

現実的状态方程式、 ニュートリノ冷却入りSRMHD

滝脇 知也(東大理)

共同研究者

諏訪雄大(東大理) 固武 慶(早稲田理工)
山田章一(早稲田理工) 佐藤 勝彦(東大理)

本日の目次

超新星爆発の機構と必要とされる物理

個性豊かな超新星爆発とその要因

シミュレーションコード

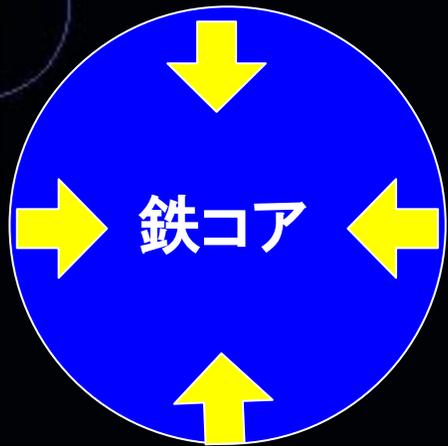
シミュレーション結果

今後の展望

超新星爆発の機構 と 必要とされる物理

—入力物理の重要性—

超新星爆発の過程1:鉄のコアの重力崩壊



$$R_{\text{core}} \approx 1000 \text{ km}$$
$$M_{\text{core}} \approx 1.4 M_{\odot}$$
$$\rho_{\text{center}} \approx 3 \times 10^9 \text{ g/cm}^3$$

$$M_{\text{star}} > 8 M_{\odot}$$

鉄が出来ると核燃焼がとまる

鉄の光分解(吸熱反応)

電子捕獲(電子の縮退圧減)



$$P = P_{\text{thermal}} + P_{\text{degenerate}}$$



コアの爆縮

ニュートリノトラップ

弱い相互作用で散乱断面積が小さい

$$\sigma \sim 10^{-38} \text{cm}^2 \text{ (at 1GeV)} \quad \text{e.g.} \quad \sigma_T \sim 10^{-25} \text{cm}^2$$

しかし超新星爆発の過程で生じる
高密度のコアにはトラップされてしまう

タイムスケールの比較

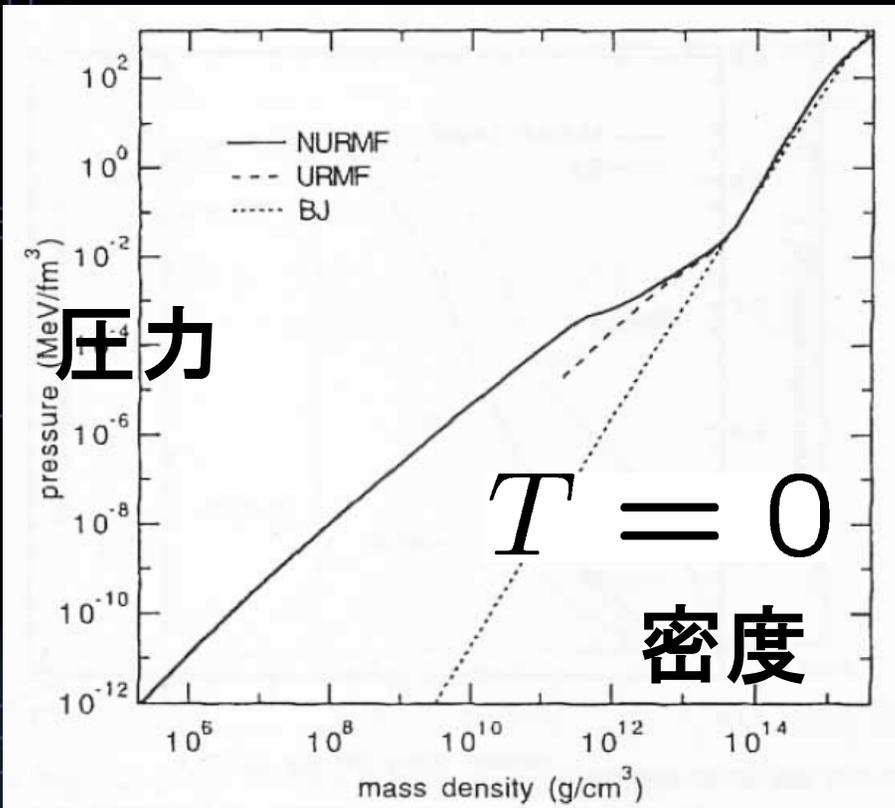
$$\tau_{\text{ff}} \sim \frac{1}{\sqrt{G\rho}} = 4 \times 10^{-3} \text{ s} \left(\frac{\rho}{1 \times 10^{12} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/2} = \tau_{\text{diff}} \sim 8 \times 10^{-2} \text{ s} \left(\frac{\rho}{1 \times 10^{12} \text{ g cm}^{-3}} \right)$$

$$\rho \sim \rho_{\text{trap}} \sim 1.4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$$

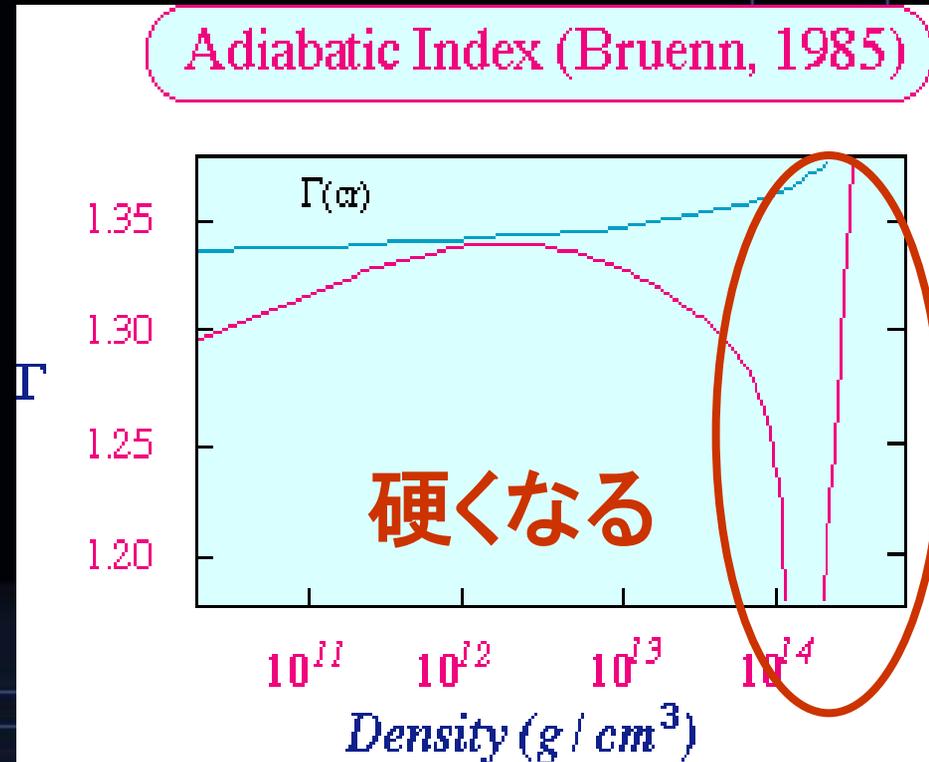
超新星ニュートリノは
透明な部分と不透明な部分を両方扱う必要がある

超新星爆発の過程2: 核密度でのバウンス

$$\rho_{\text{center}} \approx 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3 \quad P = K\rho^\Gamma$$

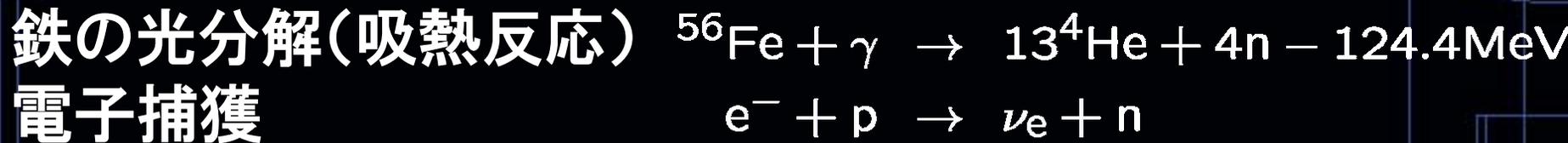


Shen et al. (1998)



超新星爆発の過程3: 衝撃波の伝播

$$dU = pdV \text{ 加熱}$$



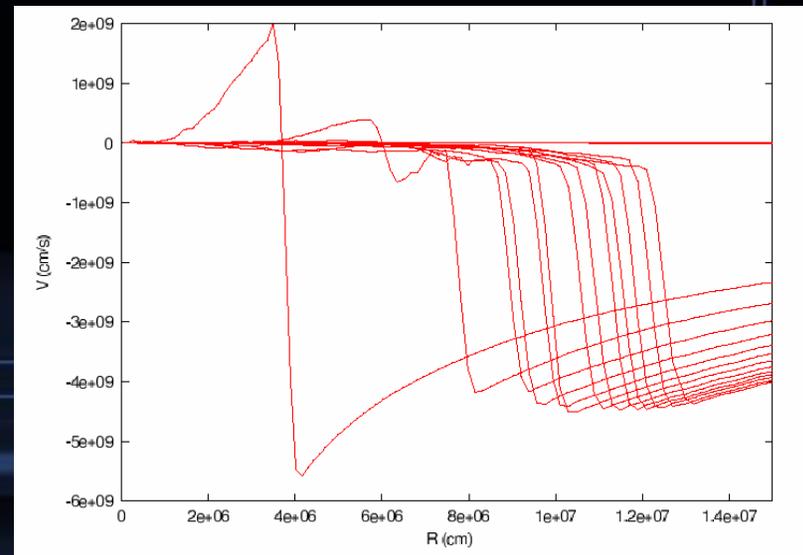
ラム圧力

$$\rho dv^2$$

星の中心

衝撃波の進む向き

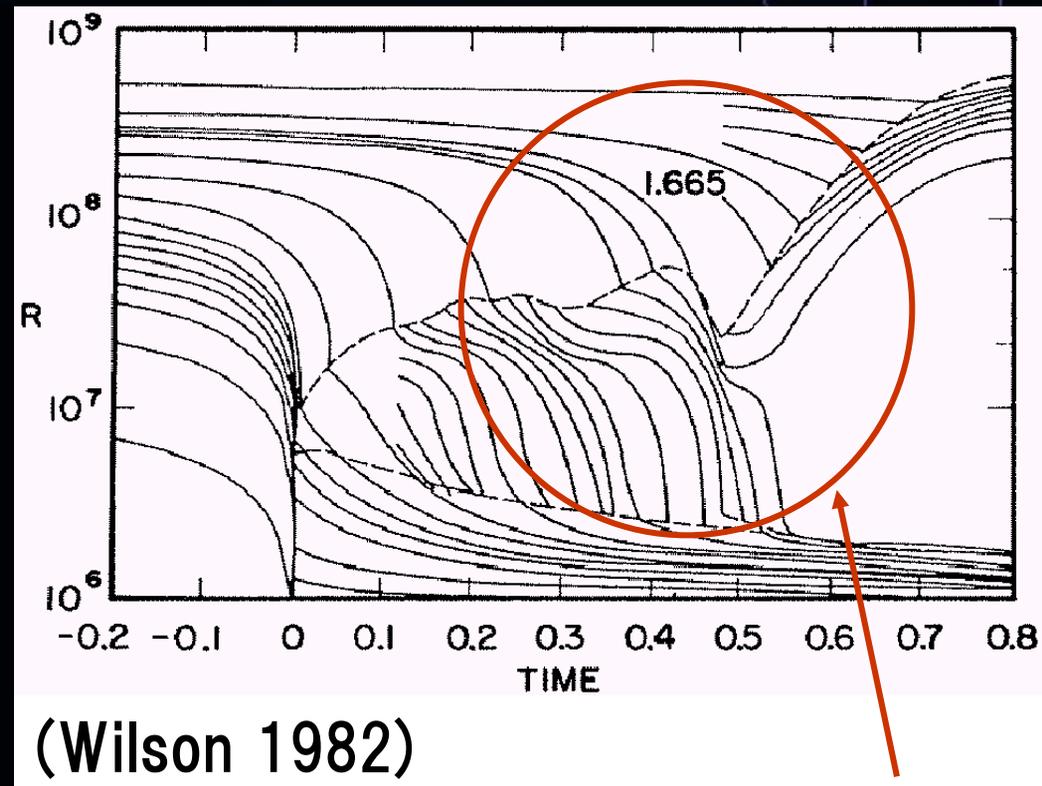
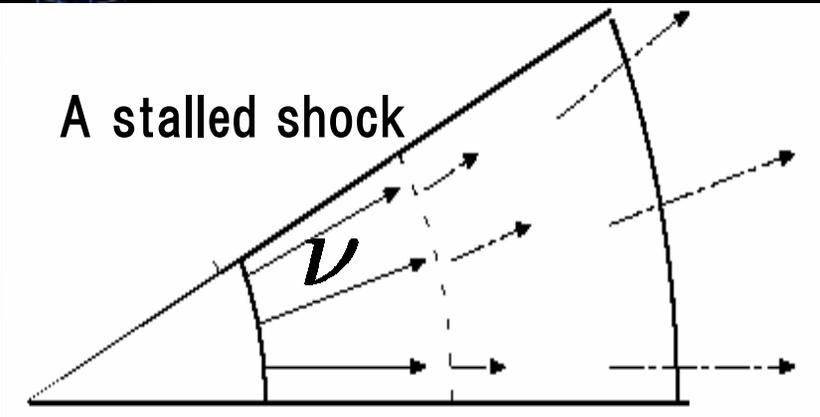
物の落ちる向き



Kotake et al. 2003

超新星爆発の過程4: ニュートリノ加熱による遅延爆発

ニュートリノによる加熱

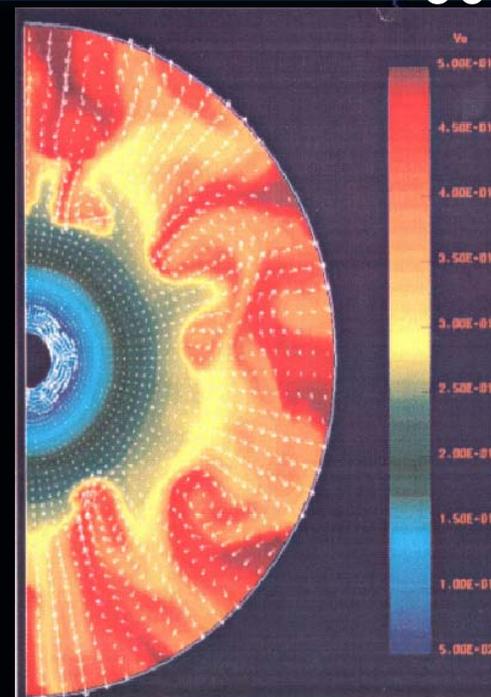
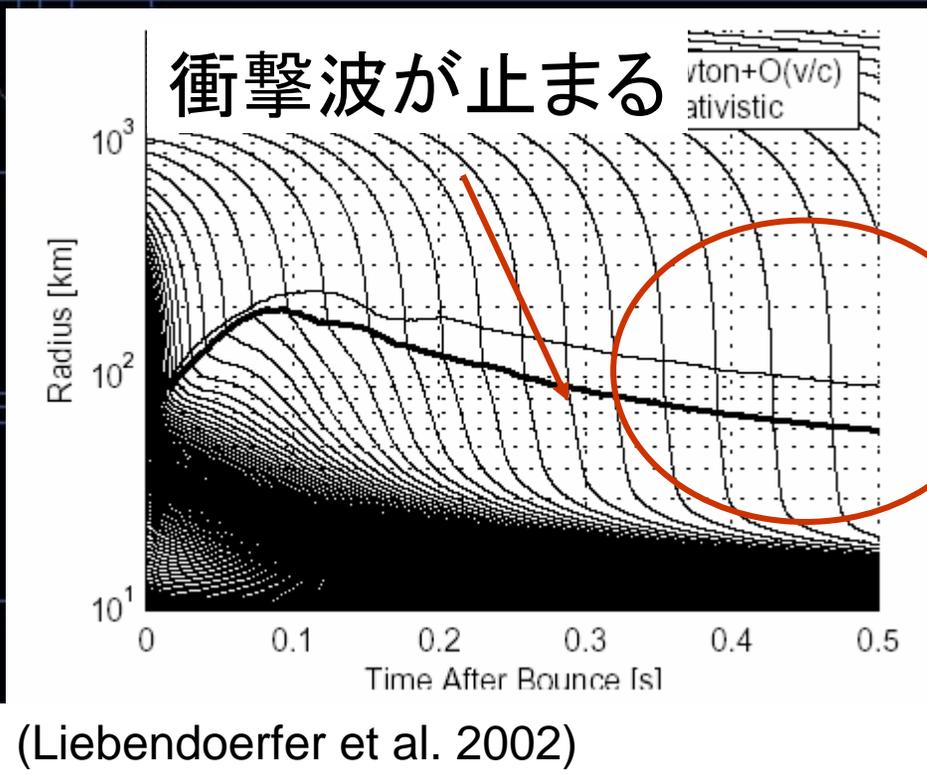


少し時間が経ってから衝撃波が復活する。

爆発メカニズム解析にやはりニュートリノは不可欠

球対称シミュレーションの現状

300km

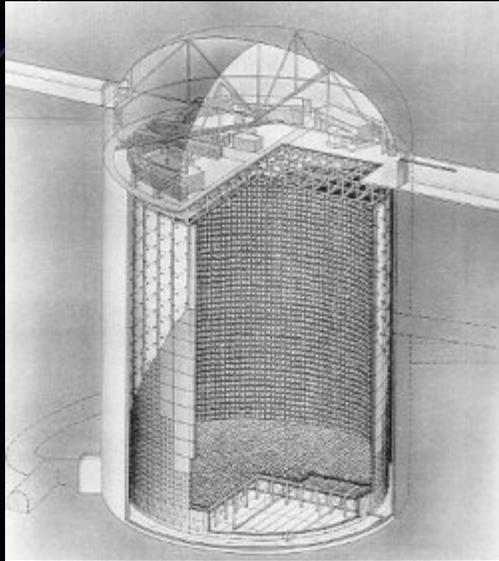


Ye (Janka et al. 1996)

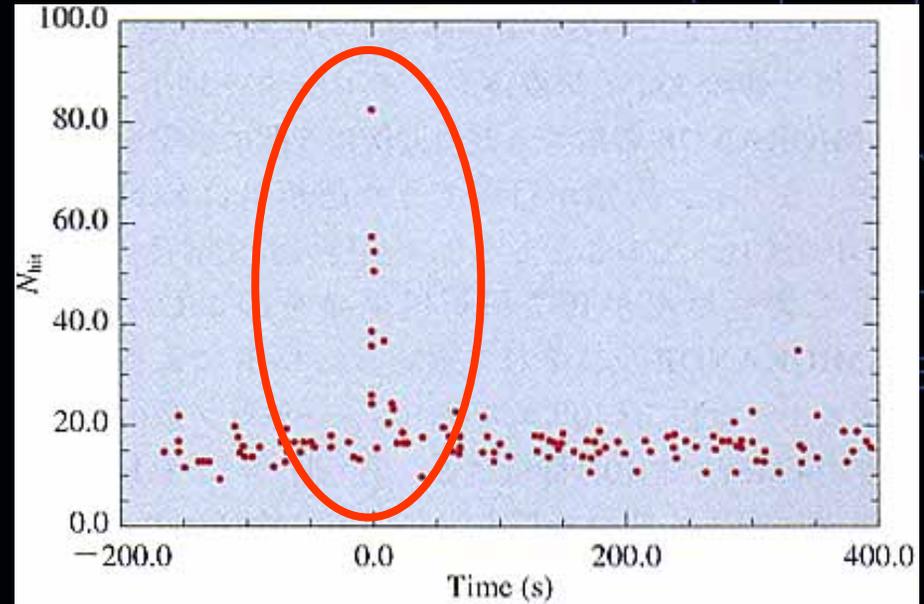
どうしたらニュートリノ加熱の効率がよくなるのか
対流が強く効けばいい。

一つの可能性として磁場もありえる(Masada et al.)

観測との比較



カミオカンデ



SN1987Aからのニュートリノ検出

ニュートリノ放出を計算することは観測と比較するということでも大事

超新星爆発の機構と 必要とされる物理のまとめ

超新星爆発の計算をするためには

1.鉄の光分解

2.核密度で硬くなる状態方程式

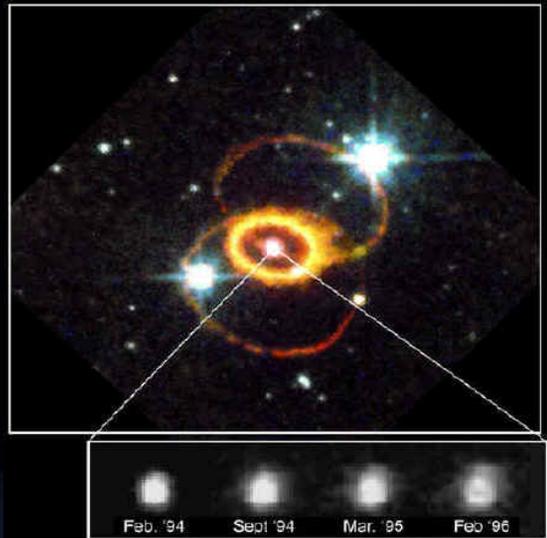
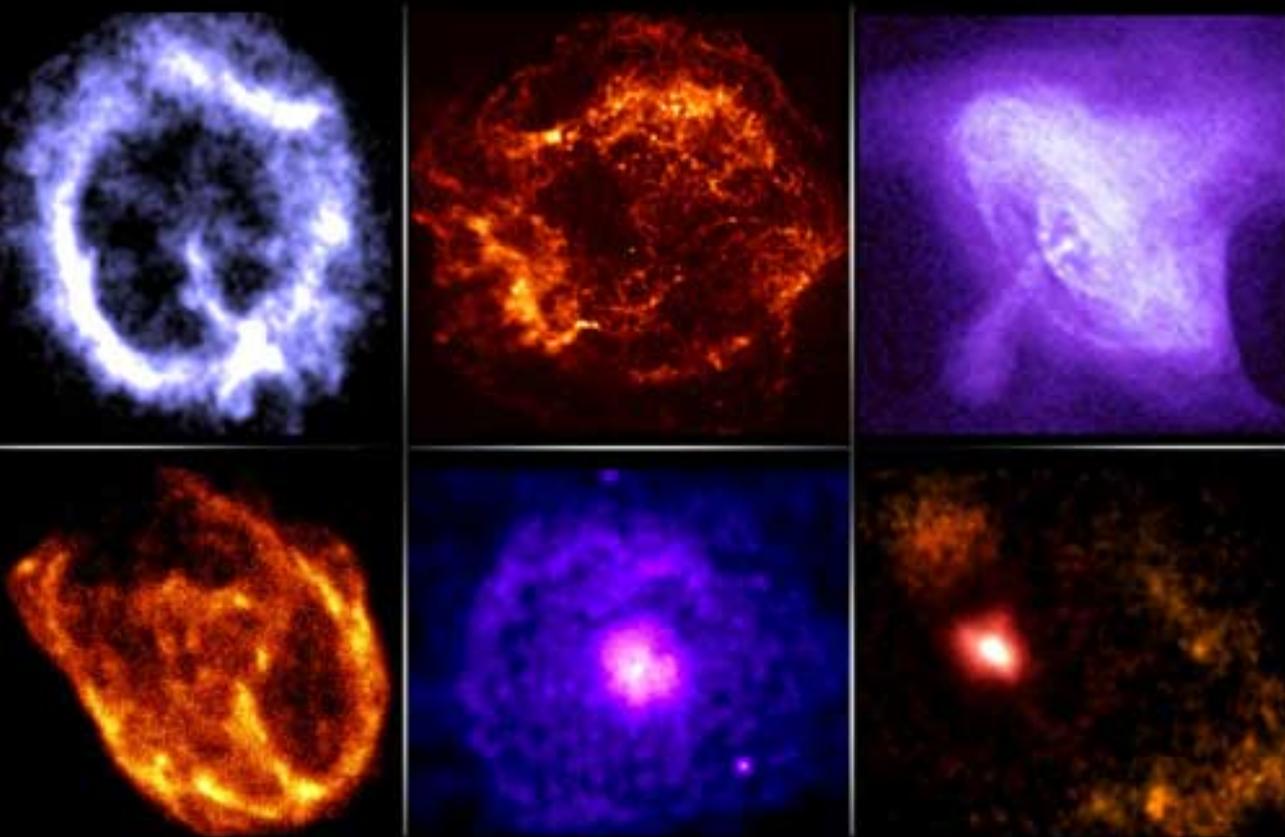
3.さまざまなニュートリノ反応

といった入力物理が不可欠である。

個性豊かな超新星爆発 と その要因

-多次元計算、相対論の必要性-

様々な超新星



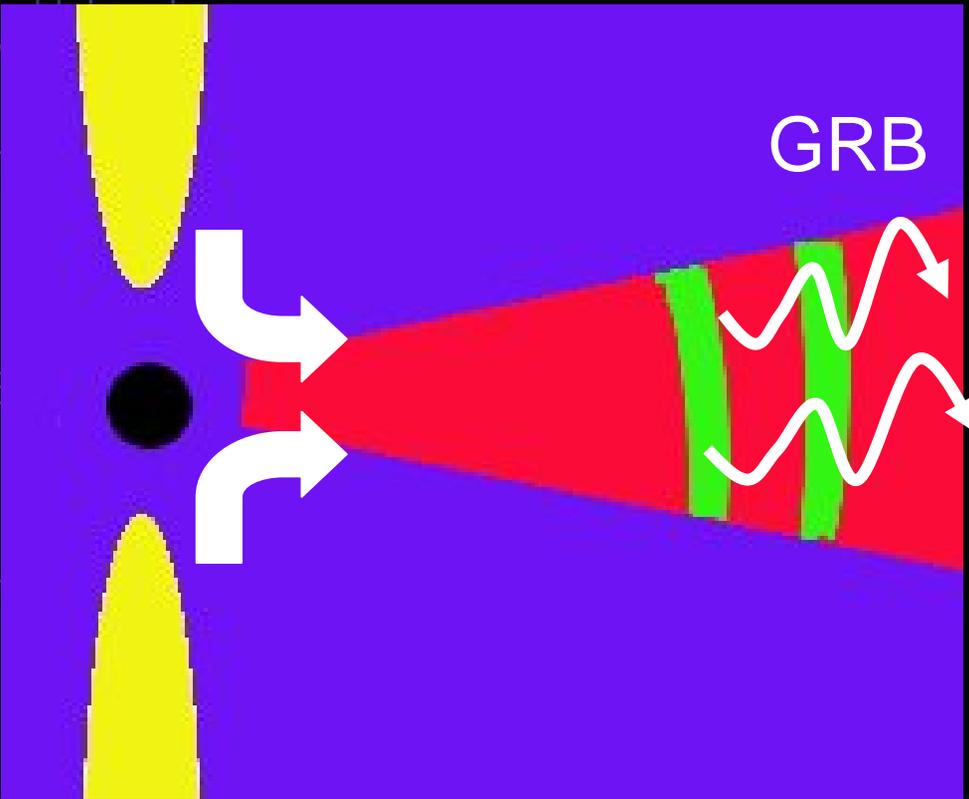
Supernova 1987A HST · WFPC2
PRC97-03 · ST ScI OPO · January 14, 1997
J. Pun (NASAGSFC), R. Kirshner (CfA) and NASA

チャンドラ(X線) E0102-72.3, Cas A, Crab Nebula,
N132D, G21.5-0.9, PSR0540-69

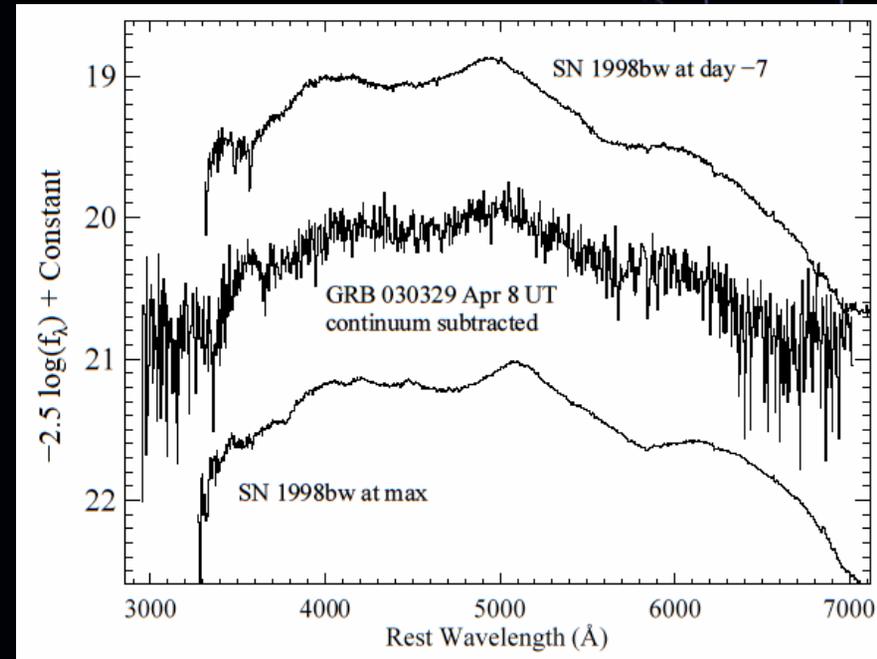
個性豊か、軸対称的

ハッブル宇宙望遠鏡

ガンマ線バーストと超新星の関係



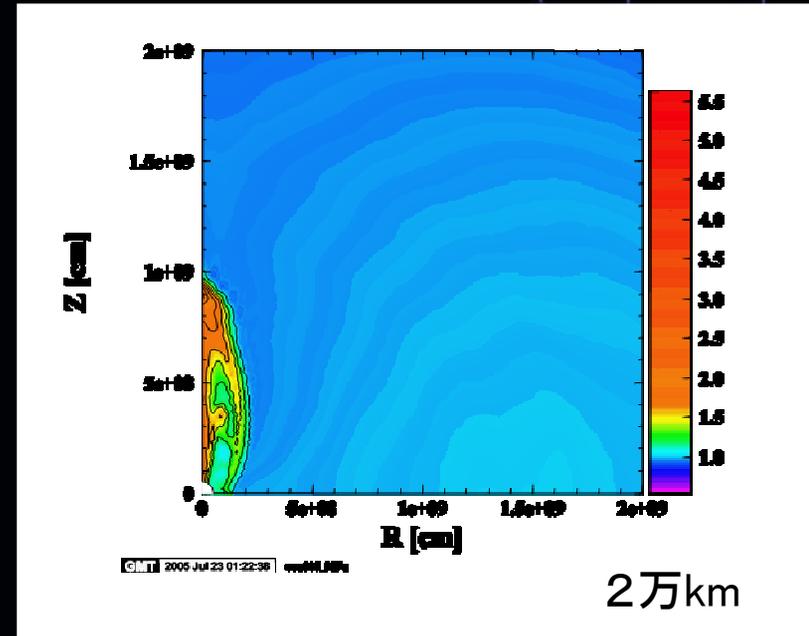
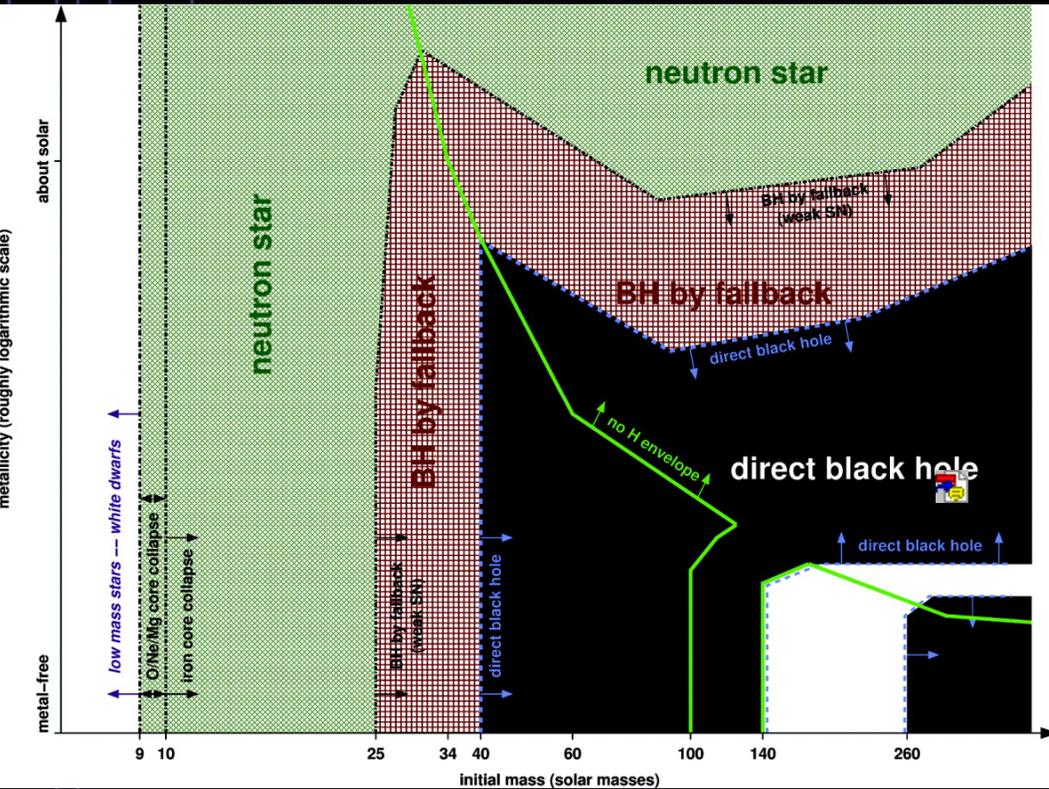
回転エネルギーの変換
Collapsar model



観測的示唆(スペクトル)
(Stanek et al. 2003)

自転優位な超新星爆発か

巨大質量星の重力崩壊

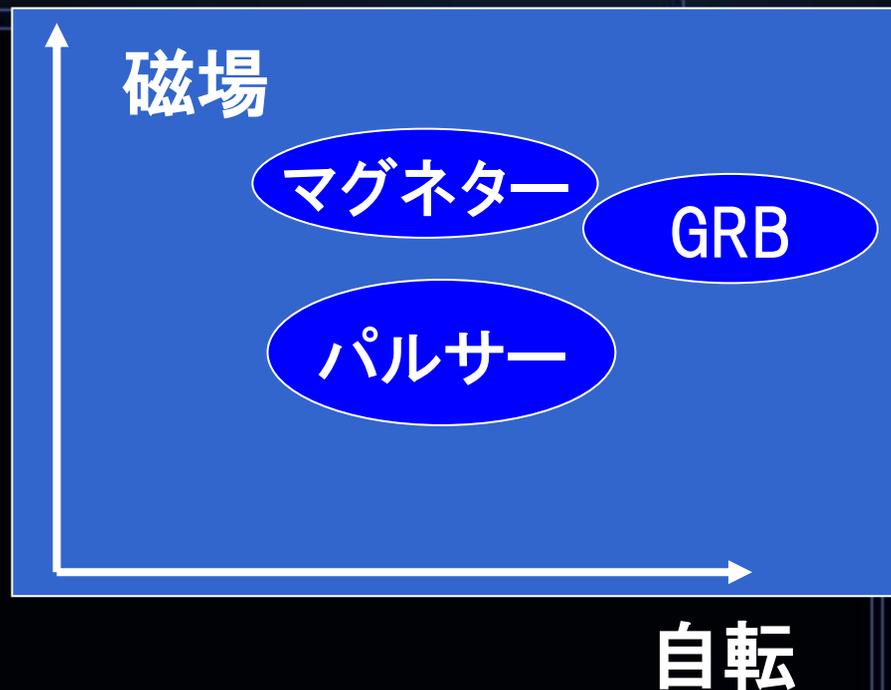
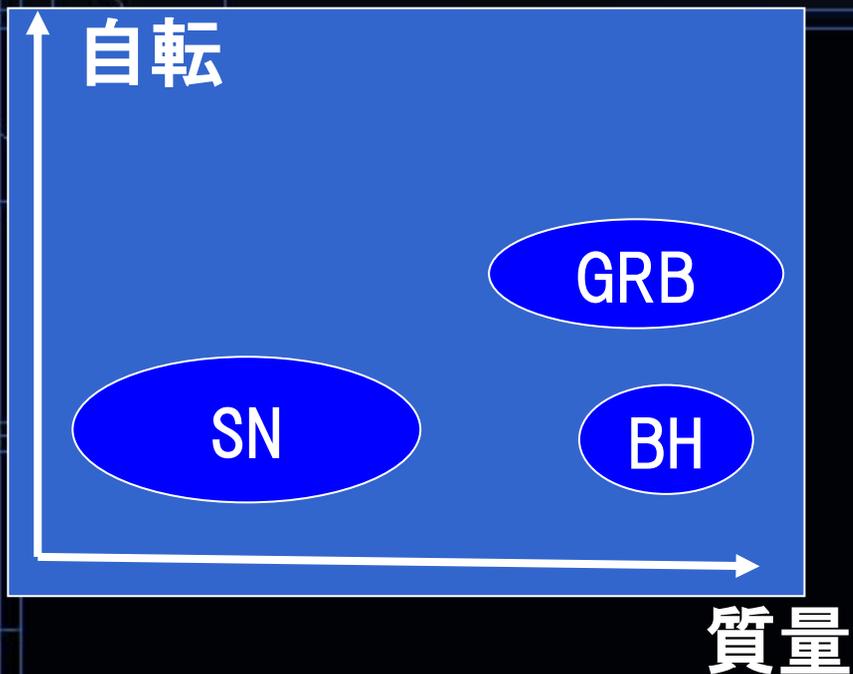


巨大質量星の強磁場重力崩壊
(Suwa et al. 2005 in prep)

初期質量と金属量で決まる星の最期
Heger et al. 2003

まだまだ未知の領域

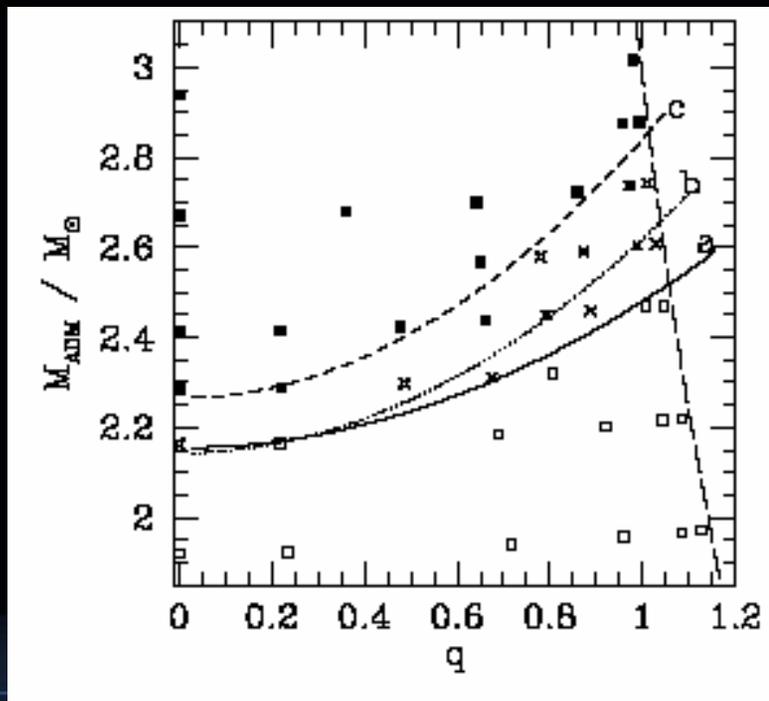
個性豊かな超新星爆発とその要因のまとめ



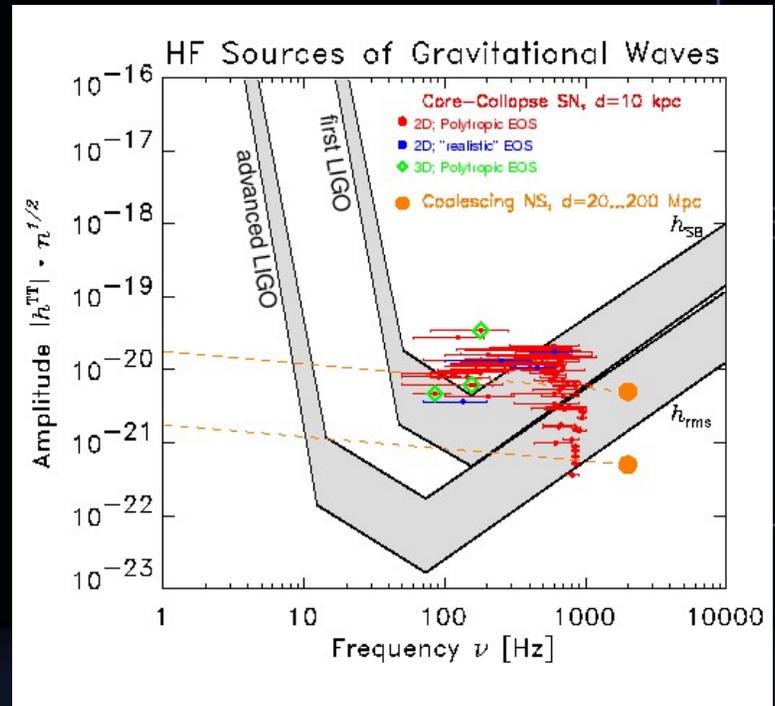
超新星爆発の多様性は
元の星の質量(金属量)、磁場、自転の違い
によるものと理解したい

多様な超新星を扱うために(1)

BHの生成: 一般相対論的取り扱い



BH形成における
コアの質量と自転の依存性
Sekiguchi & Shibata 2005



MPI
観測と比較するためには
重力波も重要

多様な超新星を扱うために(2)

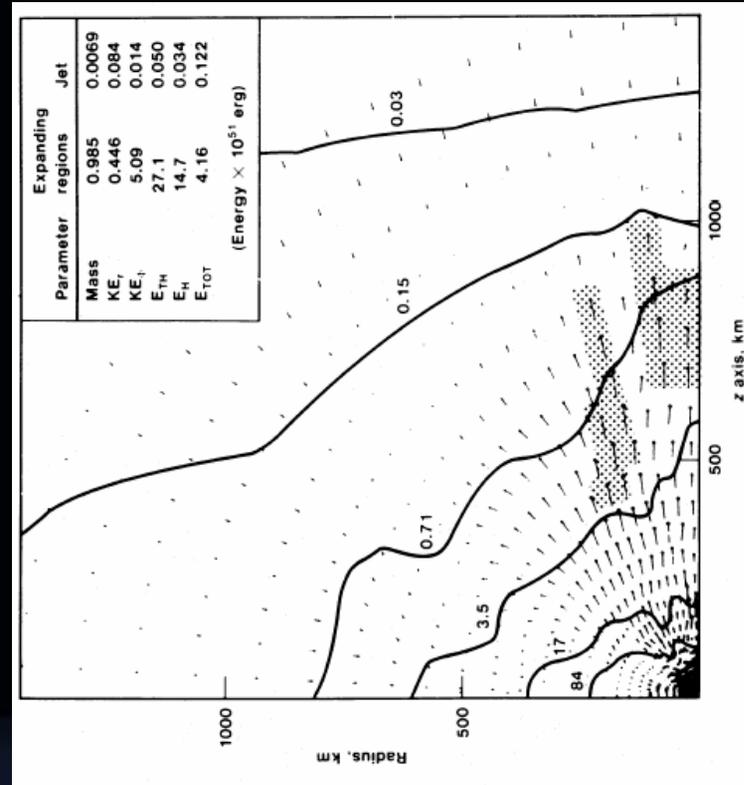
自転、磁場:

多次元、MHD

$$B_{\text{initial}} \approx 10^{12} \text{G}$$

$$B_{\text{final}} \approx 10^{15} \text{G}$$

$$T/|W| = 4\%$$

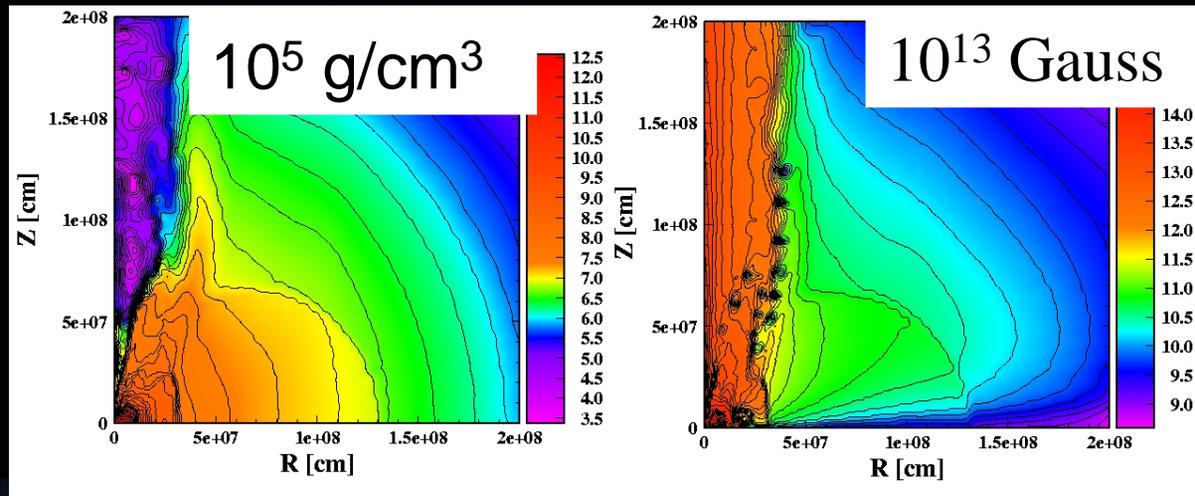


強磁場重力崩壊とジェット
Symbalistry 1984

なぜ強磁場超新星でSRMHD

アルフベン速度が光速を超える問題

$$\frac{B}{\sqrt{\rho}} \approx 3 \times 10^{10} \text{ cm/s} \frac{B/10^{13} \text{ G}}{\sqrt{\rho/(10^5 \text{ g/cm}^3)}}$$



Takiwaki et al. 2004

強磁場中のジェットの伝播
相対論的取り扱いが必要

$$\frac{B}{\sqrt{\rho}} \rightarrow \frac{B}{\sqrt{\rho + B^2/c^2}}$$

超新星爆発の計算に必要な物理と導入状況

- 高速自転星の重力崩壊 (Kotake et al. 2003, Takiwaki et al. 2004)
 1. 2D以上の流体の時間発展 → OK
 2. 現実的な状態方程式 → OK (Shen et al. 1998)
 3. ニュートリノ冷却 → OK (Leakage)
 4. 自己重力を含むポテンシャル → OK (MICCG)
- BH形成
 1. 一般相対論 → Δ (シュワルツシルド半径と比較)
- ディスク形成
 1. 長時間の安定な計算 → OK
- ジェットを加速
 1. 磁場成長 → OK (MOCCT)
 2. ニュートリノ加熱 → \times (but Kotake et al. in prep)
 3. 特殊相対論 → 今回OK (Takiwaki et al. in prep)

コード開発

基礎方程式

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \partial_i \sqrt{\gamma} D v^i = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \partial_i \sqrt{\gamma} E v^i = -p \frac{\partial W}{\partial t} - \frac{p}{\sqrt{\gamma}} \partial_i \sqrt{\gamma} W v^i - L_\nu$$

$$\frac{\partial S_i - b^t b_i}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \partial_j \sqrt{\gamma} (S_i v^j - b_i b^j) = -\frac{1}{2} (\rho h (W v_k)^2 - (b_k)^2) \partial_i \gamma^{kk} - \partial_i p + \frac{\|b\|^2}{2} - (DhW - b^{02}) \partial_i \Phi$$

$$\frac{\partial B^i}{\partial t} + \partial_j W v^j b^i - W v^i b^j = 0$$

$$\partial^k \partial_k \Phi = DhW - \left(p + \frac{|b|^2}{2} \right) - b^{02}$$

$$D = \rho W, E = eW, h = (1 + e/\rho + p/\rho) + |b|^2 / \rho \quad \mathbf{S} = \rho h W^2 \mathbf{v}$$

ρ : 密度

W : ローレンツ因子

\mathbf{v} : 速度

\mathbf{B} : 磁場

e : 内部エネルギー

γ_{ij} : 空間メトリック

p : 圧力

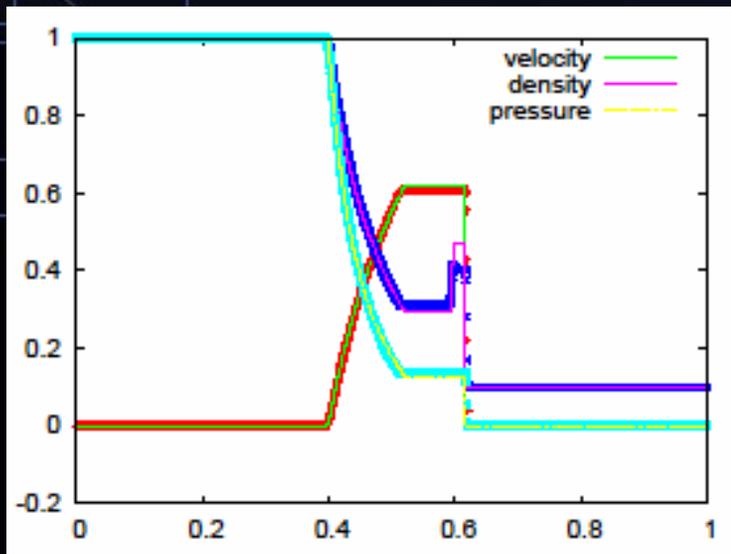
\mathbf{b} : 流体系における磁場

Φ : 重力ポテンシャル

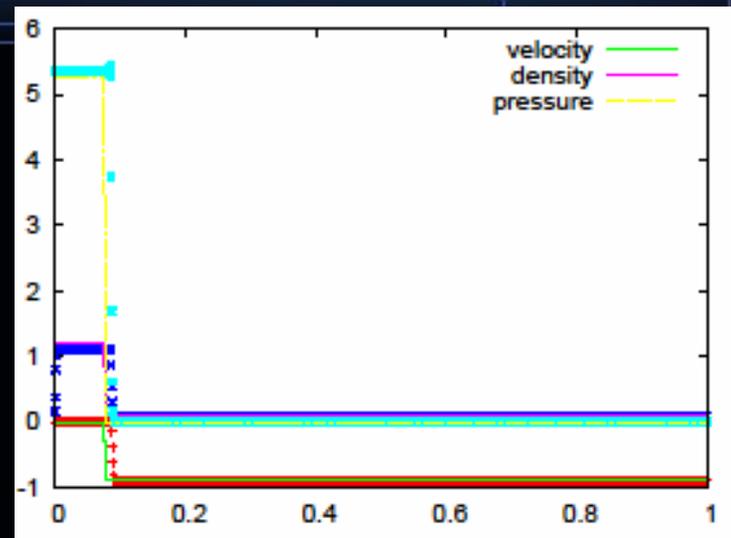
L_ν : ニュートリノによる冷却率

e.g. De Villiers & Hawley 2003

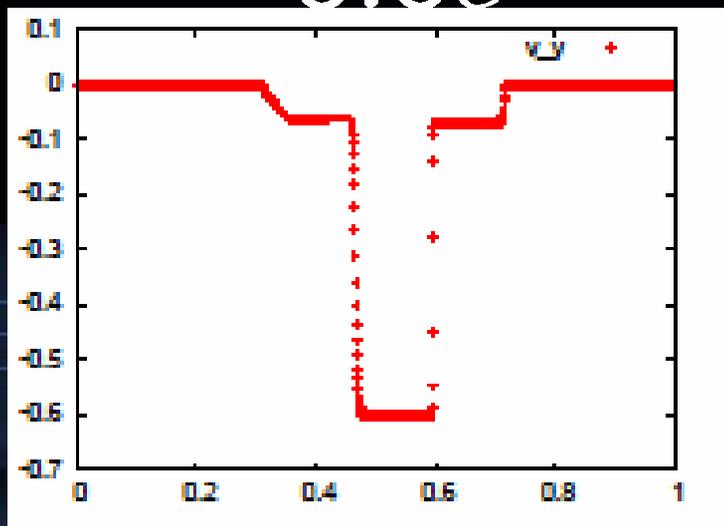
計算チェック



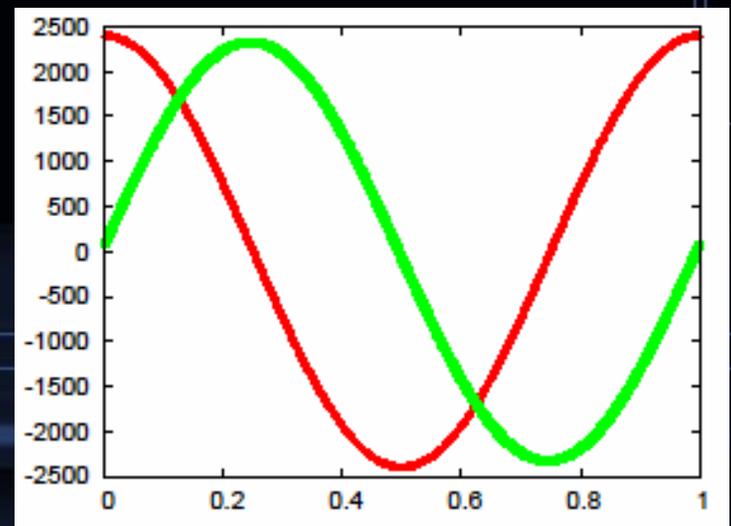
Sod $0.6c$



Wall Reflection $0.9c$



Brio & Wu $0.6c$



Alfven Wave $0.8c$

現実的状態方程式とSR

圧力が解析的に書けないのでイテレーションが必要

$$D = \rho W$$

$$E = eW$$

$$S = \rho h W^2 \mathbf{v} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{W} \mathbf{v} \quad \Rightarrow \quad W, \mathbf{v}$$

B

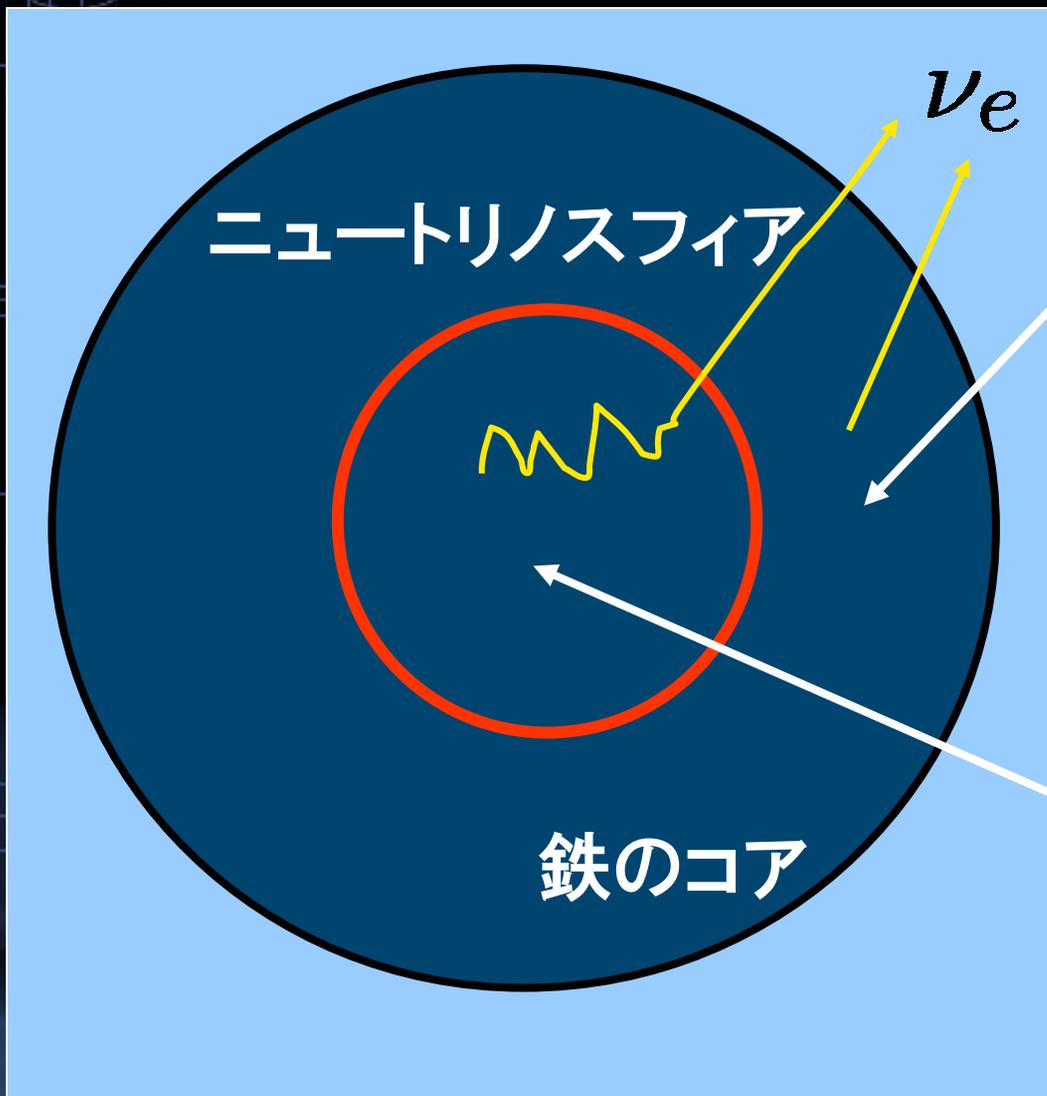
h

$$h = (1 + e/\rho + p/\rho) + |b|^2 / \rho$$

状態方程式を引くのに時間がかかるので
計算機的に一番きついところ

ニュートリノの取り扱い1:概要

ニュートリノリーケージスキーム



電子捕獲などで出た
ニュートリノは全て抜け出
し、レプトン数と内部エネ
ルギーを持ち出す(低密
度)

コヒーレント散乱などの
断面積が大きく自由に
抜け出せない。
反応の断面積から拡散の
タイムスケールを決定
(高密度)

ニュートリノの取り扱い2:詳細

考慮したニュートリノ:全種類 $\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_X$

冷却に考慮した反応:

電子捕獲(重元素、陽子)(Kotake et al. 2003, Epstein & Pethick 1981)
$$e^- + (Z, A) \rightarrow \nu_e + (Z-1, A)$$

陽電子捕獲(中性子)(Fuller et al. 1985)

ペア反応、プラズモン崩壊(Itoh et al. 1989)

散乱断面積に考慮した反応:

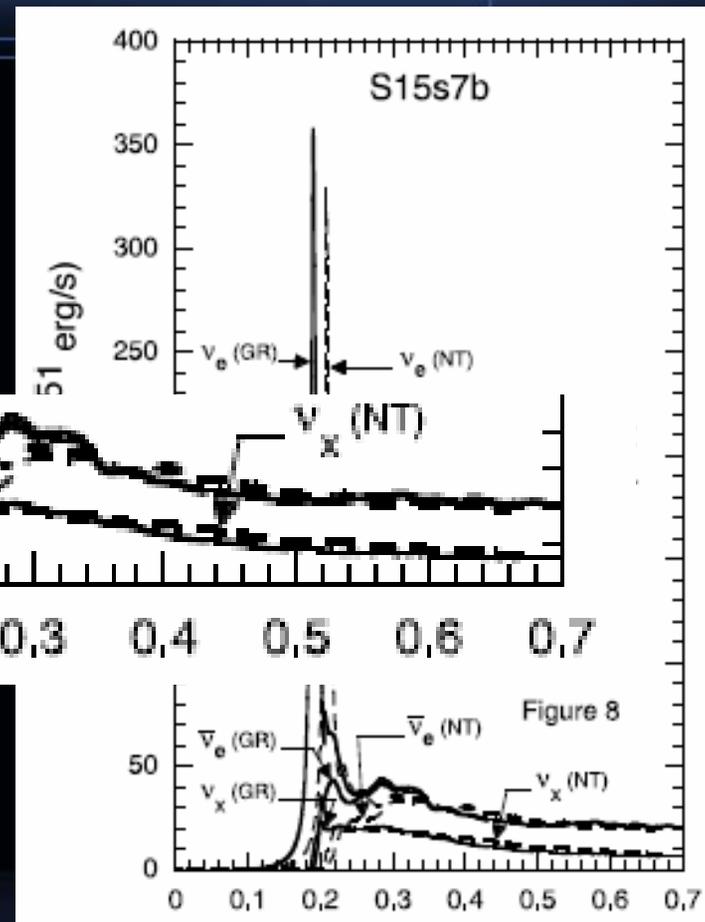
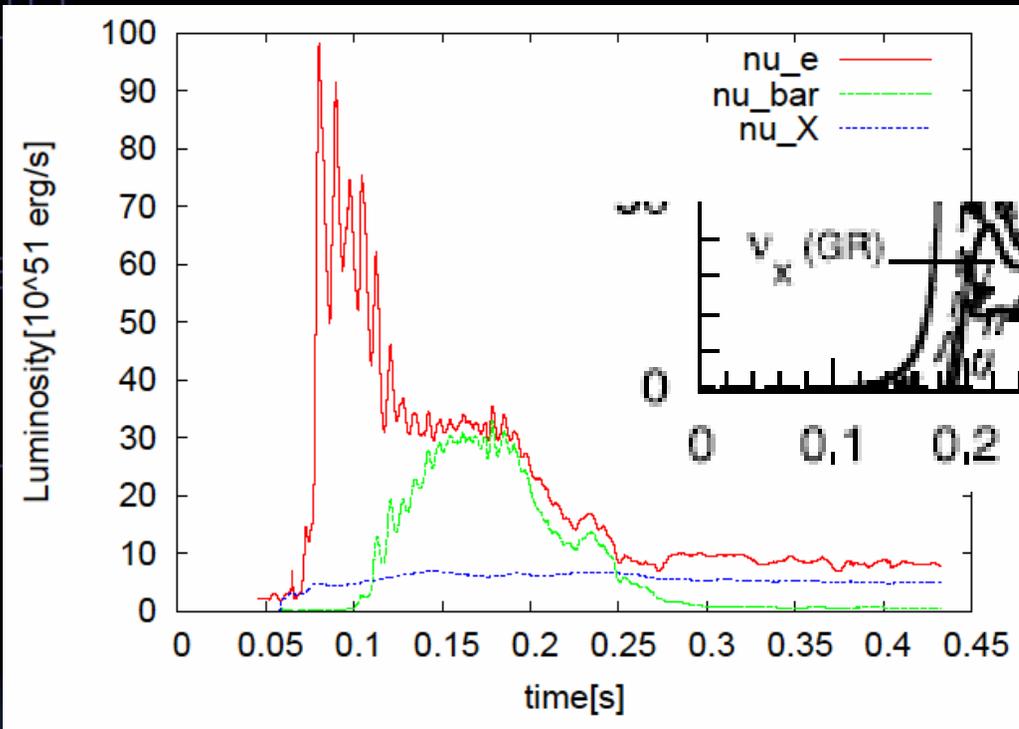
コヒーレント散乱(重元素) $\nu_e + (Z, A) \rightarrow \nu_e + (Z, A)$

陽子、中性子散乱

陽子、中性子による吸収

(Kotake et al. 2003, Rosswog & Liebendoerfer 2003, Burrows et al. 2003, Horowitz 1996)

ニュートリノの取り扱い3:テスト計算



Bruen et al. 2001

前期は定性的にあっている。定量的にはファクターの差
後期はニュートリノ加熱が入ってない分
反電子ニュートリノを小さく見積もる

シミュレーション結果

初期モデル

密度、内部エネルギー:

自転している20 太陽質量の親星モデル(Heger et al. 2000)

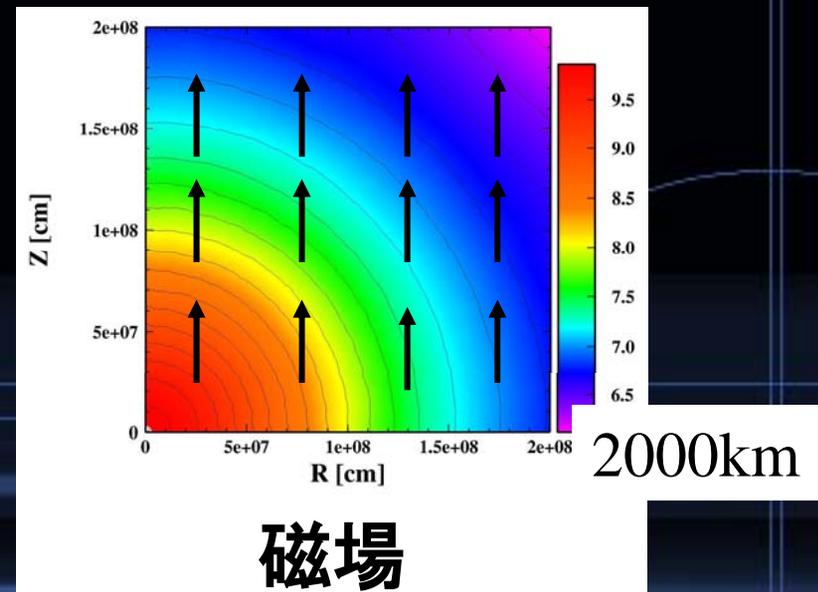
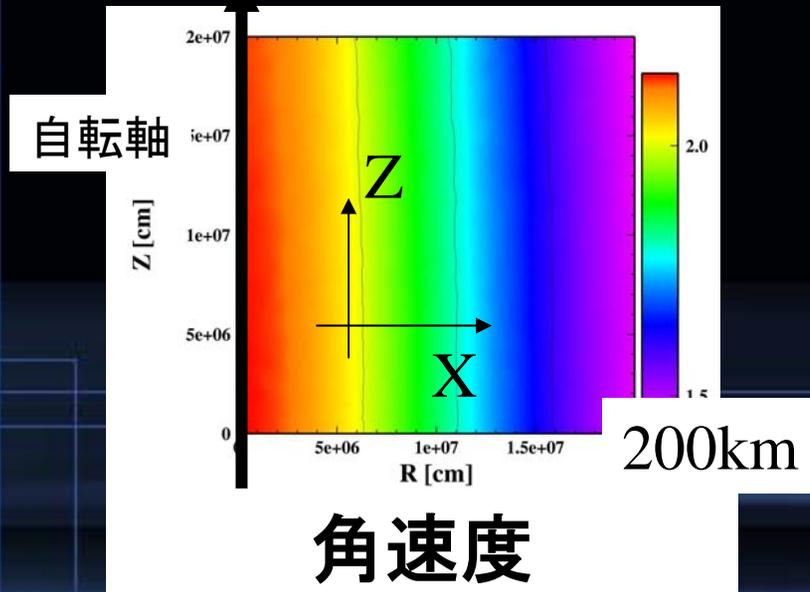
円柱的自転プロファイル

一様、自転軸に平行な磁場

$$\Omega = \Omega_0 \frac{X_0^2}{X^2 + X_0^2} \frac{Z_0^4}{Z^4 + Z_0^4}$$

$X_0 = 100\text{km}, Z_0 = 1000\text{km}$

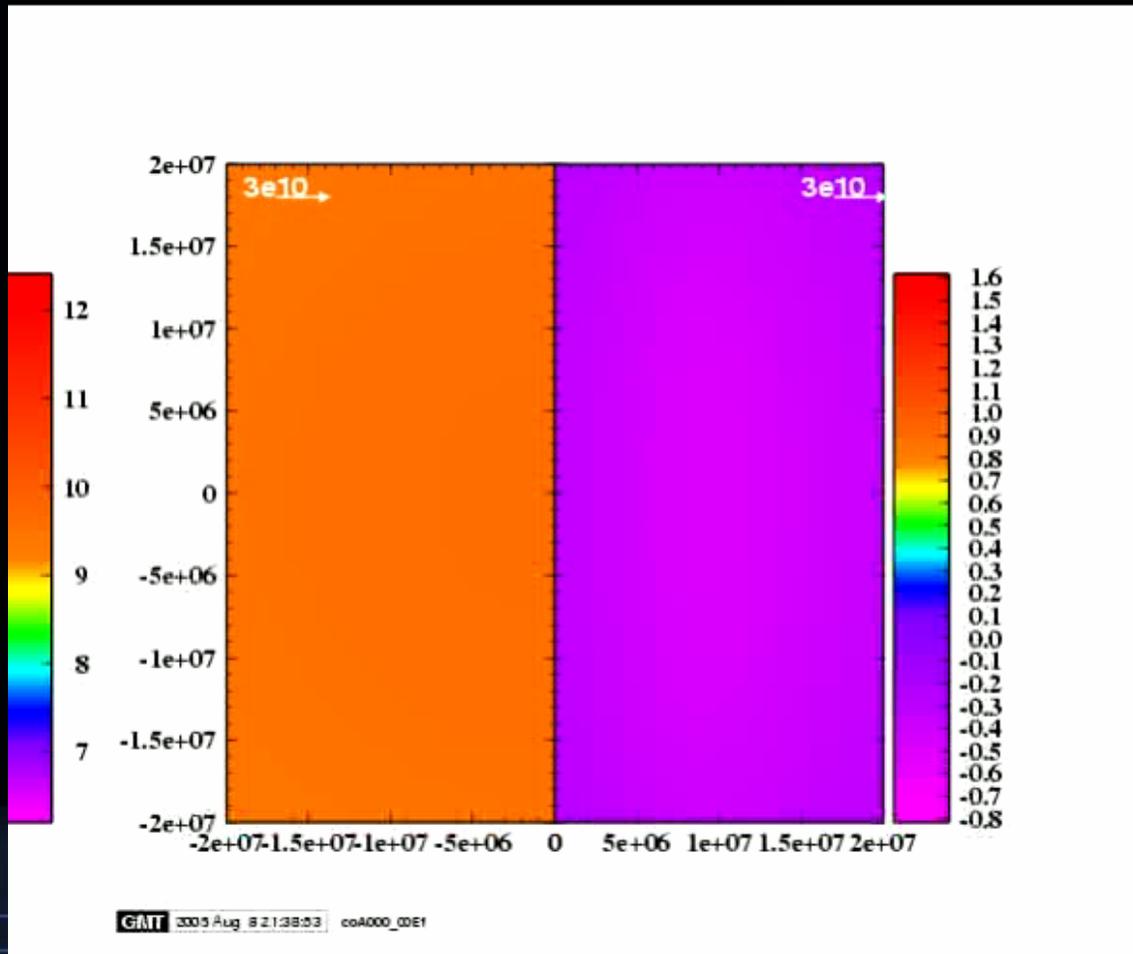
$$B_z = B_p(\text{const.})$$



ジェット状爆発

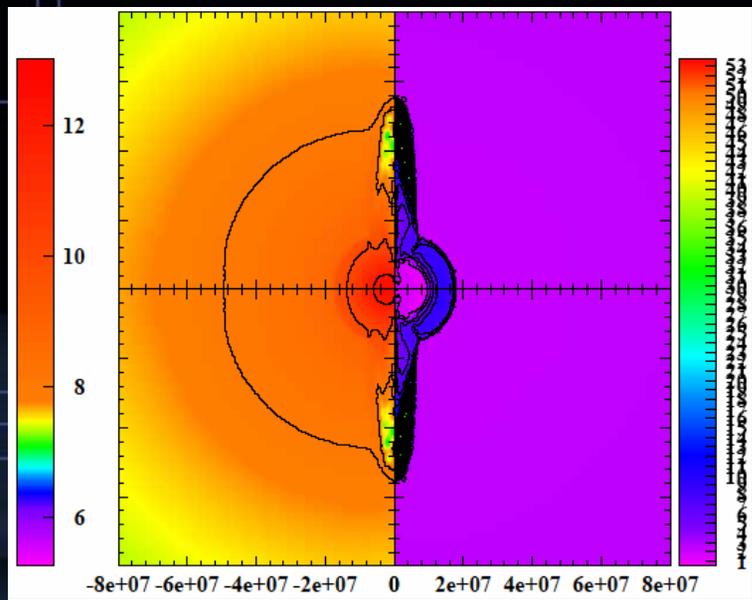
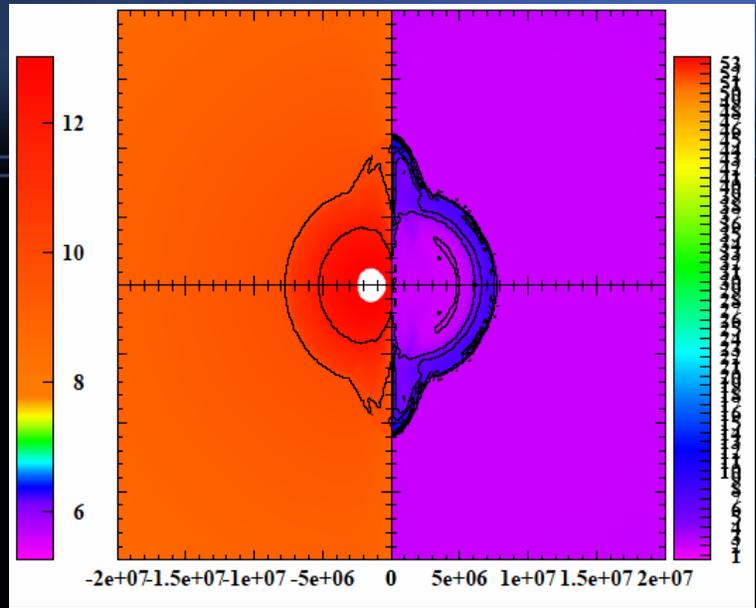
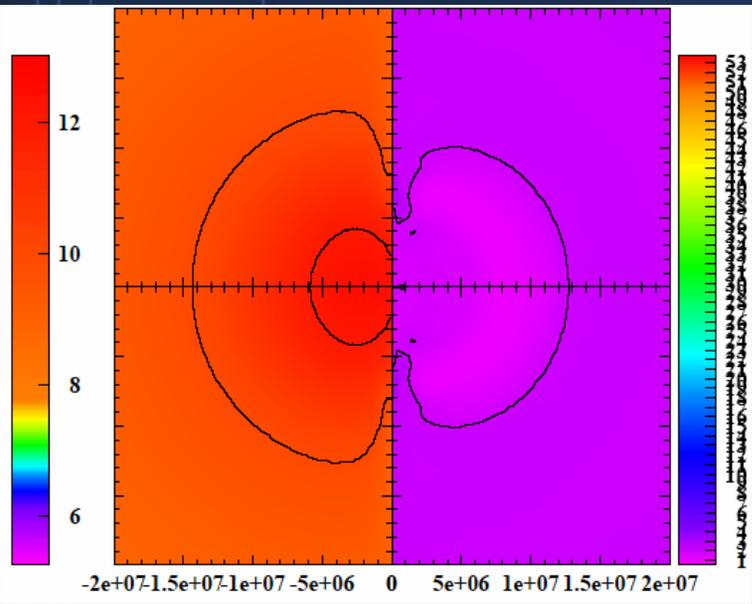
$$B_{\text{initial}} = 10^{12} \text{G}, T/|W| = 1\%$$

密度g/cc



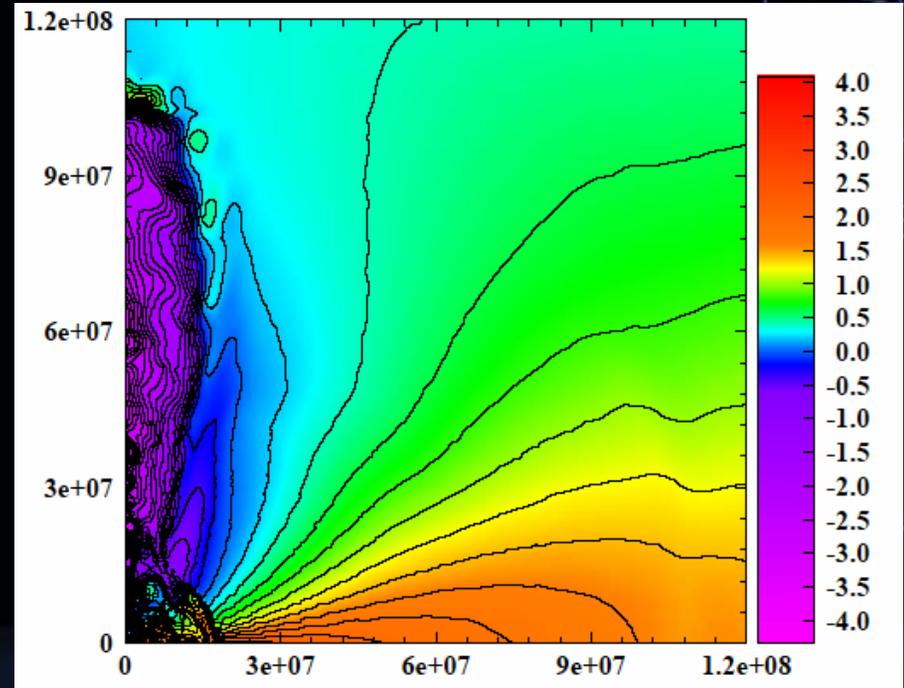
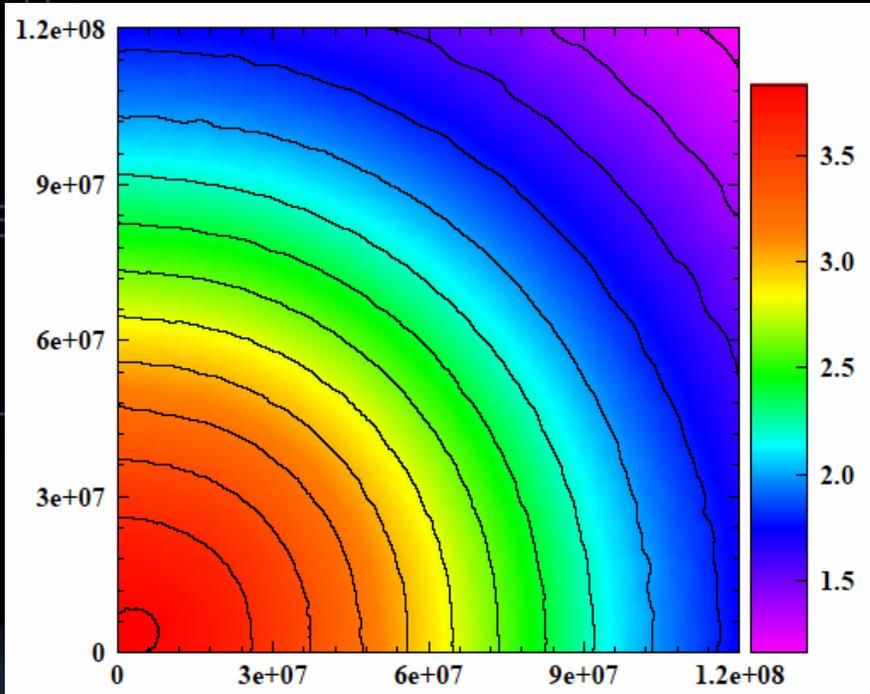
エントロピー

最大のローレンツ因子は1.1（対応する速度は0.4 c）。
爆発のエネルギーは 10^{50} ergs程度
中心には非常に磁場が強い(10^{16} G) 原始中性子星



磁気優勢ジェット

$$\text{プラズマ } \beta = \frac{P}{P_B}$$



初期状態

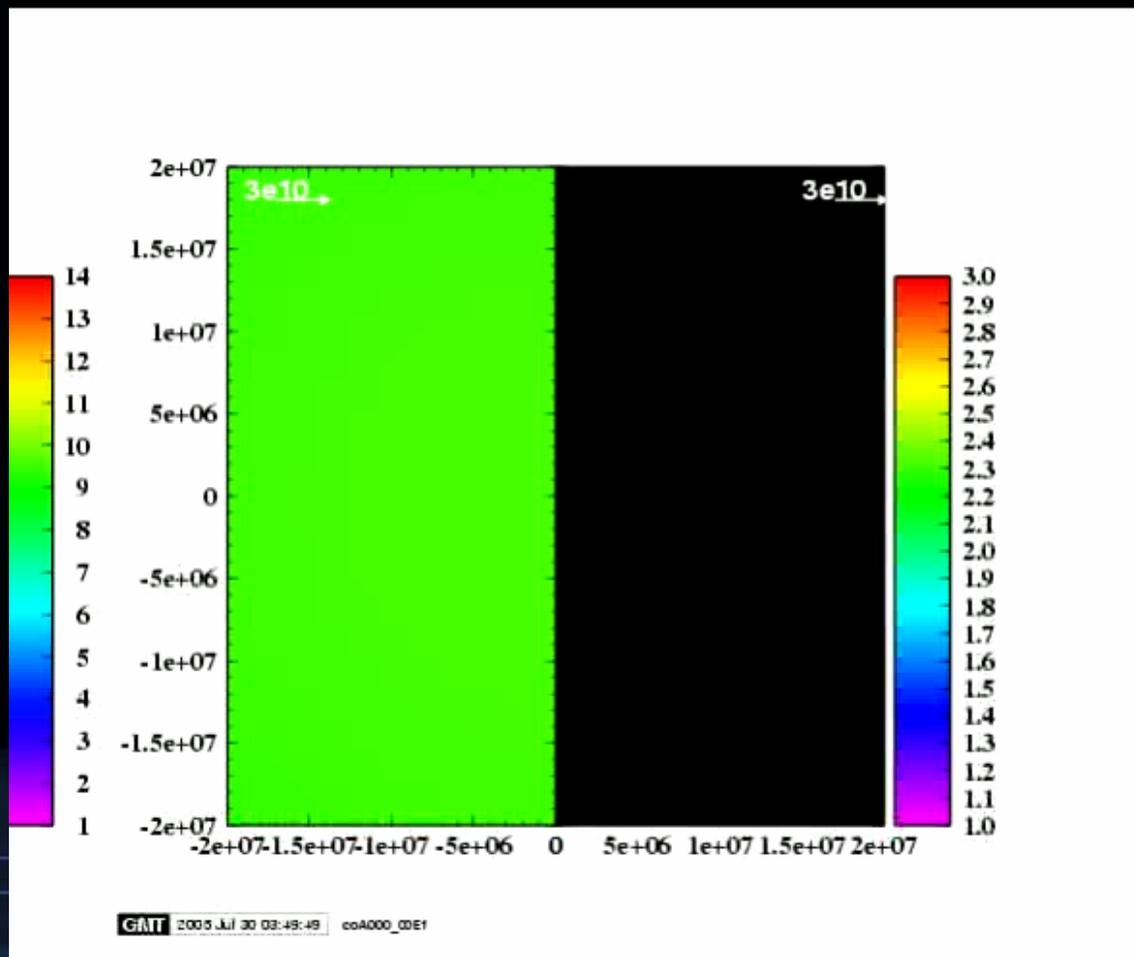
磁場の巻き込みで磁気優勢ジェットが吹き上がる

星の貫き

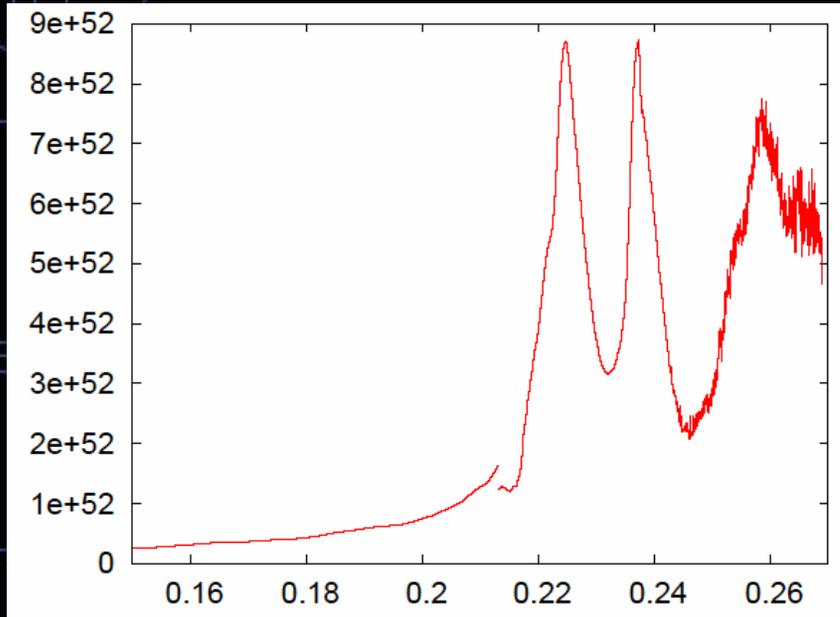
$$B_{\text{initial}} = 10^{12} \text{G}, T/|W| = 1\%$$

密度g/cc

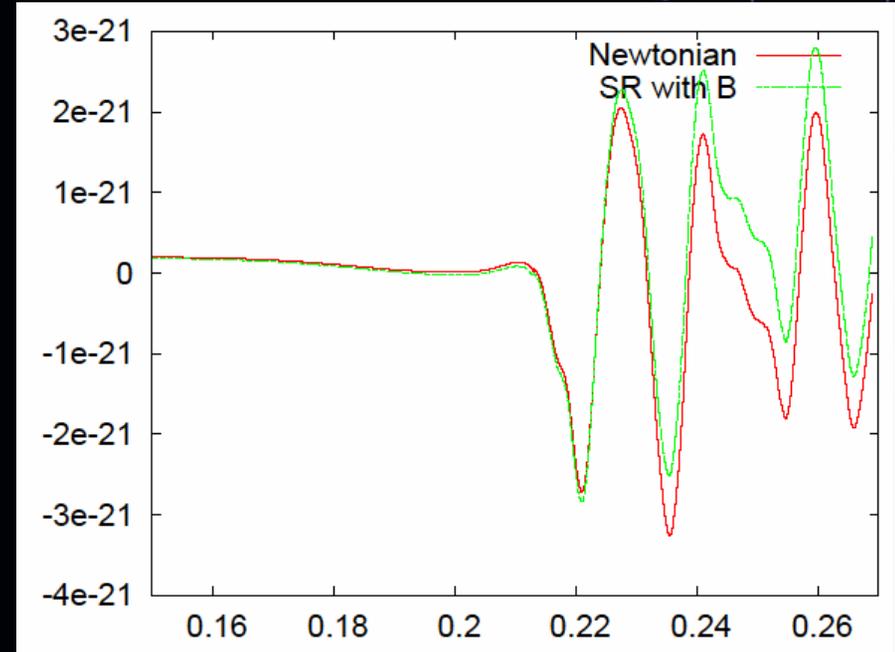
エントロピー



ニュートリノバースト 重力波



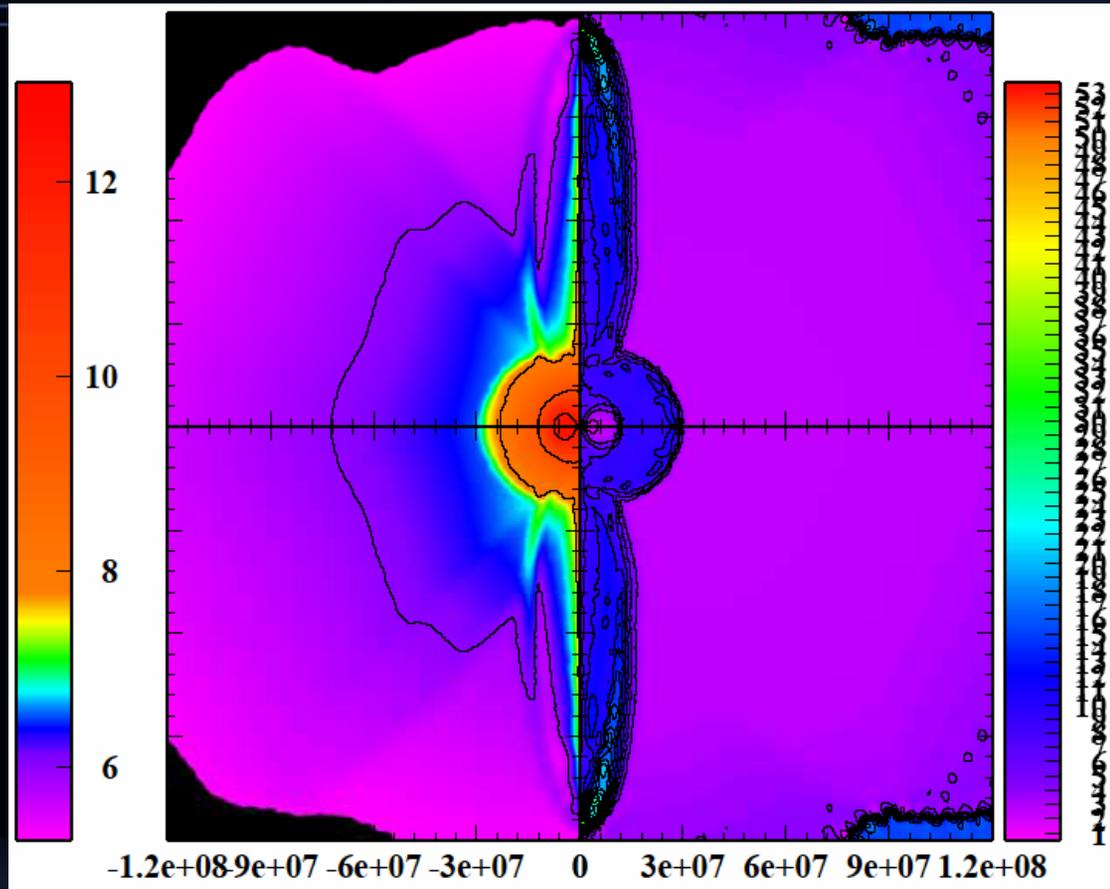
ニュートリノスフィアからの
流体の放出がよくわかる



磁場起源の重力波変化

重力波とニュートリノから
中心部の爆発の様子を知ることができる

弱磁場の増幅とジェット



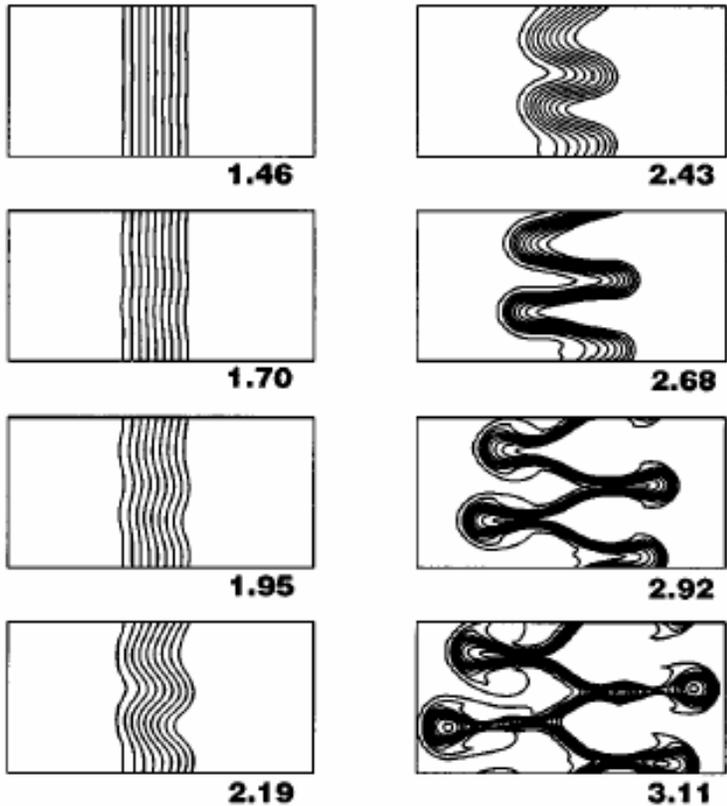
$B 10^{10} \text{G}$ 、 $T/|W|=4.0\%$ のモデル
バウンス後 277ms

ニュートニアンのときの解析 (Takiwaki et al. 2004)

磁場の生成1 MRI (Magnetorotational Instability)

今回はZ軸方向の磁場のMRIに注目

この不安定性ではX方向の磁場が成長



に比例する摂動の解析すると

$$k^2 v_A^2 + X \frac{d\Omega^2}{dX} < 0 \quad \text{のとき}$$

$\omega^2 < 0$ になる解がある



摂動が指数関数的に成長する。

Balbus & Hawley(1998)

成長のタイムスケールは

$$\tau_{\text{MRI}} = \left| \frac{dB_X}{dt} / B_X \right|^{-1} = 4\pi \left| X \frac{d\Omega}{dX} \right|^{-1}$$

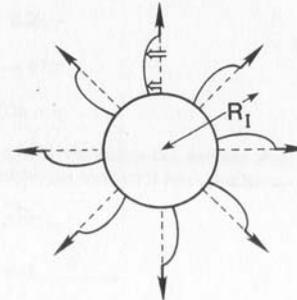
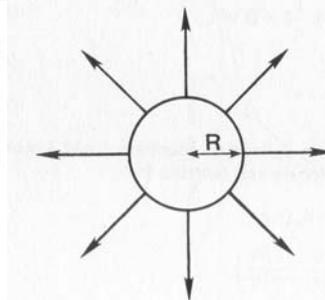
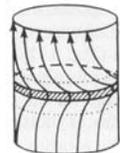
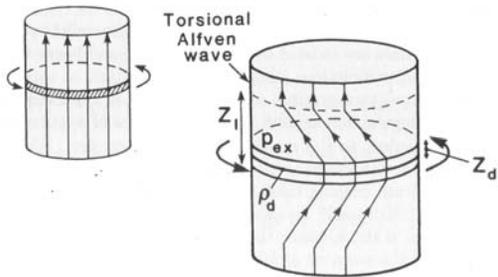
磁場の生成2 場の巻き込み

・ Toroidal成分は以下のようにして作られる

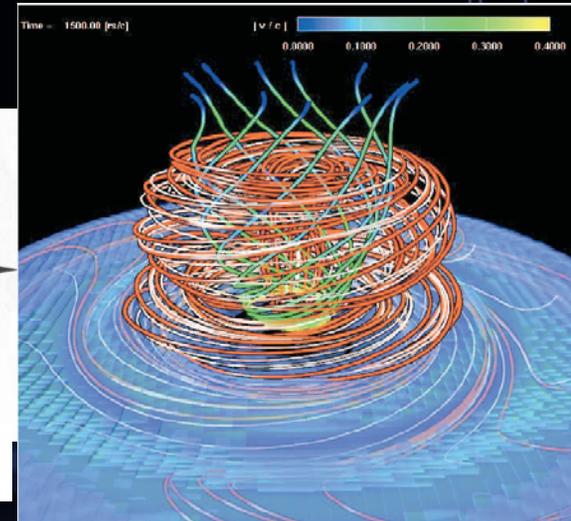
成長のタイムスケールは誘電方程式より

$$\tau_{WRAP} = 4\pi \left| \frac{dB_\phi}{dt} / B_\phi \right|^{-1} = 4\pi \left| \frac{B_X}{B_\phi} X \frac{d\Omega}{dX} + \frac{B_Z}{B_\phi} X \frac{d\Omega}{dZ} \right|^{-1}$$

B_ϕ が増えたと成長が鈍る



Tajima & Shibata (2002)



Kato et al. (2004)

実際の磁場の生成

タイムスケールの比較
MRIと場の巻き込みのタイム
スケールを比較した

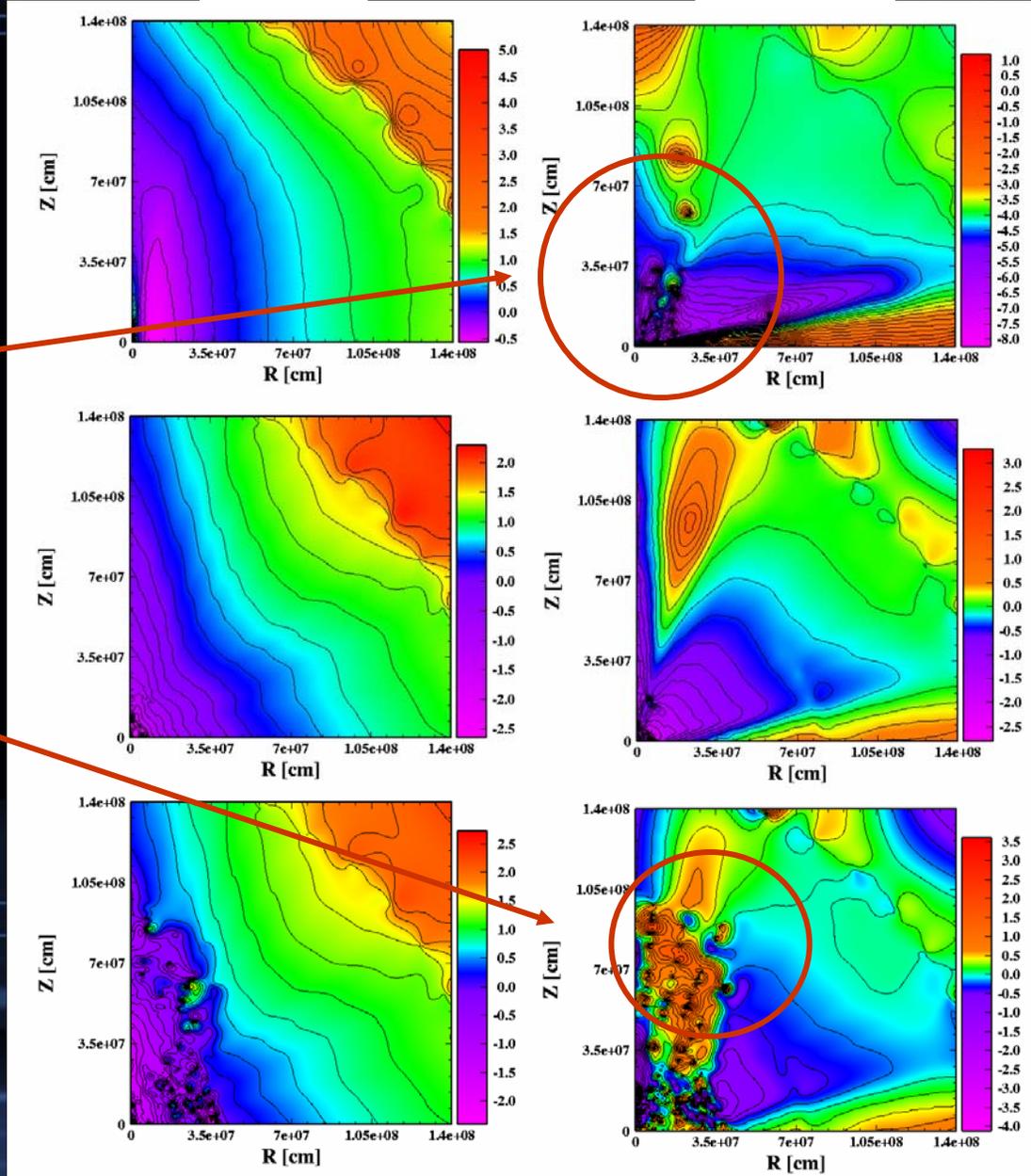
simulation開始時
Toroidal磁場が成長

Bounce時も基本的には場の
巻き込みのほうが強い

Shockが伝播するころにな
るとToroidal磁場が卓越し
ていてMRIのほうが早くな
る

τ_{MRI}

τ_{WRAP}



磁場による力

- 二つのモデルでコリメーションを比べる

全体で磁場優位

N2

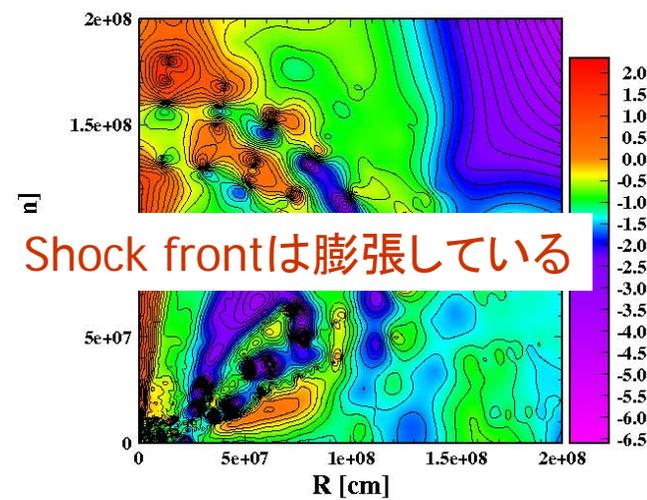
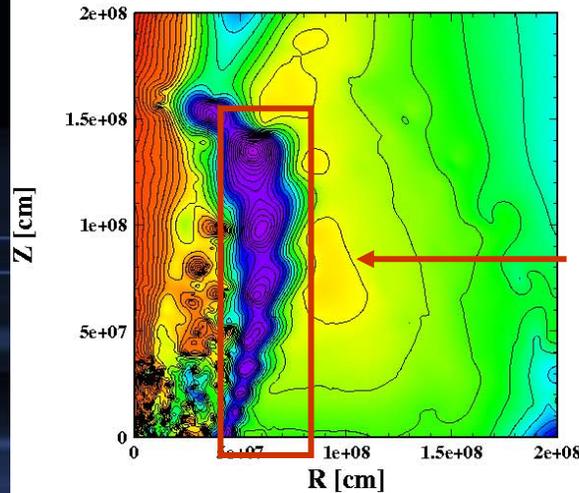
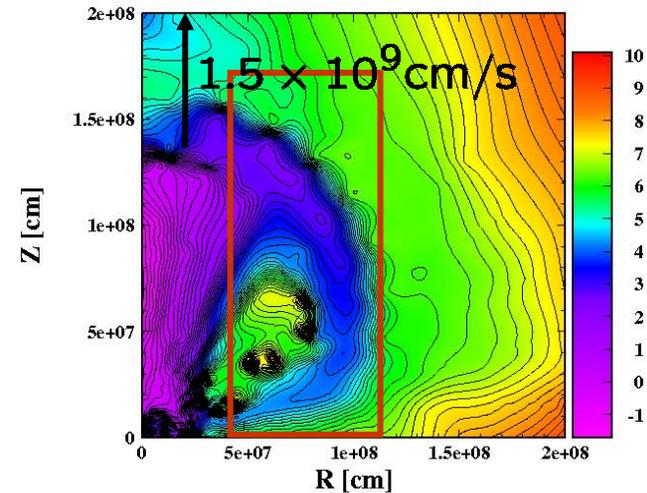
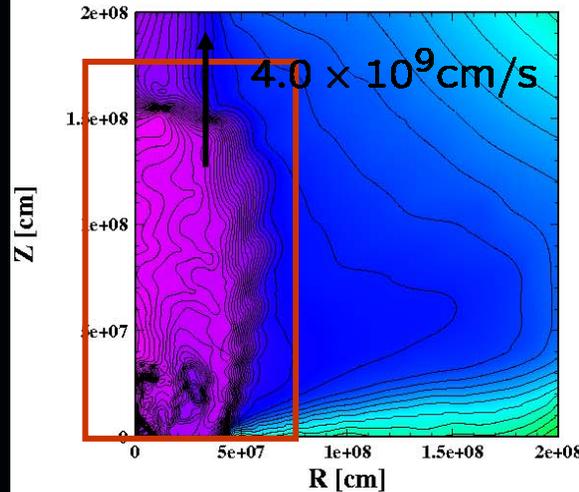
Shock内ですでに磁場優位でない

磁場と圧力どちらが優位？

$$\beta = \frac{P}{P_B}$$

磁場と言っても内向きの力と外向きの力がある

$$\frac{f_{hoop}}{f_{mp}} = \frac{\frac{B_\phi^2}{X}}{\frac{1}{2} \frac{dB_\phi^2}{dX}}$$



Shock frontは膨張している

まとめ

強磁場超新星のシミュレーションをするために
SRMHDコードを開発
またニュートリノ冷却を今までより改善した

磁場の巻き込みによる磁気優勢ジェットが生じ、それが星の外層まで伝播していく様子を確認

ニュートリノ、重力波の放出により爆発の様子を知れる可能性を示唆

弱磁場から初めても長時間の巻き込みによりジェットが生じる可能性を示唆

今後の展開

星の外層までつらぬくジェットとGRBの関係

そこでの元素合成、観測との比較

ニュートリノ振動

マグネターの生成過程

マグネターからのフレア

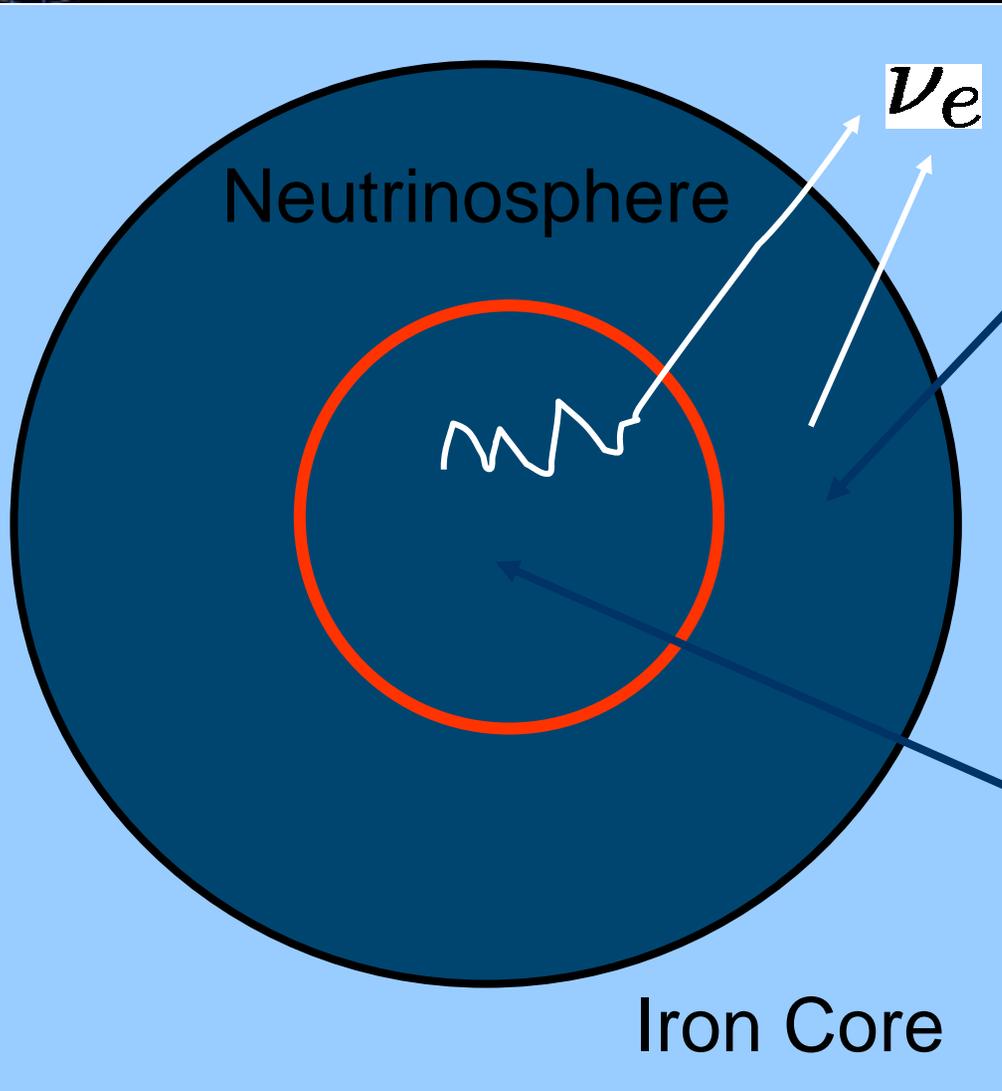
Reference

2004ApJ Vol. 616 (1086), astro-ph/0408388

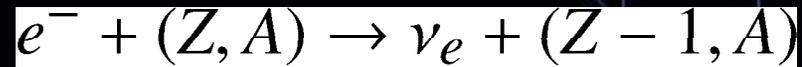
付録

Neutrino Leakage Scheme

Neutrino cooling



Electron capture



Electron capture で出たニュートリノは全て抜け出し、レプトン数と内部エネルギーを持ち出す (低密度)



coherent scattering の断面積が大きく自由に抜け出せない。
反応の断面積から拡散のタイムスケールを決定 (高密度)

Concept of NLS.

$$\frac{dY_e}{dt_{\text{nuc}}} = -\frac{G_W^2 |M|_{\text{nuc}}^2 Y_{\text{nuc}}}{2\pi^3 \hbar c^8} \gamma_p f\left(\frac{\epsilon_p - \mu_p}{kT}\right) \left[1 - f\left(\frac{\epsilon_n - \mu_n}{kT}\right)\right] \\ \times \int_W^\infty d\epsilon_e \epsilon_e^2 \epsilon_{\nu_e}^2 f\left(\frac{\epsilon_e - \mu_e}{kT}\right) \left[1 - f\left(\frac{\epsilon_{\nu_e} - \mu_{\nu_e}}{kT}\right)\right]$$

$$t_{\text{diff}} \leq t_{\text{dyn}}$$

Free escaping region

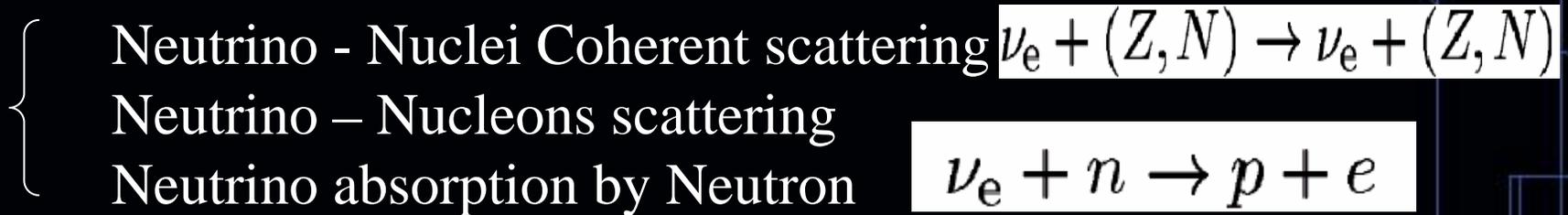
$$t_{\text{diff}} = t_{\text{dyn}}$$

$$\rho_{\text{trap}} = 3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$$

$$t_{\text{diff}} \geq t_{\text{dyn}}$$

Diffusion region

The opacity source of neutrino.



$$\lambda_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{\rho Y_A}{m_u} \sigma_{\text{coh}} + \frac{\rho(Y_p + Y_n)}{m_u} \sigma_{\text{sc}} + \frac{\rho Y_n}{m_u} \sigma_{\text{ab}}}$$

Escaping Time:

$$\tau_{\text{esc}} = \frac{3\Delta R^2}{\pi^2 c \lambda_{\text{tot}}}$$

$$\frac{dY_1}{dt} = -\frac{Y_\nu}{\tau_{\text{esc}}}$$

$$Y_1 = Y_e + Y_\nu$$

星の進化から計算される初期モデル

PROPERTIES OF FINAL MODELS OF VARIOUS SEQUENCES

Model	M_{initial} (M_{\odot})	M_{final} (M_{\odot})	M_{He} (M_{\odot})	M_{CO} (M_{\odot})	M_{Fe} (M_{\odot})	v_{ZAMS} (km s^{-1})	J_{initial} (erg s^{-1})	J_{final} (erg s^{-1})	J_{He} (erg s^{-1})	J_{CO} (erg s^{-1})	J_{Fe} (erg s^{-1})	j_{Fe} ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$)
D10	10	9.61	1.24 ^a	1.22	... ^b	0	0	0	0	0	0	0
D12	12	11.42	2.85	1.42	... ^b	0	0	0	0	0	0	0
D15	15	13.55	3.82	1.77	1.33	0	0	0	0	0	0	0
D20	20	16.31	5.68	2.31	1.64	0	0	0	0	0	0	0
D25	25	18.72	7.86	3.11	1.36	0	0	0	0	0	0	0
E08	8	7.65	1.38 ^a	1.35	... ^b	205	5.30×10^{51}	2.49×10^{51}	2.40×10^{49}	2.36×10^{49}	... ^b	... ^b
E10	10	9.23	2.84	1.78	1.36	207	8.00×10^{51}	2.09×10^{51}	8.04×10^{49}	3.89×10^{49}	2.13×10^{49}	7.87×10^{15}
E12	12	10.35	3.63	2.37	1.34	206	1.10×10^{52}	1.29×10^{51}	1.20×10^{50}	5.32×10^{49}	1.50×10^{49}	5.63×10^{15}
E15	15	10.86	5.10	3.40	1.46	206	1.60×10^{52}	1.38×10^{51}	2.30×10^{50}	1.15×10^{50}	1.86×10^{49}	6.40×10^{15}
E20	20	11.00	7.71	5.01	1.73	201	2.50×10^{52}	7.15×10^{50}	3.95×10^{50}	1.82×10^{50}	1.92×10^{49}	5.58×10^{15}
E25 ^c	25	5.45	5.45	4.07	1.69	205	3.50×10^{52}	1.40×10^{50}	1.40×10^{50}	7.52×10^{49}	1.05×10^{49}	3.12×10^{15}
G12B	12	11.32	2.68	1.41	... ^b	99	5.50×10^{51}	3.07×10^{51}	1.15×10^{50}	4.18×10^{49}	... ^b	... ^b
G15B	15	13.46	3.63	1.79	1.34	102	8.00×10^{51}	3.99×10^{51}	2.36×10^{50}	6.80×10^{49}	3.28×10^{49}	1.23×10^{16}
G20B	20	16.03	5.55	2.61	1.38	103	1.25×10^{52}	3.49×10^{51}	5.33×10^{50}	1.24×10^{50}	3.13×10^{49}	1.14×10^{16}
E12B	12	11.25	2.72	1.46	... ^b	206	1.10×10^{52}	4.92×10^{51}	1.29×10^{50}	4.94×10^{49}	... ^b	... ^b
E15B	15	13.26	3.69	1.89	1.40	206	1.60×10^{52}	6.96×10^{51}	2.73×10^{50}	8.77×10^{49}	4.07×10^{49}	1.46×10^{16}
E20B	20	15.19	5.71	2.69	1.38	201	2.50×10^{52}	5.10×10^{51}	6.36×10^{50}	1.55×10^{50}	3.47×10^{49}	1.26×10^{16}
F12B	12	10.93	3.04	1.61	... ^b	328	1.65×10^{52}	3.43×10^{51}	1.72×10^{50}	5.98×10^{49}	... ^b	... ^b
F15B	15	12.89	3.88	2.01	1.38	323	2.40×10^{52}	7.90×10^{51}	3.01×10^{50}	9.69×10^{49}	3.66×10^{49}	1.33×10^{16}
F20B	20	14.76	5.99	2.75	1.36	307	3.75×10^{52}	5.45×10^{51}	7.42×10^{50}	1.71×10^{50}	3.71×10^{49}	1.37×10^{16}
H12B	12	9.77	3.81	1.78	... ^b	474	2.20×10^{52}	1.41×10^{51}	2.59×10^{50}	6.93×10^{49}	... ^b	... ^b

Heger & Woosley (2000)

元の星が重くても鉄のコアの質量は重くならない

Realistic Equation of State

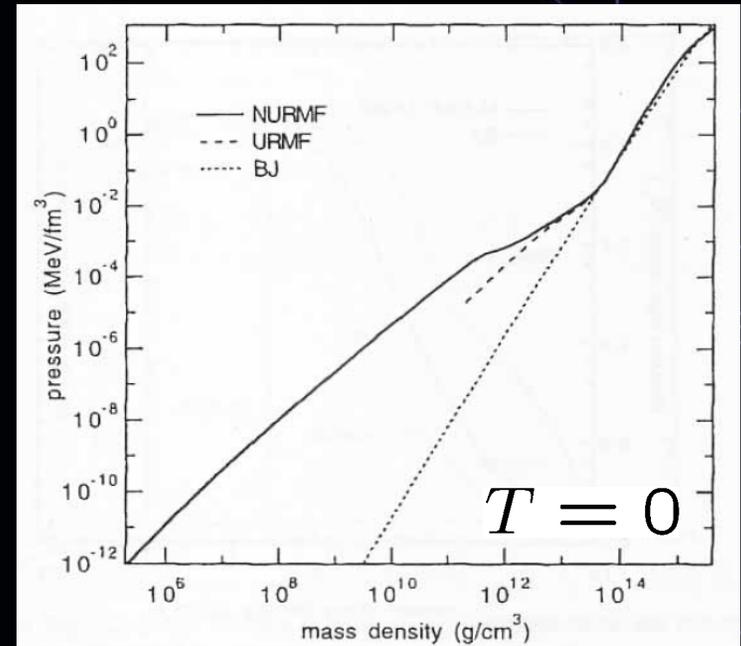
Shen et al. (1998)

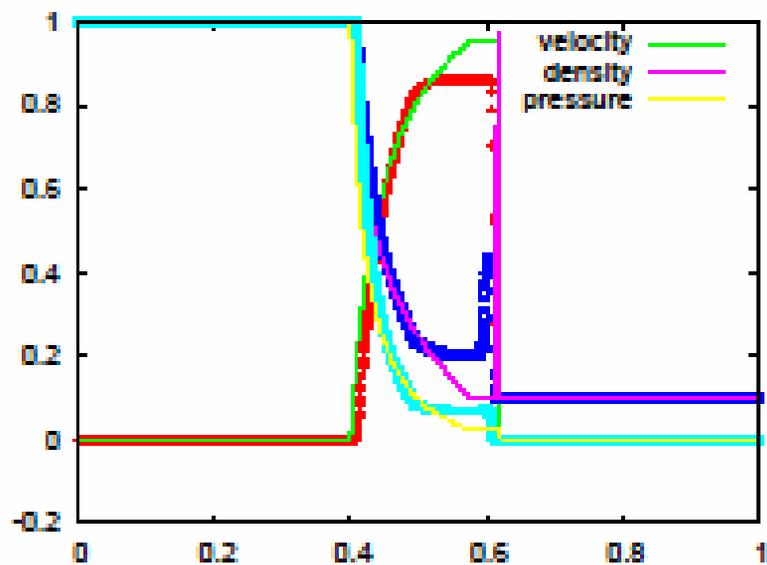
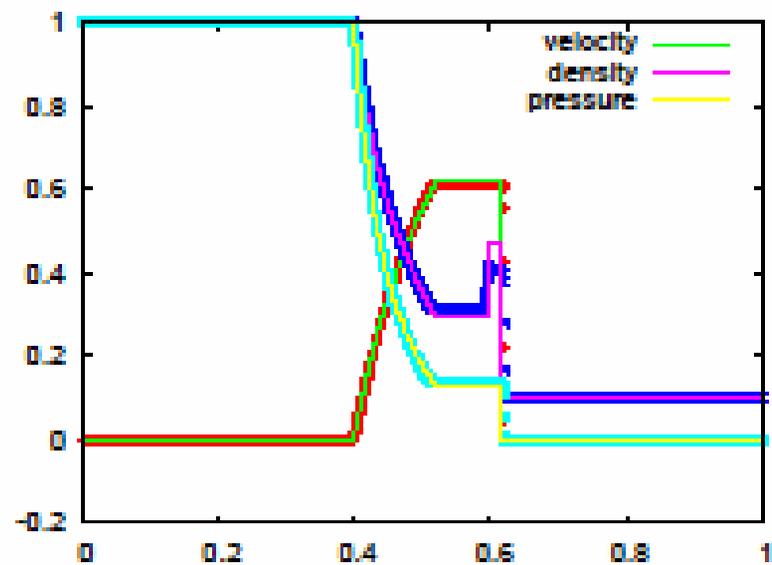
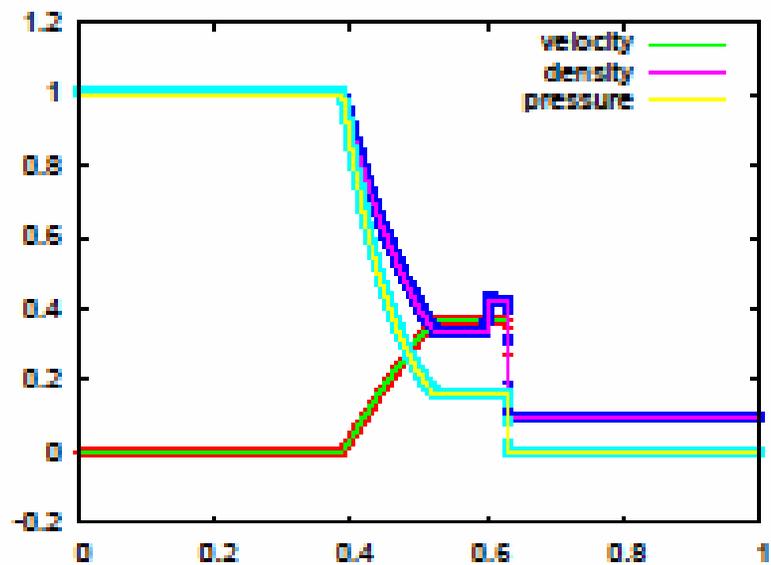
Boltzmann Gas (低密度)

Thomas Fermi approximation

Relativistic Mean Field

Theory (高密度)





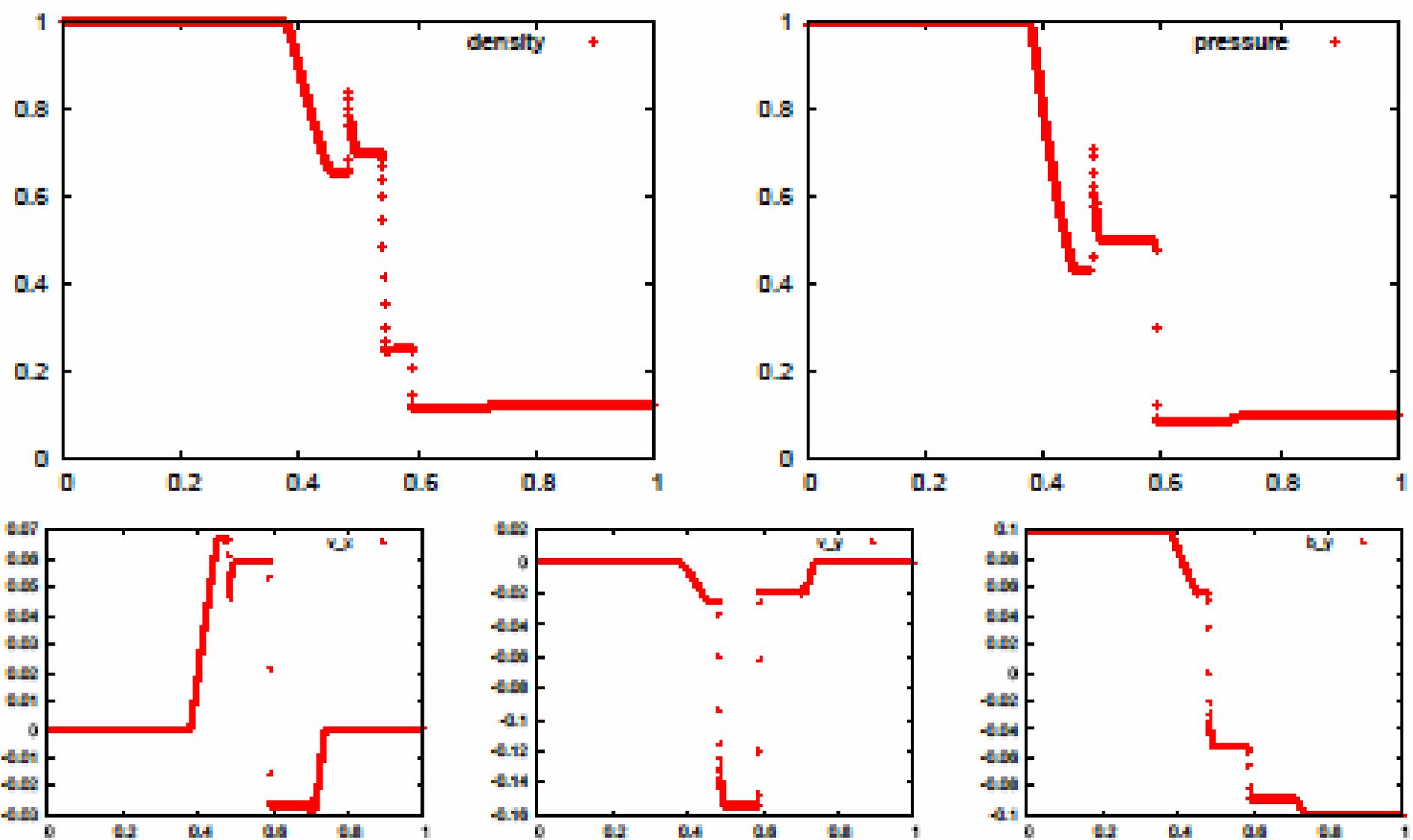


Figure 3.11: Mildly Relativistic Magnetic Shock Tubes

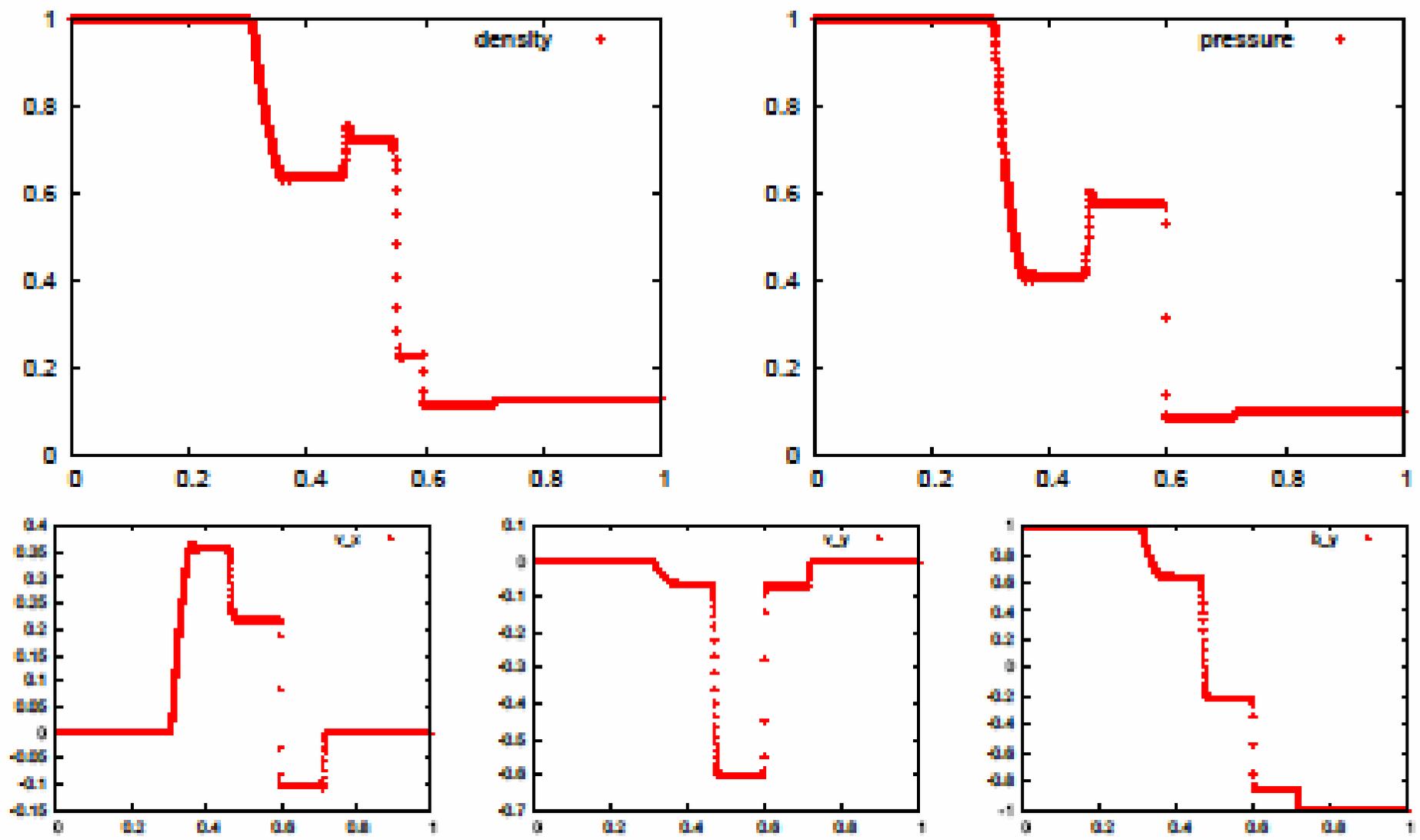


Figure 3.12: Relativistic Magnetic Shock Tubes

$$T_{ij} = (\rho + e + p + |b|^2) W^2 v_i v_j + (p + \frac{|b|^2}{2}) \delta_{ij} - b_i b_j + \frac{1}{4\pi G} \left\{ \partial_i (\Phi) \partial_j (\Phi) - \frac{1}{2} \delta_{ij} \partial_m (\Phi) \partial_m (\Phi) \right\}.$$