SS2012 シミュレーション課題:太陽活動 重力成層流体中を伝わる磁気流体波動

光球



Kudoh & Shibata (1999)

ひので衛星で観測したスピキュール (国立天文台/JAXA)

磁気流体波動の伝播



磁気音波のモード変換(t=58.5s)



磁気音波のモード変換(t=81.9s)



計算モデル

- 1. 一様背景中の MHD 波動(CANS のまま)
- 重力成層・一様温度・一様磁場(β > 1)中の MHD 波動(まずは、波動の突っ立ち). 周波数を変えて、 エヴァネッセントや重力波のケースも実施。
- 3. 同上(β<1)
- 6. 同上(下半分β>1、上半分β<1)モードコンバー ジョンがみえるか?
- 5. 重力無·膨らんだ磁力線(β>1)
- 6. 同上(β<1)
- 7. 同上(下半分 β > 1、上半分 β < 1) モードコンバー ジョンがみえるか?
- 8. 重力成層・膨らんだ磁力線
- 9. ...

磁気音波、アルフベン波の位相速度、群速度

Dispersion Relations $(\beta > 1)$



Song & Russel (2002)

音響重力波(磁場なし)

$$k_{\parallel}^{2} \equiv \frac{\omega^{2} - \Omega^{2}}{c^{2}} + k^{2} \left(\frac{N^{2}}{\omega^{2}} - 1\right)$$

- Ω: 音波のカットオフ周波数
- N: ブラントバイサラ周波数
- k_{ll}²>0の時に、鉛直方向に伝播可能。

応用課題:降着円盤における磁気回転不安定性とジェット形成 _{松元亮治、小野貴史(千葉大理)}

1 降着円盤における磁気回転不安定性



図 1: 磁気回転不安定性の機構

中心天体のまわりを差動回転しているプラズマが一様磁場に貫かれているものとする。流体 要素の各点では動径方向の重力と遠心力がつりあって平衡状態にある。このとき、流体要素の 一部を内向きに変位させると回転角速度が増加するが、この要素は、それよりも角速度の遅い 外側の要素と同一の磁力線上にあるため角運動量が外向きに輸送される。角運動量を失った内 側の要素は遠心力が小さくなるため重力 > 遠心力となってさらに内向きに変位していく。こ の不安定性は磁場と差動回転による不安定性であることから磁気回転不安定(MRI)とよばれ、 降着円盤における角運動量輸送の起源になっていると考えられている。

2 磁気回転不安定性の局所シミュレーション

簡単化のため、円盤の赤道面付近の一部を取り出し、鉛直方向の重力は無視する。また、非 圧縮性を仮定し、粘性と電気抵抗は無視する。角速度 Ω で回転する系での基礎方程式は以下 のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi\rho} + \mathbf{g} + 2\mathbf{v} \times \mathbf{\Omega} + (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{\Omega} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \end{aligned}$$

図のように中心天体から動径距離 r_0 の位置に円盤と共回転する直交座標系をとり、動径方向を x 軸、方位角方向を y 軸、鉛直方向を z 軸にえらぶ。このとき、 $x \ll r_0$ なら動径方向の重力と遠心力の差は $-GM/(r_0 + x)^2 + (r_0 + x)\Omega^2 \sim 3\Omega^2 x$ とかける。円盤はケプラー回転して



図 2: 局所カーテシアン座標系: ケプラー円盤では $A = 3\Omega/4$ である

- おり、平衡状態で磁場、圧力、密度が一様であるとすると平衡状態での方位角方向の速度分布 は $v_y = -1.5\Omega x$ となる。
- 演習 1 CANS2D のモデルmd_mri に圧縮性流体における磁気回転不安定性の 2 次元シミュレー ションモデルがある。これを実行して時間発展を調べなさい。
 - 3 差動回転する円筒プラズマの大局的シミュレーション



図 3: 一様磁場に貫かれたシア回転する円柱プラズマ

図のように回転軸方向の磁場に貫かれた差動回転する円筒プラズマの安定性を大局的な MHD シミュレーションによって調べることを考える。座標系としては円筒座標 (r, φ, z) を用いる。 重力ポテンシャル $\phi(r)$ 中を角運動量分布 $L = L_0 r^a$ で回転し、ポリトロピックな状態 方程式 $P = K \rho^{1+1/n}$ にしたがう回転円筒プラズマの平衡形状は次式で与えられる。

$$\phi(r) + \frac{1}{2(1-a)}L_0^2 r^{2a-2} + (n+1)\frac{P}{\rho} = const = \psi_0$$

これより、プラズマ中の音速を c_s 、 c_s^2 をTと定義すると

$$T = c_s^2 = (\psi_0 - \phi(r) - \frac{1}{2(1-a)}L_0^2 r^{2a-2})\frac{\gamma}{n+1}$$

密度分布は $P = \rho T / \gamma = K \rho^{1+1/n}$ より

$$\rho = (T/(\gamma K))^n$$

上式から回転円筒プラズマの温度分布を求めると、ある領域 $r_{in} < r < r_{out}$ 内でのみ温度が正になる。すなわち、回転円筒プラズマは $r = r_{in}$ と $r = r_{out}$ に表面を持つ。円筒プラズマ外は以下の密度分布を持つ等温の静止した高温ハローで満たされているとした。 $\rho = \rho_c \exp\left[-\alpha(\phi(r) - \phi(r_0))\right]$ 。 $\alpha = \gamma/c_{sc}^2$ である。ここで γ は比熱比、 c_{sc} はコロナの音速 ($c_{sc}^2 = \gamma P_c/\rho_c$)。磁場分布は初期に鉛直方向の一様磁場とする。以下、 $r_0 = v_{\varphi 0} = \rho_0 = 1$ の単位系を用いる。

3.1 基礎方程式

円筒座標系における磁気流体方程式系、ただし、速度、磁場について方位角成分を含む。外 場としての重力入り

3.2 モデルパラメータ

a	角運動量分布のパラメータ
\mathbf{rn}	ポリトロープ指数 n
eth	$E_{th} = c_{s0}^2 / (\gamma v_{\varphi 0}^2)$
emg	$E_{mg} = v_{A0}^2 / v_{\varphi 0}^2$
tec0	等温コロナの温度 $=c_{sc}^2$
roc0	基準半径のコロナ密度 $= ho_c/ ho_0$

ここで、 c_{s0} は基準半径 $r = r_0$ での音速、 $v_{A0}^2 = B_0^2/(4\pi\rho_0)$ 、 $v_{\varphi 0}^2 = GM/r_0$ 。初期磁場は回転軸成分のみをもち、 $B_0 = \sqrt{(4\pi E_{mg})}$ 。

演習 2 軸対称性を仮定した円筒座標 2 次元の MHD コードを用いてこのような円筒プラズマの 時間発展を調べなさい (md_mricyl)。

4 ジェット形成

鉛直方向の磁場に貫かれた降着円盤では、円盤の回転によって磁力線が捩じられ、ローレン ツカと遠心力によって円盤プラズマが加速されて図のような双極ジェットが形成される。



図 4: 磁気流体ジェット形成の内田・柴田モデル



図 5: 磁力線に貫かれたトーラス

初期に鉛直磁場に貫かれたトーラスの時間発展を軸対称2次元磁気流体コードによってシ ミュレートするモジュールmd_diskjetを用いて演習を行う。

重力ポテンシャル $\phi(r, z)$ 中を角運動量分布 $L = L_0 r^a$ で回転し、ポリトロピックな状態方程式 $P = K \rho^{1+1/n}$ にしたがう回転トーラスの平衡形状は次式で与えられる。

$$\phi(r,z) + \frac{1}{2(1-a)}L_0^2r^{2a-2} + (n+1)\frac{P}{\rho} = const = \psi_0$$

トーラスのまわりには等温球対称なプラズマが分布しているとする。静水圧平衡の条件からプ ラズマの密度分布は

$$\rho = \rho_0 \exp[\alpha (\frac{r_0}{\sqrt{r^2 + z^2}} - 1)]$$

で与えられる。この計算には無次元パラメータがふたつあり、 $E_{th} = v_{s0}^2 / (\gamma v_{K0}^2)$ 、 $E_{mg} = v_{A0}^2 / v_{K0}^2$ で与えられる。ここで、 v_{K0} は $r = r_0$ でのケプラー回転速度、 v_{s0} 、 v_{A0} は $(r_0, 0)$ における降着円盤の音速とアルベン速度である。

演習3 このときのトーラスの密度分布を求め、md_diskjet中で初期条件として与えられている 密度分布と一致することを確かめなさい。

演習4 md_diskjetを用いたジェット形成のシミュレーションを行いなさい。

5 発展演習

- 1. ジェットの速度が α 、n、 E_{mg} , E_{th} などのパラメータにどのように依存するかを調べなさい (Kudoh et al. 1998)。
- 2. 円盤内部に z 方向にある波長をもつ速度揺らぎを与えてジェット形成シミュレーションを 行い、MRIの成長がジェットの速度に及ぼす影響を調べなさい (Kudoh et al. 2002)。
- 3. 電気抵抗を含めたシミュレーションを実施しなさい(mlw_m3_cge を用いる)。電気抵抗の大きさをいろいろ変えて、ジェットの形状や速度がどのように変化するか調べなさい (Kuwabara et al. 2000)
- 4. 重力ポテンシャルを変えてシミュレーションを実施しなさい。たとえば、ブラックホールの重力場を近似する Pseudo Newtonian Potential $\phi = -GM/(r r_s)$ 。 r_s はシュバル ツシルト半径。
- 5. 中心天体と円盤が中心天体の双極磁場で結ばれている場合のシミュレーションを実施し なさい(Hayashi et al. 1996)
- 6. 輻射冷却がジェット形成に及ぼす影響を調べなさい。mlw_m3_cgのエネルギー方程式に 例えば以下のような冷却項を source term として加える。

q(i,j)=1.d-2*tau*ro(i,j)**2*sqrt(pr(i,j)/ro(i,j))

tau はパラメータ

- 7. 他のモジュールのmpi_mlw中のmodel.f等を参考にしてmd_diskjetをMPI化し、FX10 を用いて高解像度のシミュレーションを実施しなさい。
- 8. md_mricyl を 3 次元 MPI 化して FX 10 を用いて 3 次元シミュレーションを実施しなさい。
- 9. HLLD スキームに基づく円筒座標系 2 次元 MHD コードを用いたシミュレーションを実施しなさい。

第4章 演習課題

4.4 ジェット伝播

4.4.1 理想磁気流体方程式

以下に今回解く理想磁気流体方程式を挙げる。上からそれぞれ密度の連続の式、運動量保 存の式、誘導方程式、エネルギー保存の式を表す。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial \left(\rho \boldsymbol{v}\right)}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\rho \boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{v} + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{B}}{4\pi}\right) = 0 \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left\{ \left(e + p + \frac{B^2}{8\pi} \right) \boldsymbol{v} - \frac{\left(\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{v} \right) \boldsymbol{B}}{4\pi} \right\} = 0$$
(4.3)

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{4.4}$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} + \frac{B^2}{8\pi}$$
(4.5)

ここで、 ρ 、v、B、eはそれぞれ密度、速度、磁場、エネルギー密度を表す。計算コードは 近似リーマン解法の一種である HLLD 法に基づく 2 次元円筒座標系の磁気流体コードを用い ている。

4.4.2 計算モデル

図 4.1 は計算モデルの模式図である。 $\rho = 1, p = 1/\gamma$ の一様なガス中に半径1の超音速 ジェットを注入している。ジェットは $\rho = 0.1, p = 1/\gamma$ の低密度ジェットを仮定している。

図 4.2 は計算結果の密度分布である。ジェットの前方には弧状の衝撃波 (バウショック) や ジェットを包み込むバックフロー (コクーン) などの構造が見られる。



図 4.1:2次元シミュレーションモデルの模式図。



図 4.2: 2 次元シミュレーション結果の一例。カラーは温度分布を表す。

4.4.3 課題

- model_jetprop.f90 内のジェットのパラメータ (速度、密度等) を変更し、構造の変化を 調べる
- 初期状態を変更し、ジェットの前方に高密度な平板状のガスを配置し、ジェットが高密
 度なガスを突き抜ける様子を調べる
- 高密度なガスの密度分布をさまざまに変え、モデル間の構造変化などを比較する



星間ガスにおける

パーカー不安定性

担当:工藤哲洋(国立天文台)



cans2d/md_parkerinst

パーカー不安定性により分子雲は形成される のか?された場合、分子雲の磁場、乱流の強 さはどのくらいか?

より銀河面にある星間ガスの状況に近い設定 にしてシミュレーションをしよう。

基礎編:

重力場、ガスの温度、比熱比、磁場などはどの ようなパラメータ、初期条件をとるべきか。

応用編:

ガスの放射冷却(加熱)を与えて、分子雲が 形成される様子を調べる。

第4章 演習課題

4.1 モーメント法を用いた相対論的輻射流体の数値解法

高橋博之 (国立天文台)

近年のスーパーコンピュータの発達と数値計算コードの高精度化に伴い、より高解像度・長時間の磁気 流体計算を行う事が可能になってきた。その一方で、磁気流体に自己重力や、特殊・一般相対性理論、電気 抵抗、熱伝導、粘性、輻射輸送など、より多くの物理を含めた現実的な計算も行われている。この章では相 対論的流体に輻射の効果を無矛盾に取り入れた相対論的輻射流体数値計算の紹介をする。輻射場は簡単の ため、光子分布関数を運動量空間で積分したモーメント量(輻射エネルギー密度、フラックス)で記述する。 モーメント方程式の導出は省略するが、詳しくは数値天文学マニュアル (http://www.astro.phys.s.chibau.ac.jp/hpci/ss2012/) や Mihalas & Mihalas (1984); Kato et al. (2008); Takahashi et al. (2012) を参 照してほしい。

以下、メトリックは平坦とし (diag $g_{\mu\nu} = (-1, 1, 1, 1)$)、添字のギリシャ文字とアルファベットはそれ ぞれ時空 4 次元 (0, 1, 2, 3) と空間 3 次元 (1, 2, 3) を表す。

4.1.1 相対論的輻射流体方程式

相対論的輻射流体方程式は以下で記述される:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^j)}{\partial x^j} = 0, \qquad (4.1)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[(\epsilon + p_g)\gamma^2 - p_g\right] + \frac{\partial}{\partial x^j}\left[(\epsilon + p_g)\gamma\frac{u^j}{c}\right] = G^0,$$
(4.2)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[(\epsilon+p_g)\gamma u^i\right] + \frac{\partial}{\partial x^j}\left[(\epsilon+p_g)\frac{u^i u^j}{c^2} + \delta^{ij}p_g\right] = G^i.$$
(4.3)

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} + \frac{\partial F_r^j}{\partial x^j} = -cG^0, \qquad (4.4)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F_r^i}{\partial t} + \frac{\partial P_r^{ij}}{\partial x^j} = -G^i, \qquad (4.5)$$

上から順に質量保存、ガスのエネルギー保存、ガスの運動量保存、輻射の0次モーメント式、輻射の1 次モーメントの式を表す。 ρ , p_g はガス密度、ガス圧で δ^{ij} はクロネッカーデルタである。 ϵ は静止質量 エネルギー密度を含めた流体のエネルギー密度を表しており、polytropic 関係を仮定すると内部エネル ギー密度 e、比熱比 Γ を用いて

$$\epsilon = \rho c^2 + e = \rho c^2 + \frac{p_g}{\Gamma - 1},\tag{4.6}$$

とかける。 $u^{\nu} = (c\gamma, \gamma v^{j})$ は流体4元速度で、3元速度 v^{i} 、ローレンツ因子 γ との間に $u^{i} = \gamma v^{i} = v^{i}/\sqrt{1-\beta^{2}}$ の関係がある。ただし $\beta^{i} = v^{i}/c$ 、 $\beta = \sqrt{\beta_{k}\beta^{k}}$ である。

 E_r [erg cm⁻³], F_r^i [erg cm⁻² s⁻¹], P_r^{ij} [erg cm⁻³] はそれぞれ輻射場のエネルギー密度、フラックス、ストレスで、輻射とガスは輻射 4 元力密度 G^μ を通してエネルギー運動量のやり取りを行う。

$$G^{0} = -\frac{\rho\gamma\kappa_{0}}{c} \left(4\pi\mathbf{B} - cE_{r} + \beta_{j}F_{r}^{j}\right) - \frac{\rho\gamma\sigma_{0}}{c} \left[\frac{u^{2}E_{r}}{c} + \frac{u_{j}u_{k}P_{r}^{jk}}{c} - \left(2\gamma^{2} - 1\right)\beta_{j}F_{r}^{j}\right], \quad (4.7)$$

$$G^{i} = -\frac{\rho\gamma\kappa_{0}}{c} \left(4\pi B\beta^{i} - F_{r}^{i} + v_{k}P_{r}^{ik} \right) + \frac{\rho\gamma\sigma_{0}}{c} \left[F_{r}^{i} - \gamma E_{r}u^{i} - v_{k}P_{r}^{ik} + v^{i} \left(\frac{2\gamma u_{k}F_{r}^{k}}{c^{2}} - \frac{u_{j}u_{k}P_{r}^{jk}}{c^{2}} \right) \right].$$
(4.8)

ただし $u = \sqrt{u_k u^k}$ である。 κ_0, σ_0 はそれぞれ共動座標系で評価した吸収係数、及び散乱係数 (cm² g⁻¹) を表す。B[erg cm⁻² s⁻¹] は黒体輻射強度でガス温度を用いて

$$\mathbf{B} = \frac{\sigma_{\rm SB}}{\pi} T_g^4,\tag{4.9}$$

となる。ここで $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ deg}^{-4}$ は Stefan-Boltzmann 定数である。このガス温度は状態方程式によって決まる:

$$p_g = \frac{\rho k_B T_g}{\mu m_p}.\tag{4.10}$$

 $k_B = 1.38 \times 10^{-5} \text{ erg deg}^{-1}$ はボルツマン定数、 $m_p = 1.672 \times 10^{-24} \text{ g}$ はイオン質量、 μ は平均分子量である。

これらの式に加えて、クロージャー関係と呼ばれる *P*^{ij} を与える式 (輻射の状態方程式)が必要となる。 ここでは 2 つのクロージァー関係式を紹介する。

共動座標系で等方的な放射を仮定した場合、P^{ij}は

$$P_r^{\prime ij} = \frac{\delta^{ij}}{3} E_r^{\prime},\tag{4.11}$$

と表される。このように等方的な輻射圧を与える近似を Eddington 近似と呼ぶ。ダッシュ'は共動座標 系の物理量を表しているが、式 (4.4)-(4.8) で必要なのは観測者系のストレス P_r^{ij} である。そこで式 (4.11) にローレンツ変換を用いることで P_r^{ij} に対する関係式が得られる:

$$P_{r}^{ij} + \left[-\frac{\delta^{ij}}{3} \frac{u_{k}u_{l}}{c^{2}} + \frac{u^{i}u^{j}u_{k}u_{l}}{(1+\gamma)^{2}c^{4}} \right] P_{r}^{kl} + \frac{u^{i}u_{k}P_{r}^{jk} + u^{j}u_{k}P_{r}^{ik}}{(\gamma+1)c^{2}} \\ = \frac{\delta^{ij}}{3}\gamma^{2} \left(E_{r} - 2\frac{\beta_{j}F_{r}^{j}}{c} \right) - \frac{u^{i}u^{j}E_{r}}{c^{2}} + \frac{u^{i}F_{r}^{j} + u^{j}F_{r}^{i}}{c^{2}} + \frac{2u^{i}u^{j}u_{k}F_{r}^{k}}{(\gamma+1)c^{4}}.$$
(4.12)

 P_r^{ij} は 3×3 の対称行列のため、 E_r, F_r^i, u^i を与えて 6×6 の線形方程式を解くことで P_r^{ij} が得られる。

Eddiington 近似は光学的に厚い状況では正しいが、光学的に薄い場合放射は等方的にならないため正しくない。非等方な放射を考慮したクロージャーとして M-1 クロージャーが提案されている:

$$P_r^{ij} = \left[\frac{3(1-\chi)}{2}\frac{\delta^{ij}}{3} + \frac{3\chi - 1}{2}n^i n^j\right]E_r,$$
(4.13)

$$\chi = \frac{3+4f^2}{5+2\sqrt{4-3f^2}}, \ n^i = \frac{F_r^i}{F_r}, \ f^i = \frac{F_r^i}{cE_r}, \ f = \sqrt{f_k f^k}, \ F_r = \sqrt{F_{r,k} F_r^k}.$$
(4.14)

4.1. モーメント法を用いた相対論的輻射流体の数値解法

4.1.2 課題

熱平衡状態への遷移 "1d_lte/"

ガス温度と輻射温度 $(T_r = (E'_r/a_R)^{1/4}$ 、ただし $a_R = 4\sigma_{SB}/c)$ が等しくない場合、ガスと輻射は吸収・ 再放射を通してエネルギーのやり取りを行い、熱平衡状態 $(T_g = T_r)$ へと近づいていく。この節では非 熱平衡状態から熱平衡状態へと遷移していく過程を考える。

仮定としてガスは定常・静的とし、ガス密度 ($\rho = 0.025 \text{ gcm}^{-3}$)、ガス温度 ($T_g = 10^6 \text{ K}$) は一定とする。 吸収係数は $\kappa_0 = 0.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} = \text{const}$ とし、散乱係数は $\sigma_0 = 0$ とする。輻射温度は初期に $T_r = 10^8 \text{ K}$ とする。

- ●吸収を通して輻射エネルギーが減少し、熱平衡状態に近づいて行くことを確認してください。特に t − log E_r でプロットした場合、どのように輻射エネルギーが減衰するかを確認してください。
- 輻射エネルギーが指数関数的に減衰する理由を考えてみてください。 (ヒント:式(4.4)で $F_r = 0, \sigma_0 = 0, v^i = 0, B = \text{const}, \frac{\partial}{\partial r^j} = 0 とする。)$

1次元輻射の伝搬 "1d_transport/"

輻射場がガス中を伝搬すると、輻射場は吸収過程により減衰しながら伝搬していく。この節では1次 元一様静的なガス中を伝搬する輻射場を考える。

計算領域のサイズは L = 100 cm で、ガス密度、ガス温度はそれぞれ 0.01 g cm⁻³, 10⁶ K とし、輻射 場はガスと熱平衡にあるとする。吸収係数は $\kappa_0 = 10$ cm² g⁻¹ = const とし、散乱係数は $\sigma_0 = 0$ とす る。この一様媒質中に x = 0 から輻射を $T_r = 10^8$ K で照射する。

- $x \log E_r$ 上で輻射が時間とともに伝播していく様子を確認してください。
- 吸収係数を変更した場合 (initial.f90 内の変数 absorption)、どのように変化するか確認してください (ただし大きすぎると数値的に解けなくなります)。
- クロージャー関係を変えた場合 (*initial.f90*内の変数 *radiation* を 1 から 2 に変更)、波面の伝播する速度が変わることを確かめ、なぜそのようになるか考えてください (ヒント:光学的に薄い極限を考え、式 (4.4)-(4.5) で $G^{\mu} = 0$ とし、Eddington 近似の場合は $P_r^{ij} = \delta^{ij}/3$ 、M-1 クロージャーの場合は $P_r^{xx} = E_r$, その他 = 0 として特性速度を求めてください)。
- x = 0から注入された光の波面が x = 100 cm の境界を通過すると定常状態になるの定常状態に なったときの、 $x - \log E_r$ の傾きを Eddington 近似を用いた場合と M-1 クロージャーを用いた場 合でそれぞれ求めてください。また、その傾きが何によって決まるかを考えてみてください。(ヒ ント:式 (4.4)-(4.5) で定常・静的なガスを仮定し、 $E_r \gg 4\pi B/c$ とする。)

第4章 演習課題

図 4.1:2次元輻射場伝播問題の初期条件。

2次元輻射場の伝播 ~ 日陰問題~ 2d_shadow/

この節では光学的に厚い物体に光を照らした場合の計算を行う (図 4.1)。密度 $\rho = 10^{-5}$ g cm⁻³、温度 $T_g = 10^6$ K の熱平衡にある一様媒質中に半径 20cm の重たいクランプ $\rho = 1$ g cm⁻³ を置く。このクラン プに対して x = -100 cm の境界から温度 $T_r = 10^8$ K の輻射を照射する。吸収係数は $\kappa_0 = 1$ cm² g⁻¹、 散乱係数は $\sigma_0 = 0$ とする。

- Eddington 近似を用いた場合と M-1 クロージャーを用いた場合でどのように結果が変わるか確認 してください。
- $\kappa_0 = 0.0, \sigma_0 = 1 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ とした場合 (*initial.f90*内 *absorption* = 0, *scattering=1*)、どのように 結果が変わるか確認してください。

2次元輻射場の伝播 ~ 輻射の衝突~ 2d_collision/

光学的に薄いガス中を伝播する2本の光柱を考える (図4.2)。ガスは一様静的とし、密度 $\rho = 10^{-5}$ g cm⁻³、 温度 $T_q = 10^6$ K とする。以下の様に境界から光を注入し、二つの光が交差する様子を確かめる。

$$E_r = a_R T_r^4, \ F_r^x = F_r^y = \frac{cE_r}{\sqrt{2}}, \quad if \ x \le -100 \ \text{cm} \ and \ y = [-80 \ \text{cm}, -60 \ \text{cm}],$$
(4.15)

$$E_r = a_R T_r^4, \ -F_r^x = F_r^y = \frac{cE_r}{\sqrt{2}}, \quad if \ x \ge 100 \ \text{cm} \ and \ y = [-80 \ \text{cm}, -60 \ \text{cm}],$$
(4.16)

(4.17)

ただし $T_r = 10^8$ K とする。吸収係数、散乱係数はともに 0 とし、M-1 クロージャーを用いる。

- 2本の光柱が真っ直ぐに進み、衝突することを確認してください。
- 光同士は相互作用をしないため、光が衝突することは非物理的である。なぜこのような事が起き るのか考えてみてください。

- 4.1. モーメント法を用いた相対論的輻射流体の数値解法
 - •2本の光の強度が異なる場合にどうなるか調べてみてください。

(発展編)2次元輻射場の伝播 ~ ガスの加速~ 2d_acc/

ここでは輻射によってガスが加速されて行く様子を計算する。計算ボックスは 2 次元 $x = [-10^4, 3 \times 10^4]$ cm、 $x = [-2 \times 10^4, 2 \times 10^4]$ cm とし、一様なガス ($\rho = 10^{-6}$ g cm⁻³, $T_g = 10^9$ K) で満たす。ここ に円筒形のガスクランプ (半径 3×10^3 cm、密度 10^{-2} g cm⁻³)をおき、 $x = -10^4$ cm から輻射を照射 する ($T_r = 3 \times 10^7$ K)。この問題ではガスの運動を追うため、静的なガスを仮定しない (*initial.f90* 内、 変数 *hydro* = .true.)。ガスクランプが加速されていく様子を確かめてください。

関連図書

- Mihalas, D. & Mihalas, B. W. 1984, Foundations of radiation hydrodynamics (New York, Oxford University Press, 1984, 731 p.)
- Kato, S., Fukue, J., & Mineshige, S. 2008, Black-Hole Accretion Disks Towards a New Paradigm —, ed. Kato, S., Fukue, J., & Mineshige, S.

Takahashi, H. R., Ohsuga, K., Sekiguchi, Y., Inoue, T., & Tomida, K. 2012, submitted to ApJ