

応用課題：降着円盤における磁気回転不安定性とジェット形成

松元亮治、小野貴史 (千葉大理)

1 降着円盤における磁気回転不安定性

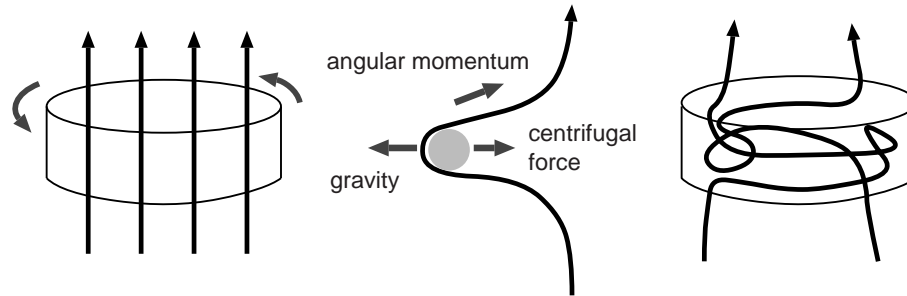


図 1: 磁気回転不安定性の機構

中心天体のまわりを差動回転しているプラズマが一様磁場に貫かれているものとする。流体要素の各点では動径方向の重力と遠心力がつりあって平衡状態にある。このとき、流体要素の一部を内向きに変位させると回転角速度が増加するが、この要素は、それよりも角速度の遅い外側の要素と同一の磁力線上にあるため角運動量が外向きに輸送される。角運動量を失った内側の要素は遠心力が小さくなるため重力 > 遠心力となってさらに内向きに変位していく。この不安定性は磁場と差動回転による不安定性であることから磁気回転不安定 (MRI) とよばれ、降着円盤における角運動量輸送の起源になっていると考えられている。

2 磁気回転不安定性の局所シミュレーション

簡単化のため、円盤の赤道面付近の一部を取り出し、鉛直方向の重力は無視する。また、非圧縮性を仮定し、粘性と電気抵抗は無視する。角速度 Ω で回転する系での基礎方程式は以下のようなになる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi\rho} + \mathbf{g} + 2\mathbf{v} \times \Omega + (\Omega \times \mathbf{r}) \times \Omega$$
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0.$$

図のように中心天体から動径距離 r_0 の位置に円盤と共回転する直交座標系をとり、動径方向を x 軸、方位角方向を y 軸、鉛直方向を z 軸にえらぶ。このとき、 $x \ll r_0$ なら動径方向の重力と遠心力の差は $-GM/(r_0 + x)^2 + (r_0 + x)\Omega^2 \sim 3\Omega^2 x$ とかける。円盤はケプラー回転して

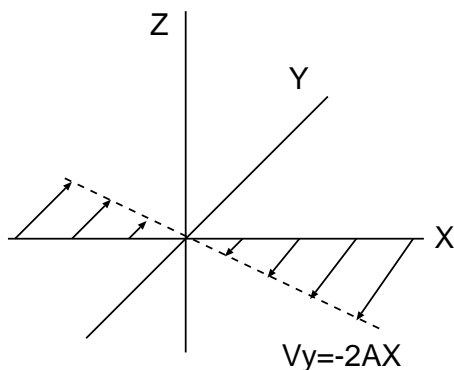


図 2: 局所カーテシアン座標系 : ケプラー円盤では $A = 3\Omega/4$ である

おり、平衡状態で磁場、圧力、密度が一様であるとする平衡状態での方位角方向の速度分布は $v_y = -1.5\Omega x$ となる。

演習 1 CANS2D のモデル `md_mri` に圧縮性流体における磁気回転不安定性の 2 次元シミュレーションモデルがある。これを実行して時間発展を調べなさい。

3 差動回転する円筒プラズマの大局的シミュレーション

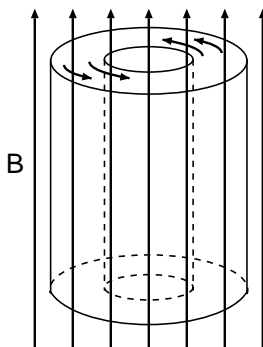


図 3: 一様磁場に貫かれたシア回転する円柱プラズマ

図のように回転軸方向の磁場に貫かれた差動回転する円筒プラズマの安定性を大局的な MHD シミュレーションによって調べることを考える。座標系としては円筒座標 (r, φ, z) を用いる。重力ポテンシャル $\phi(r)$ 中を角運動量分布 $L = L_0 r^a$ で回転し、ポルトロピックな状態方程式 $P = K \rho^{1+1/n}$ にしたがう回転円筒プラズマの平衡形状は次式で与えられる。

$$\phi(r) + \frac{1}{2(1-a)} L_0^2 r^{2a-2} + (n+1) \frac{P}{\rho} = \text{const} = \psi_0$$

これより、プラズマ中の音速を c_s 、 c_s^2 を T と定義すると

$$T = c_s^2 = (\psi_0 - \phi(r) - \frac{1}{2(1-a)} L_0^2 r^{2a-2}) \frac{\gamma}{n+1}$$

密度分布は $P = \rho T / \gamma = K \rho^{1+1/n}$ より

$$\rho = (T / (\gamma K))^n$$

上式から回転円筒プラズマの温度分布を求めると、ある領域 $r_{in} < r < r_{out}$ 内でのみ温度が正になる。すなわち、回転円筒プラズマは $r = r_{in}$ と $r = r_{out}$ に表面を持つ。円筒プラズマ外は以下の密度分布を持つ等温の静止した高温ハローで満たされているとした。 $\rho = \rho_c \exp[-\alpha(\phi(r) - \phi(r_0))]$ 。 $\alpha = \gamma / c_{sc}^2$ である。ここで γ は比熱比、 c_{sc} はコロナの音速 ($c_{sc}^2 = \gamma P_c / \rho_c$)。磁場分布は初期に鉛直方向の一様磁場とする。以下、 $r_0 = v_{\varphi 0} = \rho_0 = 1$ の単位系を用いる。

3.1 基礎方程式

円筒座標系における磁気流体方程式系、ただし、速度、磁場について方位角成分を含む。外場としての重力入り

3.2 モデルパラメータ

a	角運動量分布のパラメータ
rn	ポリトロップ指数 n
eth	$E_{th} = c_{s0}^2 / (\gamma v_{\varphi 0}^2)$
emg	$E_{mg} = v_{A0}^2 / v_{\varphi 0}^2$
tec0	等温コロナの温度 $= c_{sc}^2$
roc0	基準半径のコロナ密度 $= \rho_c / \rho_0$

ここで、 c_{s0} は基準半径 $r = r_0$ での音速、 $v_{A0}^2 = B_0^2 / (4\pi \rho_0)$ 、 $v_{\varphi 0}^2 = GM / r_0$ 。初期磁場は回転軸成分のみをもち、 $B_0 = \sqrt{4\pi E_{mg}}$ 。

演習 2 軸対称性を仮定した円筒座標 2次元の MHD コードを用いてこのような円筒プラズマの時間発展を調べなさい (md_mricyl)。

4 ジェット形成

鉛直方向の磁場に貫かれた降着円盤では、円盤の回転によって磁力線が擦じられ、ローレンツ力と遠心力によって円盤プラズマが加速されて図のような双極ジェットが形成される。

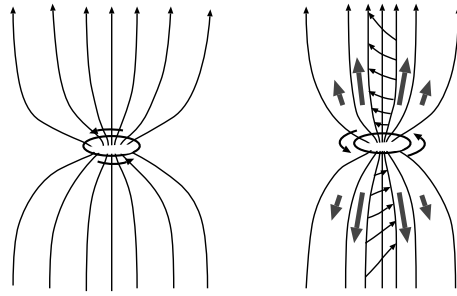


図 4: 磁気流体ジェット形成の内田・柴田モデル

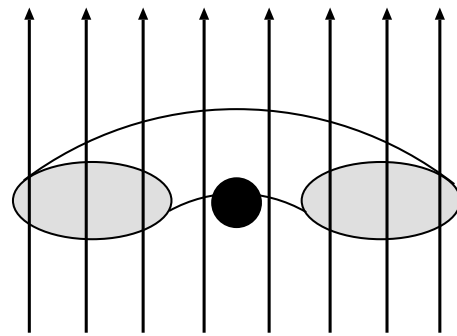


図 5: 磁力線に貫かれたトーラス

初期に鉛直磁場に貫かれたトーラスの時間発展を軸対称 2 次元磁気流体コードによってシミュレートするモジュール `md_diskjet` を用いて演習を行う。

重力ポテンシャル $\phi(r, z)$ 中を角運動量分布 $L = L_0 r^a$ で回転し、ポリトロピックな状態方程式 $P = K \rho^{1+1/n}$ にしたがう回転トーラスの平衡形状は次式で与えられる。

$$\phi(r, z) + \frac{1}{2(1-a)} L_0^2 r^{2a-2} + (n+1) \frac{P}{\rho} = \text{const} = \psi_0$$

トーラスのまわりには等温球対称なプラズマが分布しているとする。静水圧平衡の条件からプラズマの密度分布は

$$\rho = \rho_0 \exp\left[\alpha \left(\frac{r_0}{\sqrt{r^2 + z^2}} - 1\right)\right]$$

で与えられる。この計算には無次元パラメータがふたつあり、 $E_{\text{th}} = v_{\text{so}}^2 / (\gamma v_{\text{K0}}^2)$ 、 $E_{\text{mg}} = v_{\text{A0}}^2 / v_{\text{K0}}^2$ で与えられる。ここで、 v_{K0} は $r = r_0$ でのケプラー回転速度、 v_{so} 、 v_{A0} は $(r_0, 0)$ における降着円盤の音速とアルベン速度である。

演習 3 このときのトーラスの密度分布を求め、`md_diskjet` 中で初期条件として与えられている密度分布と一致することを確かめなさい。

演習 4 `md_diskjet` を用いたジェット形成のシミュレーションを行いなさい。

5 発展演習

1. ジェットの速度が α 、 n 、 E_{mg}, E_{th} などのパラメータにどのように依存するかを調べなさい (Kudoh et al. 1998)。
2. 円盤内部に z 方向にある波長をもつ速度揺らぎを与えてジェット形成シミュレーションを行い、MRI の成長がジェットの速度に及ぼす影響を調べなさい (Kudoh et al. 2002)。
3. 電気抵抗を含めたシミュレーションを実施しなさい (mlw_m3_cge を用いる)。電気抵抗の大きさをいろいろ変えて、ジェットの形状や速度がどのように変化するか調べなさい (Kuwabara et al. 2000)。
4. 重力ポテンシャルを変えてシミュレーションを実施しなさい。たとえば、ブラックホールの重力場を近似する Pseudo Newtonian Potential $\phi = -GM/(r - r_s)$ 。 r_s はシュバルツシルト半径。
5. 中心天体と円盤が中心天体の双極磁場で結ばれている場合のシミュレーションを実施しなさい (Hayashi et al. 1996)。
6. 輻射冷却がジェット形成に及ぼす影響を調べなさい。mlw_m3_cg のエネルギー方程式に例えば以下のような冷却項を source term として加える。

$$q(i, j) = 1. d - 2 * \tau * r_o(i, j) ** 2 * \text{sqrt}(pr(i, j) / r_o(i, j))$$

tau はパラメータ

7. 他のモジュールの mpi_mlw 中の model.f 等を参考にして md_diskjet を MPI 化し、FX10 を用いて高解像度のシミュレーションを実施しなさい。
8. md_mricyl を 3 次元 MPI 化して FX10 を用いて 3 次元シミュレーションを実施しなさい。
9. HLLD スキームに基づく円筒座標系 2 次元 MHD コードを用いたシミュレーションを実施しなさい。