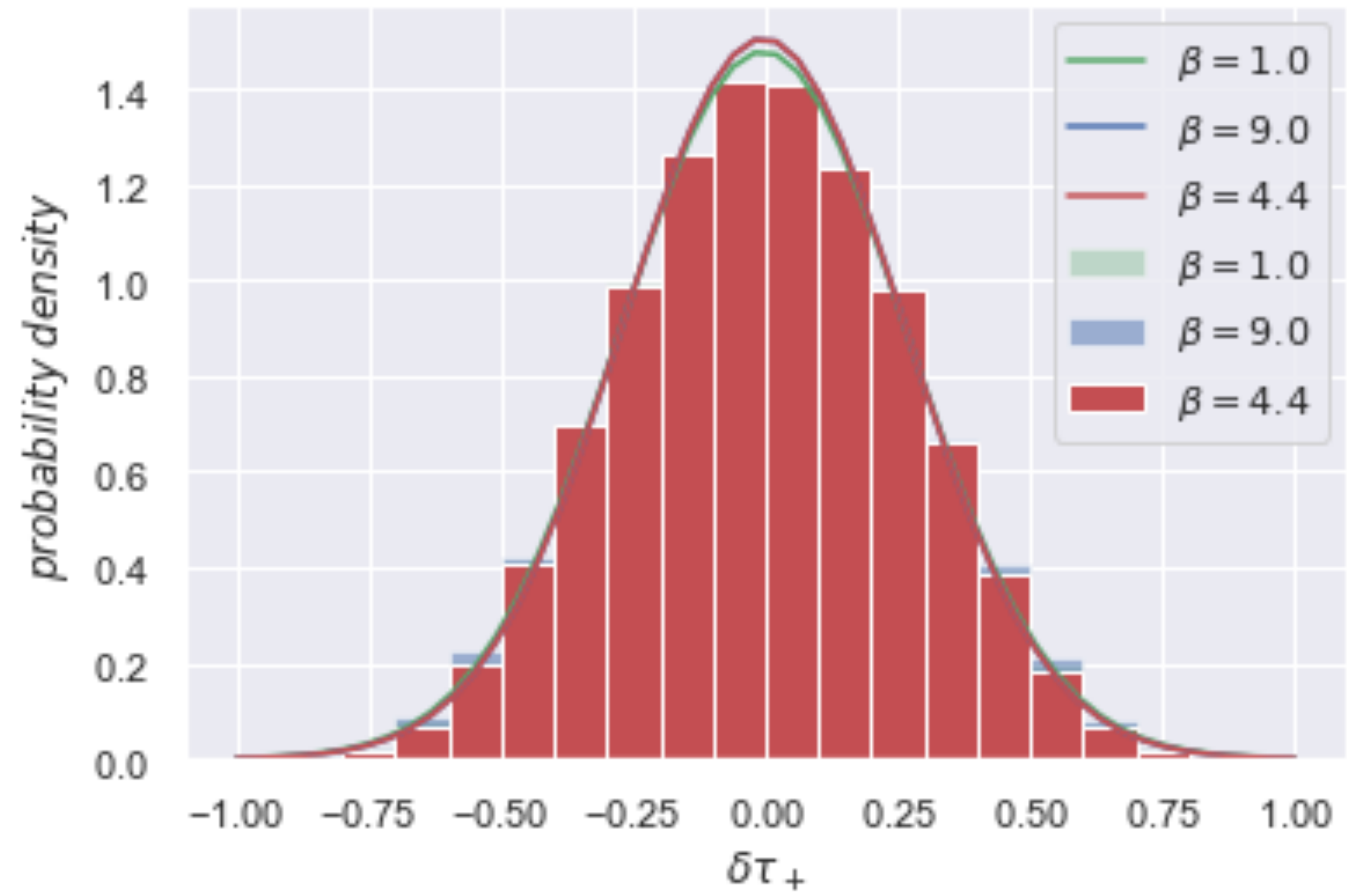
結果：半値全幅$\Gamma(\omega)$の伝播時間摂動に対する影響

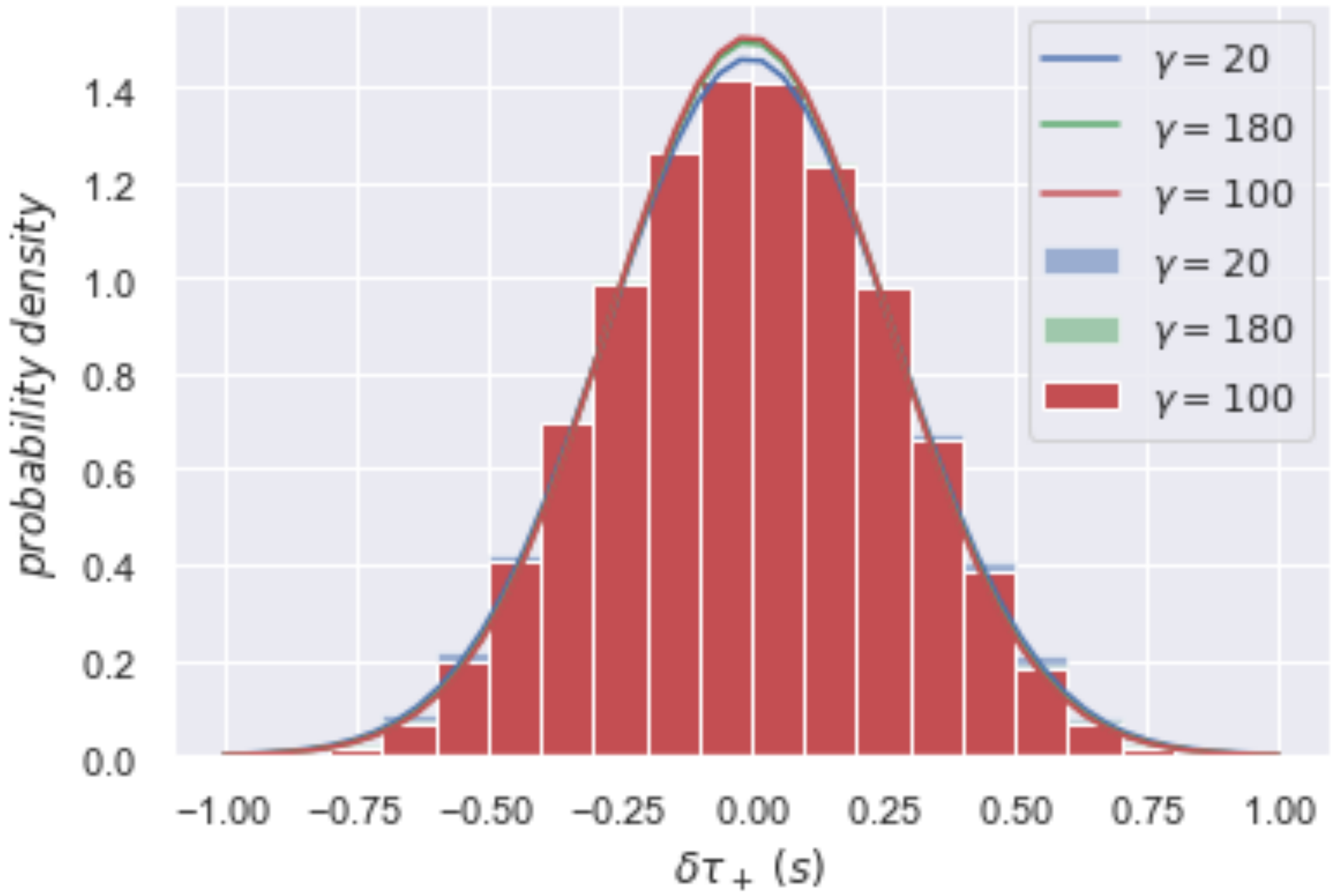
観測にも適合し伝播時間摂動の標準偏差の最小値を与える値

βへの依存性 ($\gamma=100\ \mu$m)

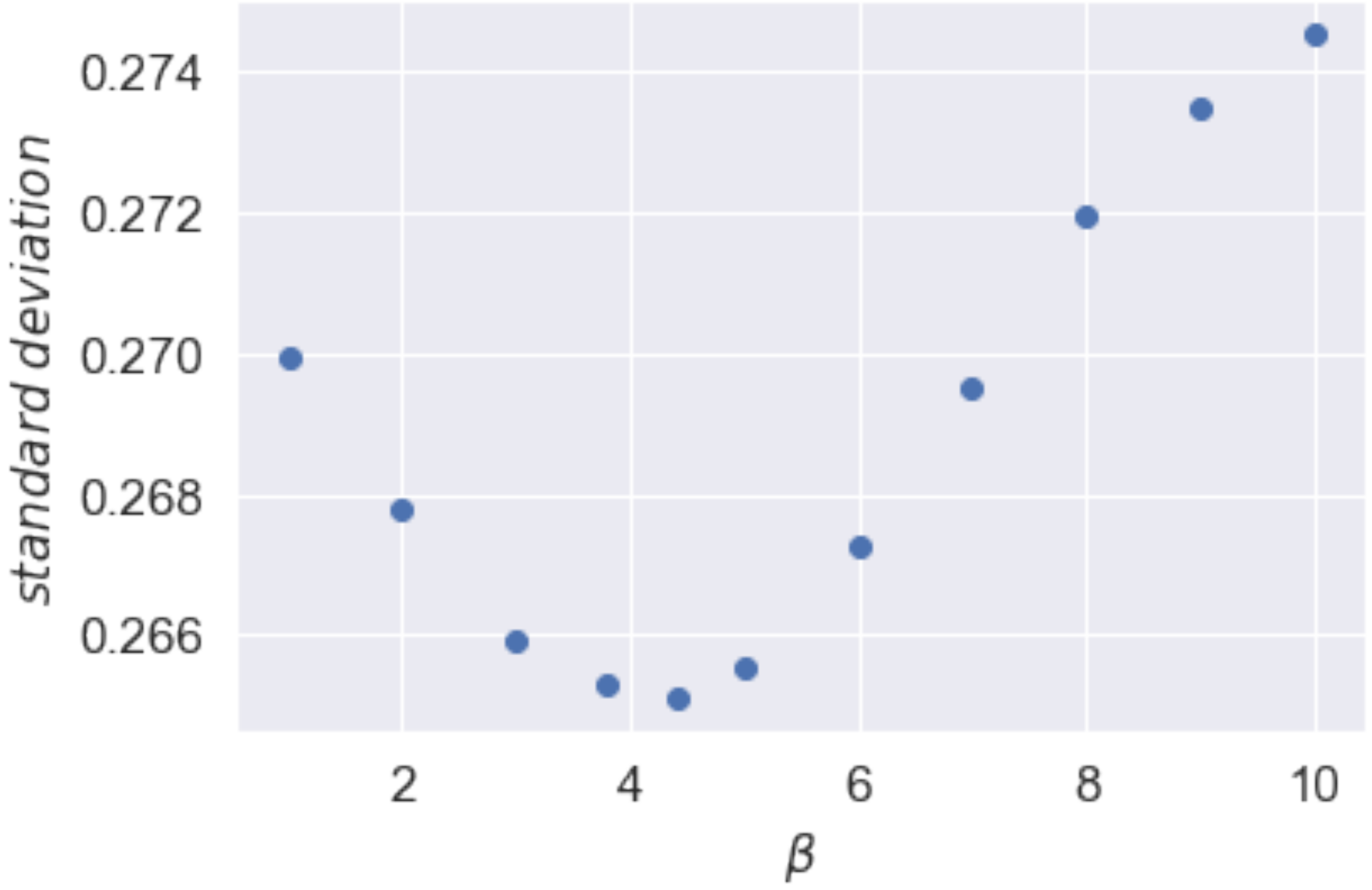
γへの依存性 ($\beta=4.4$)

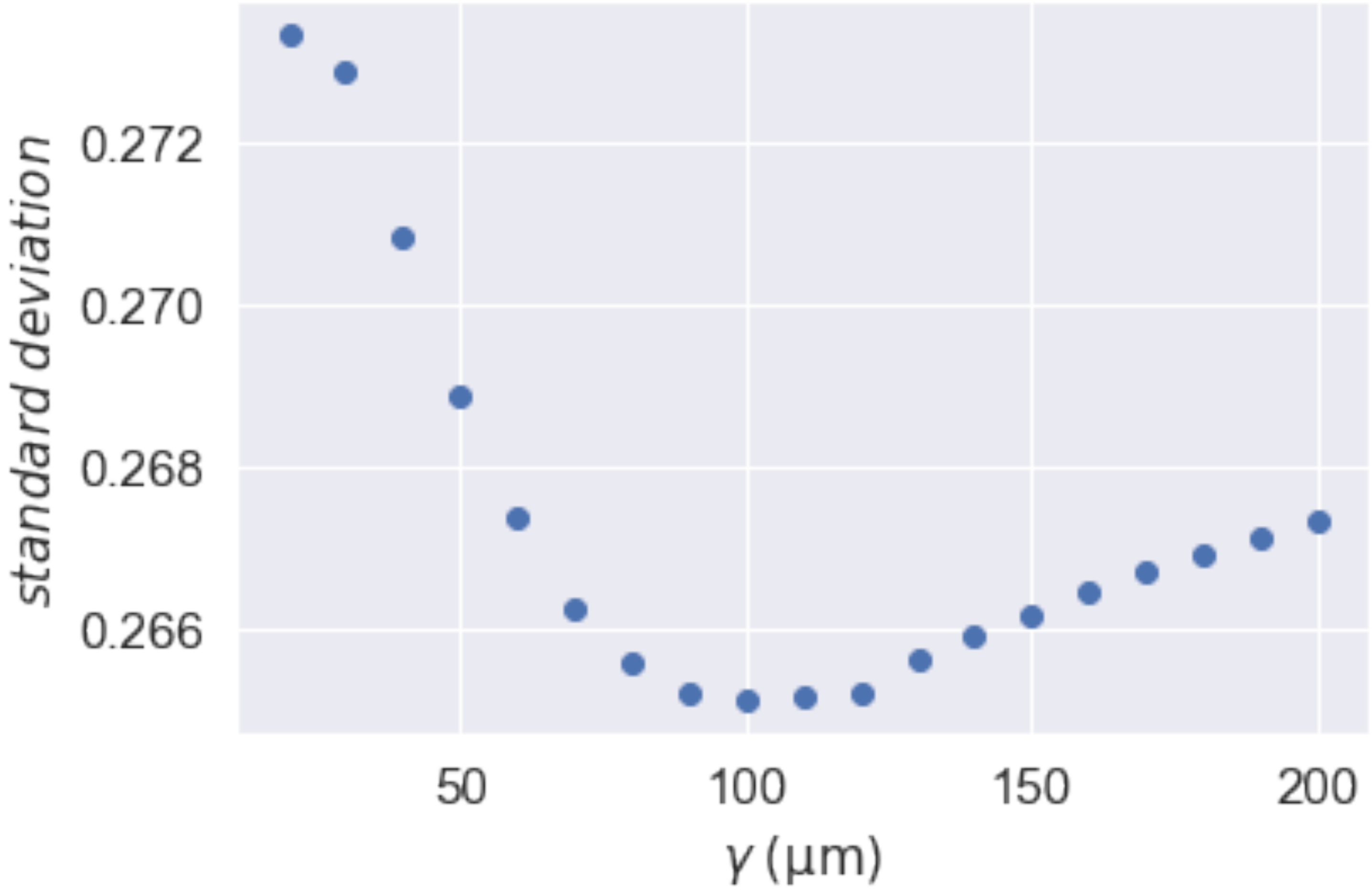
$\delta\tau_+$の確率分布





標準偏差の変化





SDはモデルに用いた値($\beta=4.4, \gamma=100\ \mu$m)の近傍で最小となる

βの変化は4.4を中心に対称

γの変化は
100 (μm)以下では急激に
100 (μm)以上では緩やかに
変化

観測に適合し伝播時間の摂動の
標準偏差を最小にする値を発見
→p-mode(音波)等、他のmodeにも
同様にパラメータの調査をすべき

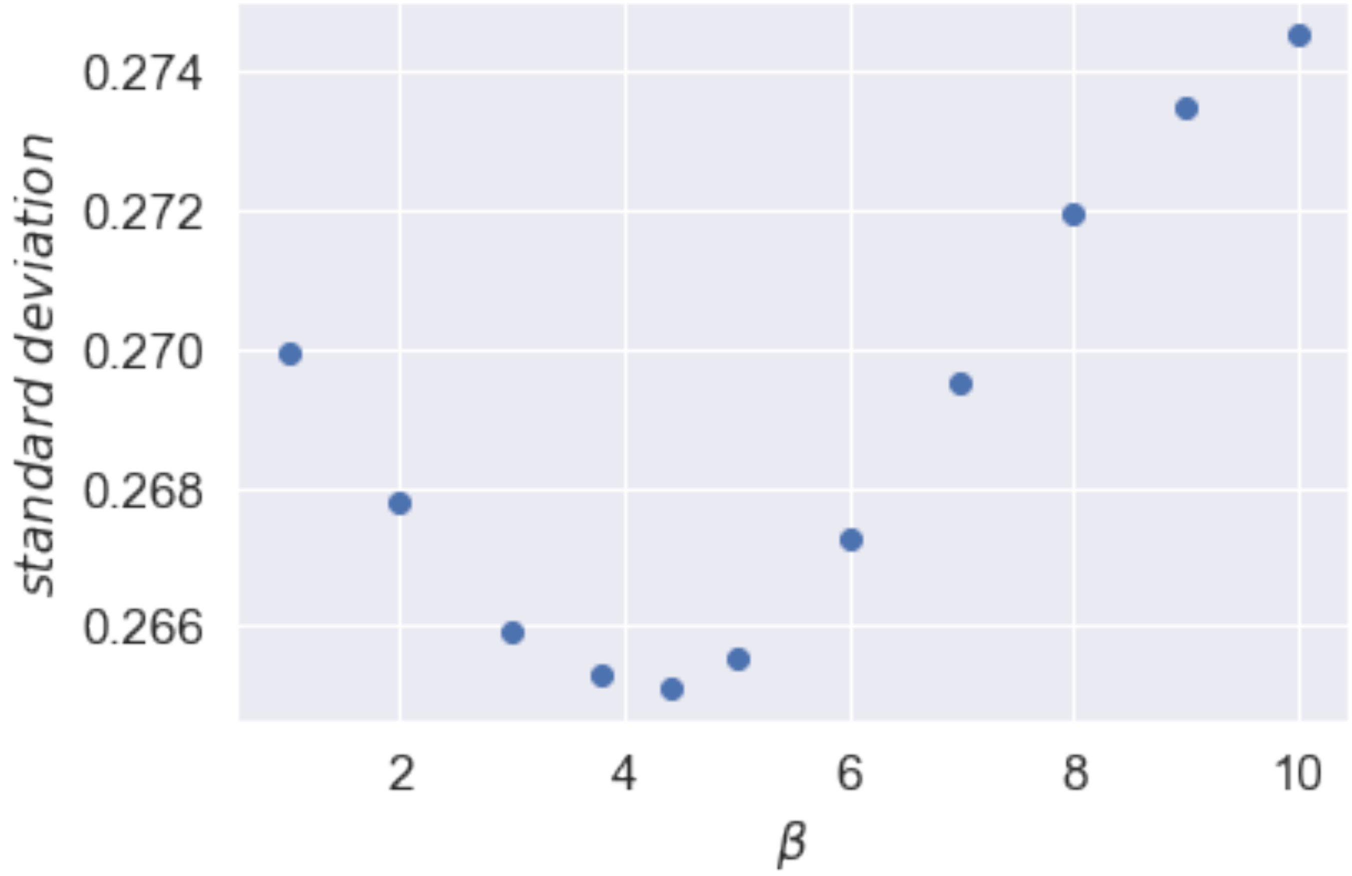
Summary

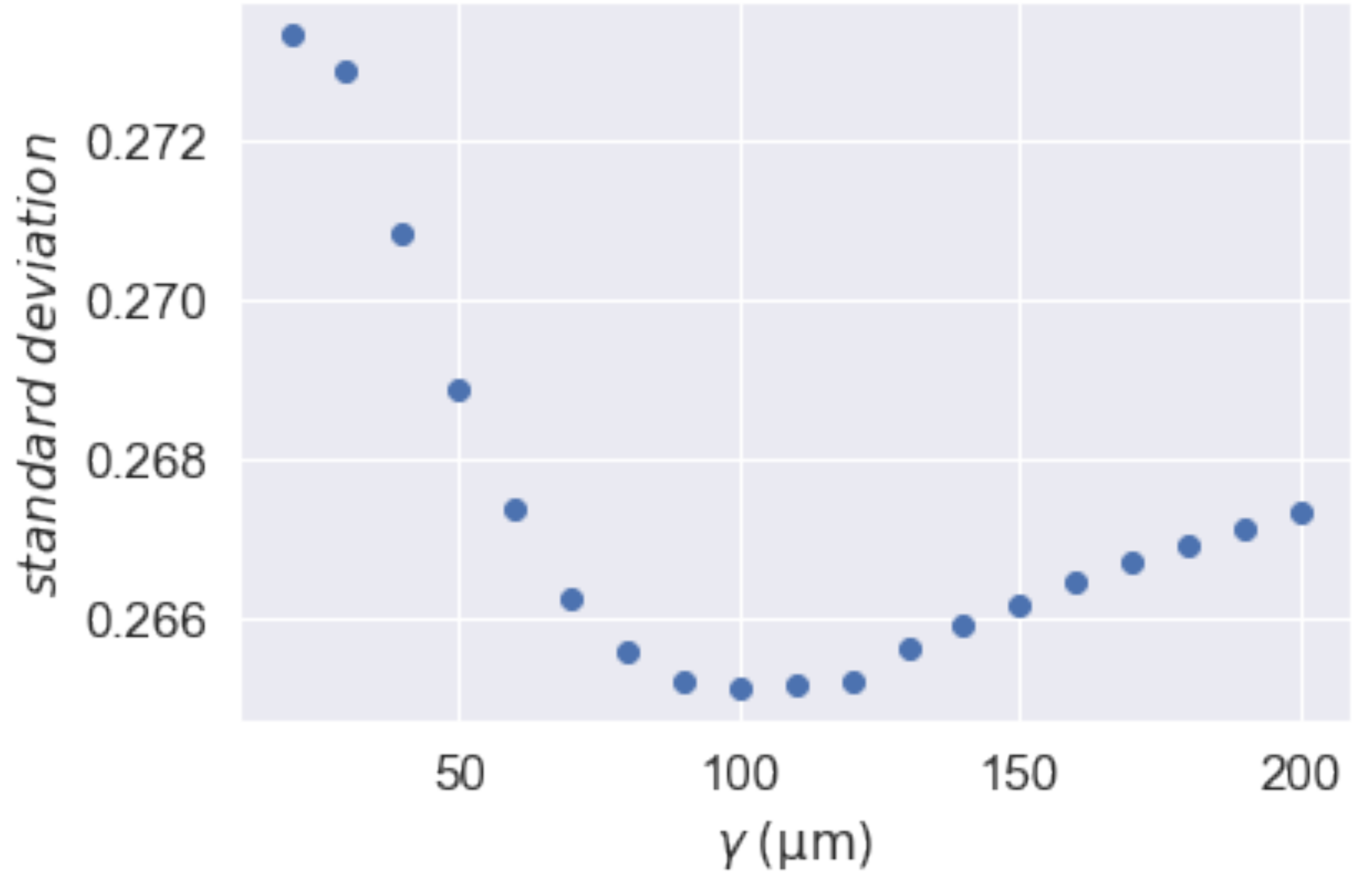
卒業研究発表

- 太陽現象の解明には対流層の流れ場の解析が重要。有効な手法は局所的日震学
- Time-distance日震学において伝播時間の標準太陽モデルに対する摂動は相互共分散関数の標準太陽モデルからの摂動との線形関係で求められる

$$\delta\tau_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt W_{\pm}(\mathbf{1},\mathbf{2},t)\delta C(\mathbf{1},\mathbf{2},t)$$

- フィルター関数のパラメータβ, γ のどちらか一方を固定した伝播時間摂動に対する依存性の調査により、伝播時間の摂動のノイズを最小にするβ, γ の値を発見。他のモードでもフィルターのパラメータ値の確定も行うべき。





アウトライン

1. 日震学について
2. time-distance日震学について
3. 研究目的と内容
4. データと計算領域
5. 結果：伝播時間摂動の分布
6. フィルター関数について
7. 結果：フィルター関数のパラメータの伝播時間摂動への依存性
8. Summary