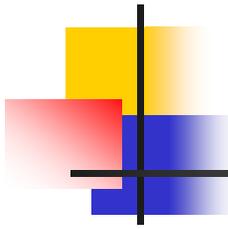


一般座標系CIPコードの作成

相対論的CIP-MOC-CTコードの作成に向けて

木暮 宏光(京都大学)



CIP法とは(1)

基礎方程式:理想MHD方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla \left(p + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi\rho} \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} + \mathbf{g}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = -\gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

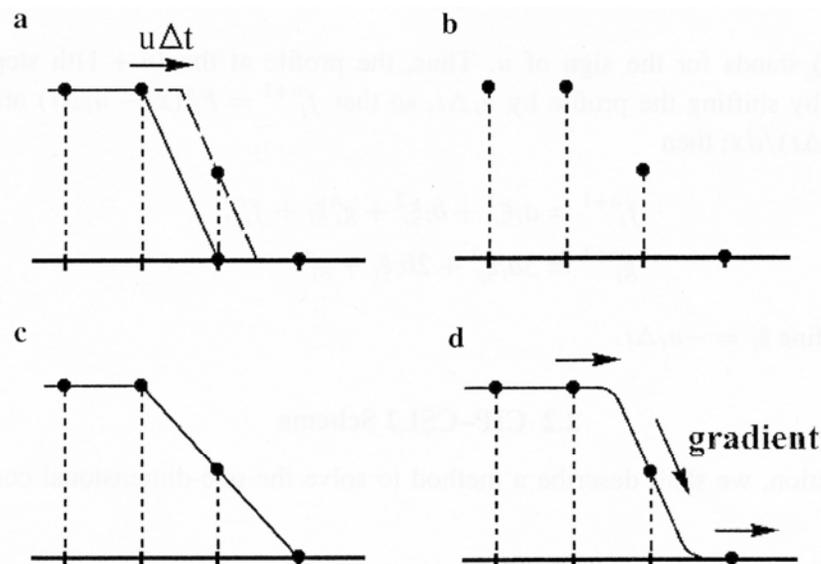
$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

密度、速度、圧力の方程式の左辺は移流方程式の形をしている。
この移流方程式部分を精度良く解く方法がCIP法(右辺に関しては差分法を用いる)。

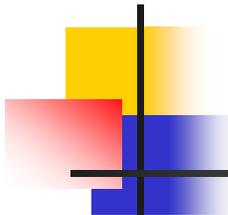
CIP法とは(2)

CIP法: 物理量それ自身のみならず、その微分量の時間発展も計算。

物理量の値とその微分値を用いて、格子点間の物理量分布を3次関数で補間する。その分布が速度 v で移流されると考える。



方程式を、移流を解く部分(移流相)とそれ以外を解く部分(非移流相)にわけて解く(セミラグランジュ法的一种)。



微分量の時間発展

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = H$$

微分

$$\frac{\partial f'}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f' = H' - \mathbf{v}' \cdot \nabla f$$

CIP法

基礎方程式の両辺を微分

微分量の時間発展の式
(CIP法を適用出来る形式に
することが出来る。)

微分値の非移流相の解き方
については、例えば「CIP法」
(森北出版)を参照。

一般座標系CIP法

現在、一般座標系(但し、直交曲線座標)CIP法を作成中。

$$(\nabla f)_i = \frac{1}{g_i} \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) f = \frac{v_l}{g_l} \frac{\partial f}{\partial x_l}$$

移流速度

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\eta v_l}{g_l} \right)$$

$$[(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{u}]_i = (\mathbf{v} \cdot \nabla) u_i + \frac{v_l u_l}{g_i g_l} \frac{\partial g_i}{\partial x_l} - \frac{v_l u_l}{g_i g_l} \frac{\partial g_l}{\partial x_i}$$

$$(\nabla \times \mathbf{v})_i = \frac{\epsilon_{ilm}}{g_l g_m} \frac{\partial}{\partial x_l} (g_m v_m)$$

$$\eta = g_1 g_2 g_3$$

これまでと同様に
CIP法を用いる。

運動方程式の右辺に新たな項として
加わる(例:円柱座標系での遠心力)。

メトリックの定義

CIP法のうち、移流相(移流方程式を解く部分)に関しては、移流速度を v_i v_i/g_i に変更すればよい。

非移流相に関しては、直交曲線座標系における $v \cdot v$ の定義から、メトリックの空間微分が出てくる。このコードでは、各メトリックの各方向微分値を、あらかじめ計算しておいている。

```

c Cartesian
hh1 = 1.d0
hh2 = 1.d0
hh3 = 1.d0
hh1d1 = 0.0d0
hh1d2 = 0.0d0
hh1d3 = 0.0d0
hh2d1 = 0.0d0
hh2d2 = 0.0d0
hh2d3 = 0.0d0
hh3d1 = 0.0d0
hh3d2 = 0.0d0
hh3d3 = 0.0d0

c Cylindrical
c hh1 = 1.0d0
c hh2 = x(i)
c hh3 = 1.0d0
c hh1d1 = 0.0d0
c hh1d2 = 0.0d0
c hh1d3 = 0.0d0
c hh2d1 = 1.0d0
c hh2d2 = 0.0d0
c hh2d3 = 0.0d0
c hh3d1 = 0.0d0
c hh3d2 = 0.0d0
c hh3d3 = 0.0d0

c Polar
c hh1 = 1.d0
c hh2 = x(i)
c hh3 = x(i)*dsin(y(j))
c hh1d1 = 0.0d0
c hh1d2 = 0.0d0
c hh1d3 = 0.0d0
c hh2d1 = 1.0d0
c hh2d2 = 0.0d0
c hh2d3 = 0.0d0
c hh3d1 = dsin(y(j))
c hh3d2 = x(i)*dcos(y(j))
c hh3d3 = 0.0d0

```

非移流相の計算

メトリックの空間
微分の項。

```

    vxmn(i, j, k) = vxmh(i, j, k) + dt*(
c gas pressure term
    &-((prh(i+1, j, k) + q(i+1, j, k) + xvisl(i+1, j, k)) -
    & (prh(i, j, k) + q(i, j, k) + xvisl(i, j, k)) +
c magnetic pressure term
    & pi8i*((by(i+1, j, k) + by(i, j, k))*(by(i+1, j, k) - by(i, j, k)) +
    & (bz(i+1, j, k) + bz(i, j, k))*(bz(i+1, j, k) - bz(i, j, k)))) +
    & p4i*(aaveby*(by(i+1, j, k) - by(i, j, k)) +
    & avebz*(bz(i+1, j, k) - bz(i, j, k))))
    &/ (dx(i)*avero*hhxm(i, j, k, 1))
c magnetic tension term
    & + pi4i/avero*
    & (aveby*(bxmy(i, j, k) - bxmy(i, j-1, k))/(hhxm(i, j, k, 2)*dym(j-1)) +
    & avebz*(bxmz(i, j, k) - bxmz(i, j, k-1))/(hhxm(i, j, k, 3)*dzm(k-1)))
c the curvature effect of the space
    & - vxmh(i, j, k)/hhxm(i, j, k, 1)*
    & vxmh(i, j, k)/hhxm(i, j, k, 1)*hhxm(i, j, k, 4) +
    & avevy/hhxm(i, j, k, 2)*hhxm(i, j, k, 5) +
    & avevz/hhxm(i, j, k, 3)*hhxm(i, j, k, 6)
    & + 1. d0/hhxm(i, j, k, 1)*
    & (vxmh(i, j, k)**2/hhxm(i, j, k, 1)*hhxm(i, j, k, 4) +
    & avevy**2/hhxm(i, j, k, 2)*hhxm(i, j, k, 7) +
    & avevz**2/hhxm(i, j, k, 3)*hhxm(i, j, k, 8))
    & + pi4i*bxm(i, j, k)/(avero*hhxm(i, j, k, 1))*
    & ( bxm(i, j, k)/hhxm(i, j, k, 1)*hhxm(i, j, k, 4) +
    & aveby/hhxm(i, j, k, 2)*hhxm(i, j, k, 5) +
    & avebz/hhxm(i, j, k, 3)*hhxm(i, j, k, 6))
    & - pi4i/(avero*hhxm(i, j, k, 1))*
    & ( bxm(i, j, k)**2/hhxm(i, j, k, 1)*hhxm(i, j, k, 4) +
    & aveby**2/hhxm(i, j, k, 2)*hhxm(i, j, k, 7) +
    & avebz**2/hhxm(i, j, k, 3)*hhxm(i, j, k, 8))
c gravity etc.
    & + gxm(i, j, k) - divQ/avero)
    enddo
    enddo
    enddo

```

テスト計算(1)

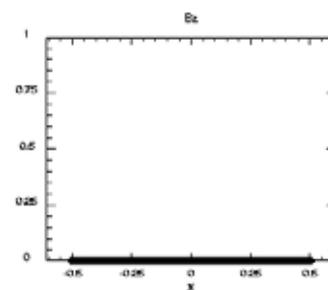
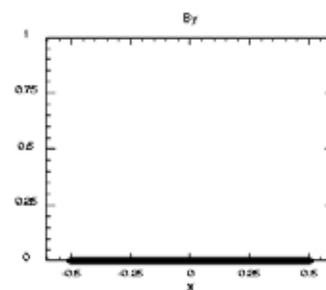
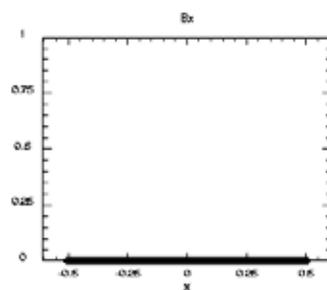
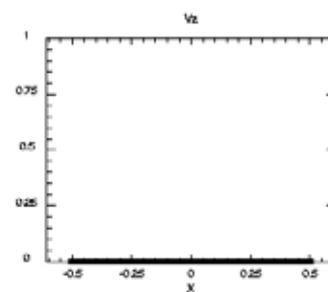
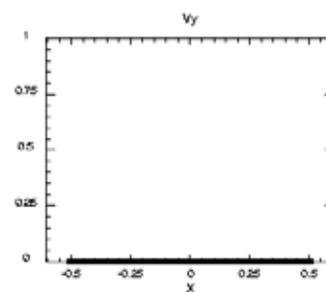
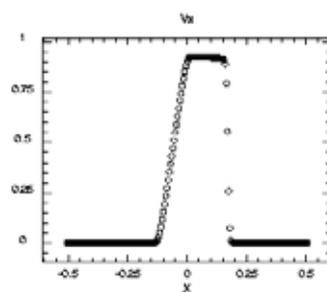
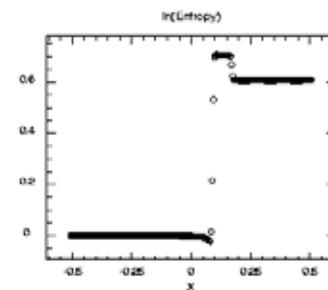
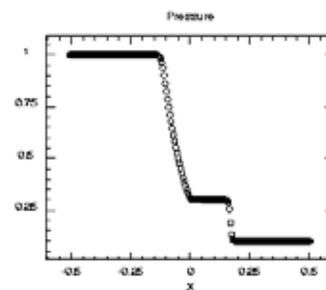
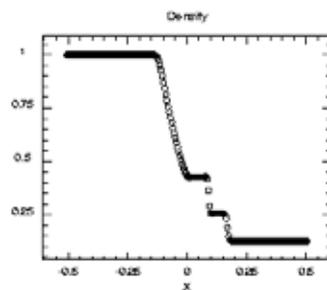
Sodの流体衝撃波
管問題。

グリッド数: 200

クーラン数: 0.5

人工粘性はStone
& Norman (1992)

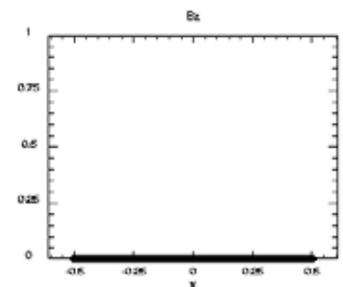
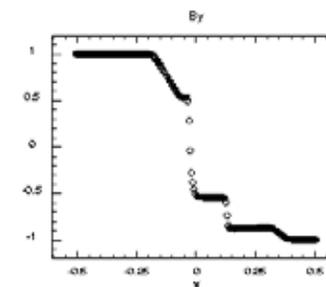
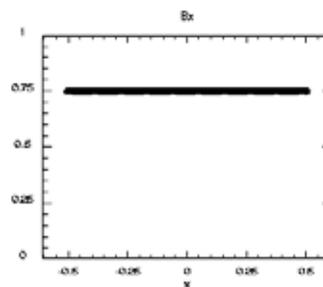
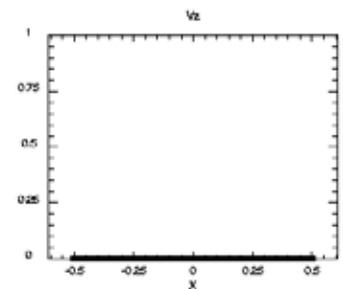
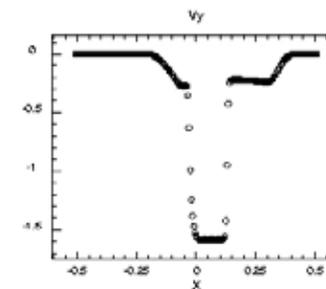
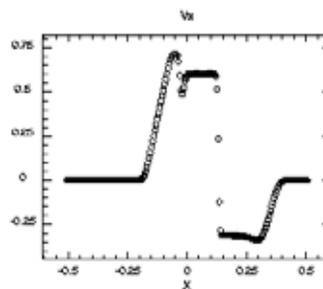
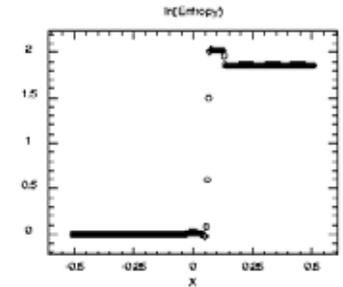
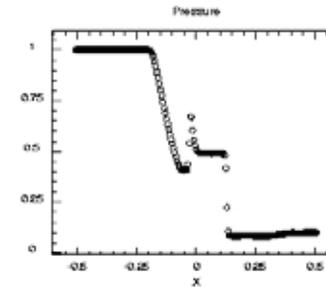
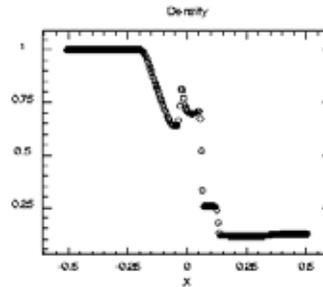
にあるテンソル型
+ 線形型の粘性。



テスト計算(2)

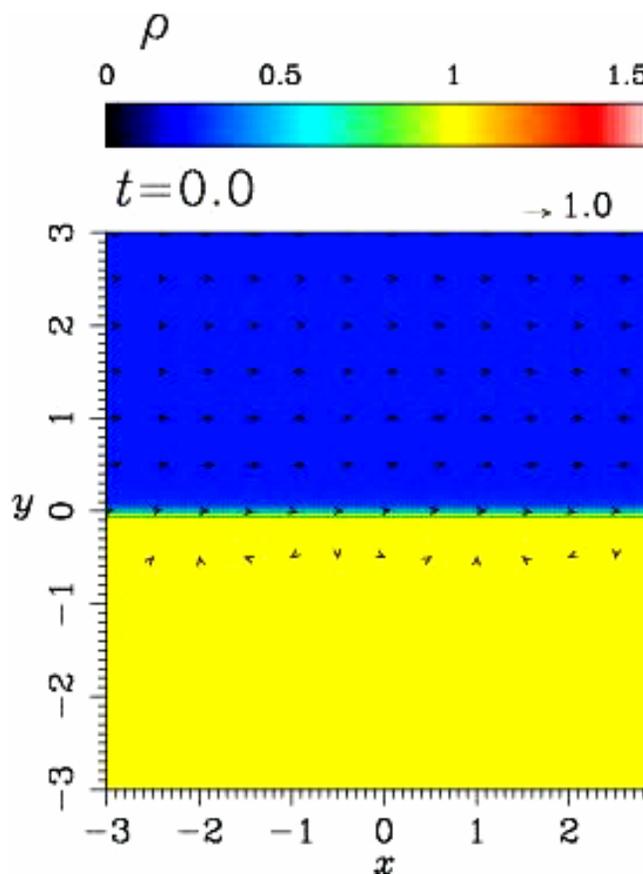
Brio & Wuの磁気
流体衝撃波管問題。
グリッド数: 200
クーラン数: 0.5

人工粘性はStone
& Norman (1992)
にあるテンソル型
+ 線形型の粘性。

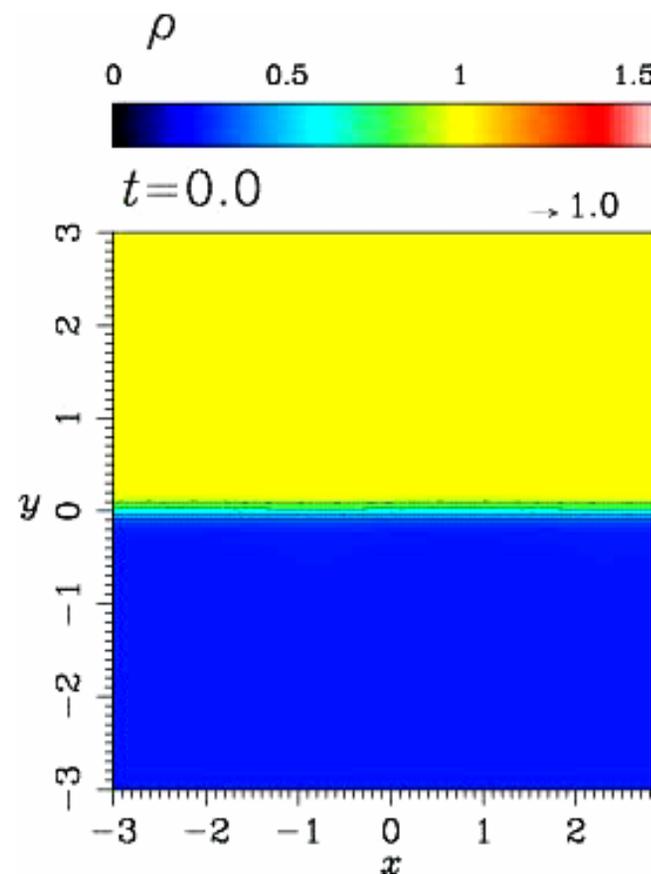


テスト計算(3)

少し古いコード
での結果。最新
のコードで再度
実行する必要
あり。



K-H Insta.



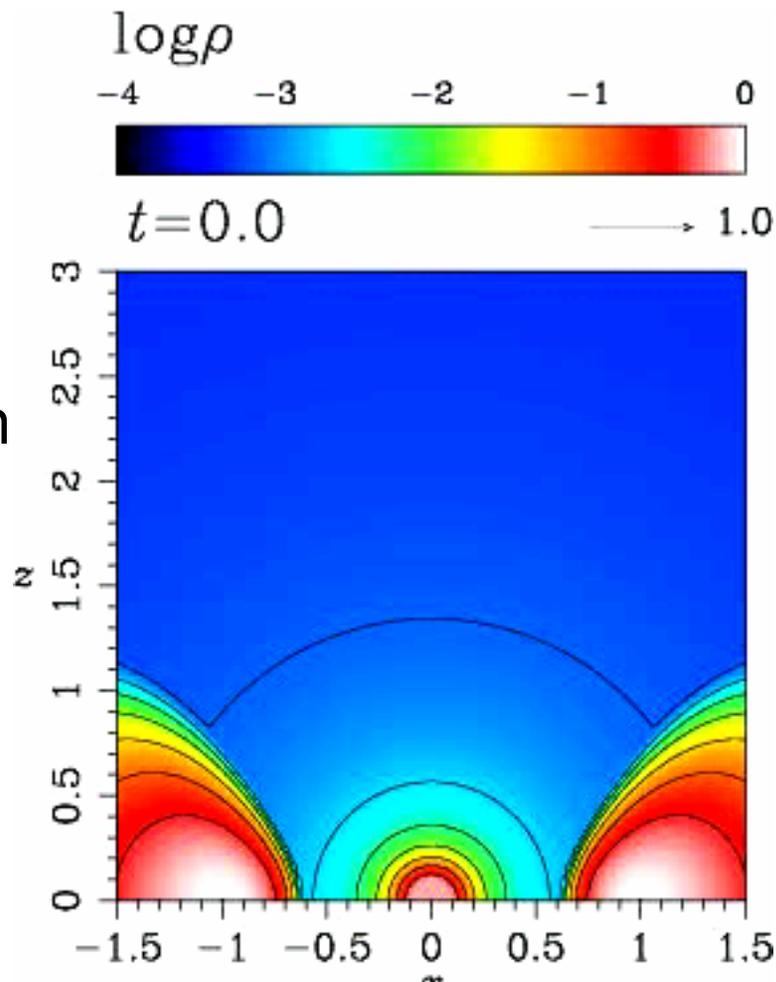
R-T Insta.

テスト計算(4)-円柱座標-

ソースコードを書き換えることなく、メトリックの定義を変更するだけ。

人工粘性はStone & Norman (1992)にあるテンソル型 + Ogata & Yabeの人工粘性 (少し古いコードでの結果)。

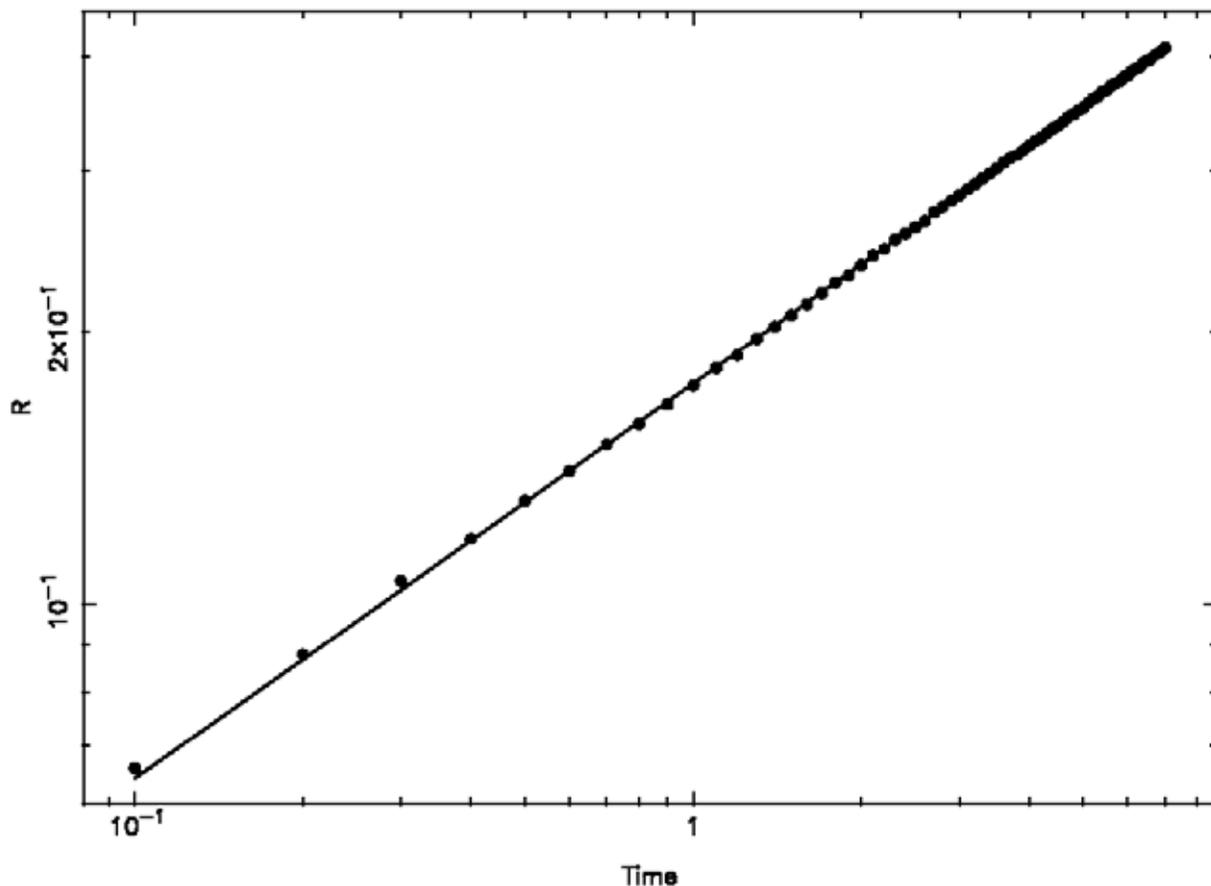
グリッド数は $(N_r, N_\theta, N_z) = (171, 41, 195)$ 。

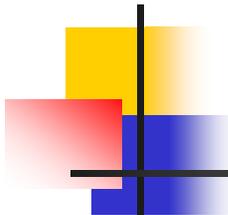


テスト計算(5)-球座標-

人工粘性はOgata & Yabeの人工粘性(?
数ヶ月前のコードでテストした結果でうる覚え)。グリッド数は(N_r , N_θ , N_ϕ) = (503, 24, 24)。

横軸時間、縦軸衝撃波の位置(圧力が最大になる場所で定義)。
 $R \propto t^{2.18/5}$ 。セドフの相似解とズレが...





CIP法に関してコメント

コーディング方法に任意性が多い 亜流がたくさん出来る。

例：移流相から解くか、非移流相から解くか。

相対論的MOC法に関して言うと...

非相対論MOC-CT法はダイレクトにはGRMHDには適用不可
(らしい。 : De Villiers & Hawley 2003)。