

二流体近似による パルサー磁気圏構造の数値解析



仰木淳平(広島大・理)

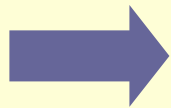
共同研究者

小畠康史(広島大・理)

Motivation

☆パルサー(or B.H.)磁気圏の解明(:ideal MHDを仮定?)

- ideal MHD条件が破れる領域の存在
- Poynting flux が支配的な領域での電磁場の構造
- 電子陽電子対の運動 $\leftrightarrow$ 電磁場
→ガンマ線バースト?



時間に依存する数値コードの開発

二流体方程式系

Maxwell 方程式

$$\frac{1}{c} \partial_t \vec{B} = -\vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\frac{1}{c} \partial_t \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e$$
$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{v}_+ + q_- n_- \vec{v}_-$$
$$\rho_e = q_+ n_+ + q_- n_-$$

- ・電磁気力以外は無視
- ・軸対称
- ・2次元
- ・時間依存

流体の式

$$n_{\pm} m_{\pm} \frac{d}{dt} (\gamma \vec{v}_{\pm}) = q_{\pm} n_{\pm} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_{\pm}}{c} \times \vec{B} \right)$$

$$\partial_t n_{\pm} + \vec{\nabla} \cdot (n_{\pm} \vec{v}_{\pm}) = 0$$

Ideal MHD近似

Ideal MHD条件

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}$$

$$\partial_t \vec{E} = 0$$



$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$$|\vec{E}| \leq |\vec{B}|$$

$\left(\frac{v}{c}\right)$ が小さいときOK

方程式系

$$\frac{1}{c} \partial_t \vec{B} = -\vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e$$

$$\rho_m \frac{d}{dt}(\gamma \vec{V}) = \rho_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}$$

$$\partial_t n + \vec{\nabla} \cdot (n \vec{V}) = 0$$



3つの移流方程式

二流体方程式系

(ideal MHDを仮定せずに解く)

Maxwell 方程式

$$\frac{1}{c} \partial_t \vec{B} = -\vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\frac{1}{c} \partial_t \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e$$

$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{v}_+ + q_- n_- \vec{v}_-$$

$$\rho_e = q_+ n_+ + q_- n_-$$

- ・電磁気力以外は無視
- ・軸対称
- ・2次元
- ・時間依存

流体の式

$$n_{\pm} m_{\pm} \frac{d}{dt} (\gamma \vec{v}_{\pm}) = q_{\pm} n_{\pm} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_{\pm}}{c} \times \vec{B} \right)$$

$$\partial_t n_{\pm} + \vec{\nabla} \cdot (n_{\pm} \vec{v}_{\pm}) = 0$$

電磁場の計算方法

Maxwell 方程式において軸対称を
仮定し、クーロングージ $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$
を採用する。

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A} - \nabla \Phi$$

$$\vec{A} = \left[\frac{F_{,\theta}}{r^2 \sin \theta}, -\frac{F_{,r}}{r \sin \theta}, \frac{G}{r \sin \theta} \right]$$

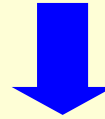
$$\vec{E} = \left[-\Phi_{,r} - \frac{F_{,t\theta}}{r^2 \sin \theta}, -\frac{\Phi_{,\theta}}{r} + \frac{F_{,tr}}{r \sin \theta}, -\frac{G_{,t}}{r \sin \theta} \right]$$

$$\vec{B} = \left[\frac{G_{,\theta}}{r^2 \sin \theta}, -\frac{G_{,r}}{r \sin \theta}, \frac{S}{r \sin \theta} \right]$$

$$S = -DF \equiv -\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right) F$$

$$F = F(t, r, \theta) \quad G = G(t, r, \theta)$$

Maxwell 方程式



$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - D \right) G = 4\pi j_\phi r \sin \theta$$

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - D \right) S = 4\pi \left\{ (rj_\theta)_{,r} - (j_r)_{,\theta} \right\} \sin \theta$$

$$\frac{1}{r^2} (r^2 \Phi_{,r})_{,r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} (\sin \theta \Phi_{,\theta})_{,\theta} = -4\pi \rho_e$$

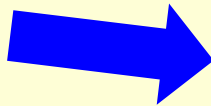
$$S = -\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right) F$$

2つの波動方程式と

2つの楕円型方程式

二流体方程式系のまとめ

電磁場の方程式



2つの波動方程式と

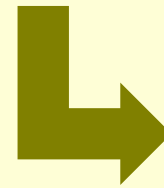
2つの楕円型方程式

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - D \right) G = 4\pi j_\phi r \sin \theta$$

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - D \right) S = 4\pi \left\{ (rj_\theta)_{,r} - (j_r)_{,\theta} \right\} \sin \theta$$

$$\frac{1}{r^2} (r^2 \Phi_{,r})_{,r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} (\sin \theta \Phi_{,\theta})_{,\theta} = -4\pi \rho_e$$

$$S = - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right) F$$



EとBを時間発展
させて解く

流体の式



2つの移流方程式

$$n_\pm m_\pm \frac{d}{dt} (\gamma \vec{v}_\pm) = q_\pm n_\pm \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_\pm}{c} \times \vec{B} \right)$$

$$\partial_t n_\pm + \vec{\nabla} \cdot (n_\pm \vec{v}_\pm) = 0$$

流体の式の計算方法

Larmor半径

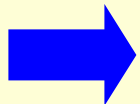
$$r_L = \frac{m v c}{q B} \sim 10^{-4} [cm]$$

light cylinder

$$\ll R_c = \frac{c}{\Omega} \sim 10^7 [cm]$$

cyclotron 周波数

$$\omega_c = \frac{q B}{m c} \sim 10^{13} [Hz] \gg \Omega \sim 10^3 [Hz]$$



速度の磁場に垂直な成分を

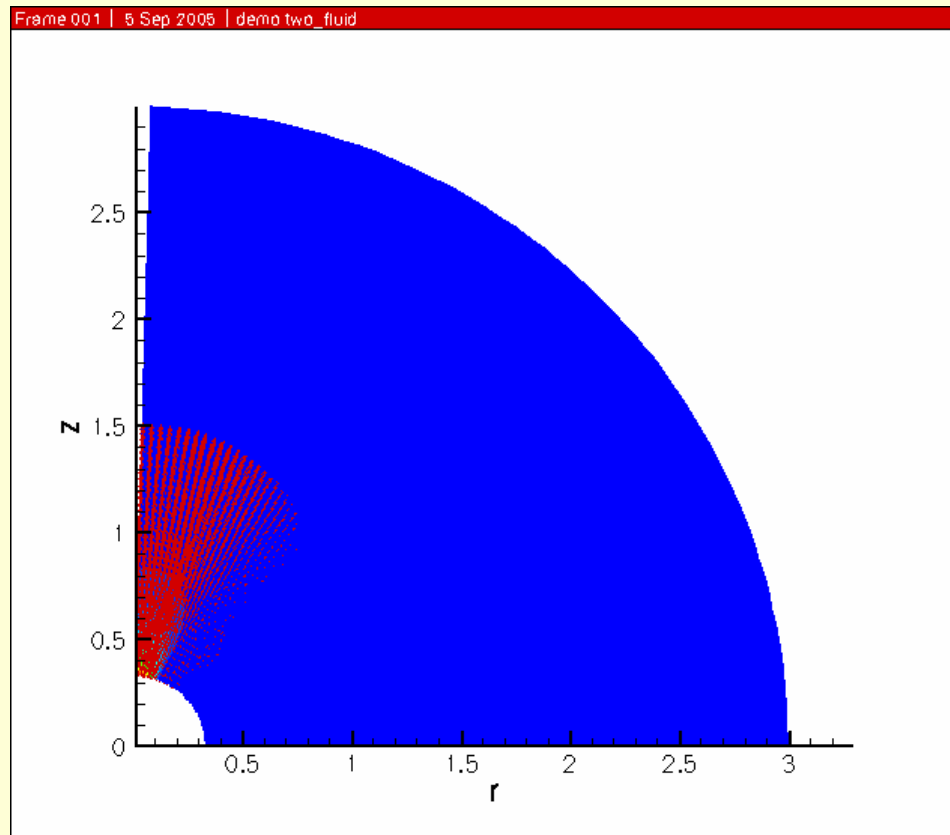
ドリフト速度 $\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$ で近似 ($|B| > |E|$)

$$\frac{d}{dt}(\gamma \vec{v}_{\parallel}) = \chi \vec{E} \cdot \vec{b}$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma \vec{v}_{\perp}) = \chi \left(\vec{E} - (\vec{E} \cdot \vec{b}) \vec{b} + \vec{v} \times \vec{B} \right) = \chi (\vec{v} - \vec{v}_D) \times \vec{B}$$

$$\left(\chi = \frac{q}{m} \right)$$

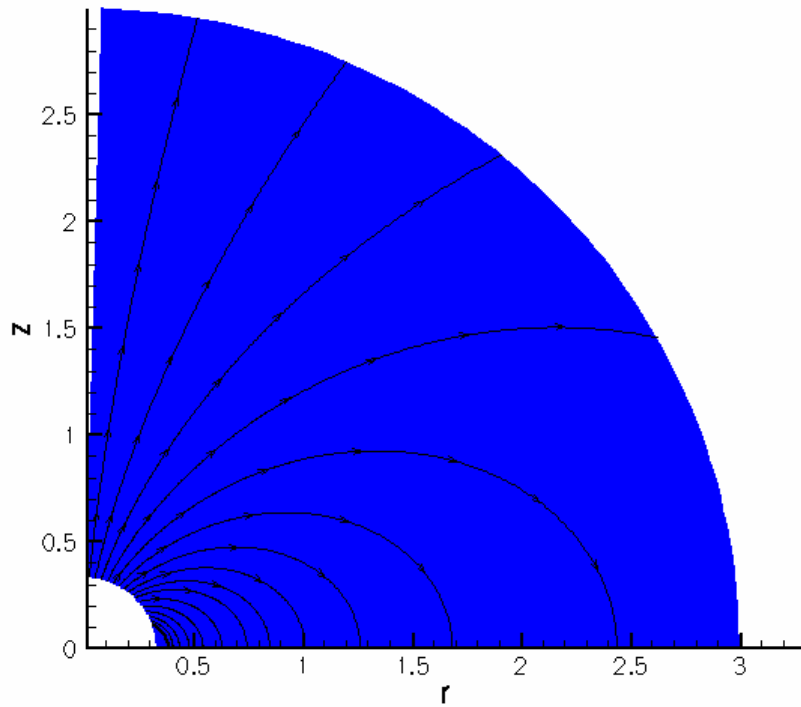
テスト計算と現状(1)



電子の速度

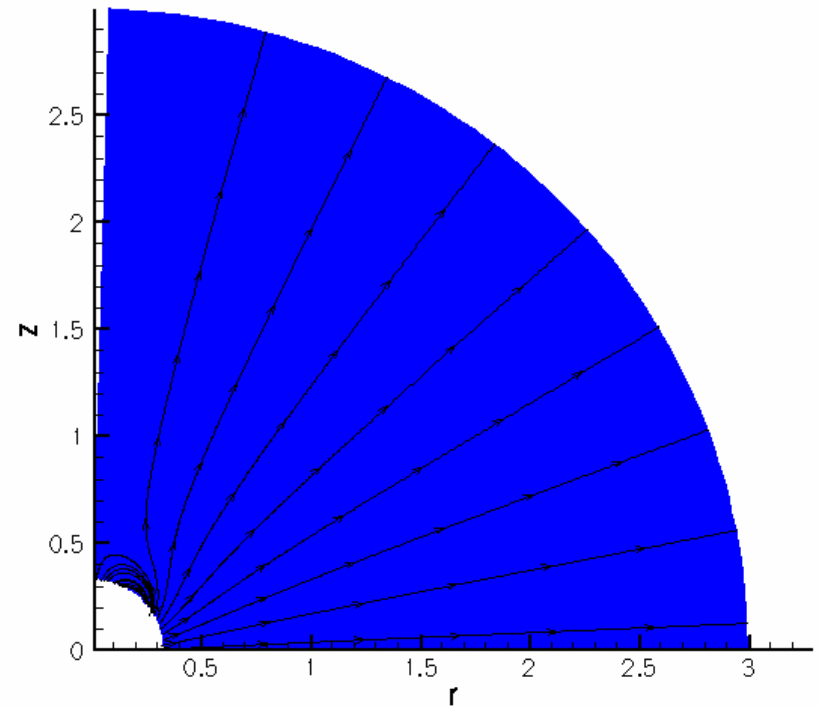
テスト計算と現状(2)

Frame 001 | 5 Sep 2005 | demo_two_fluid

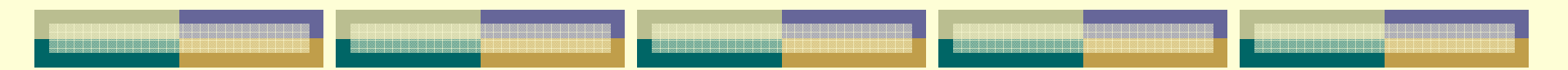


磁場

Frame 001 | 5 Sep 2005 | demo_two_fluid



電場



まとめ

☆二流体計算コードを開発中

課題

- ・数值的

- 精度、スピード、解析、定常的な構造 etc.

- ・物理的

- 閉曲線と開曲線の境、入射の条件 etc.

