

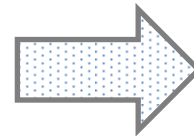
Weibel instability & numerical Cherenkov

五十嵐 朱夏(筑波大), 石崎 渉(東大)
小田 弦之介(筑波大), 加藤 ちなみ(早大)
TA: 加藤 恒彦(広大), 池谷 直樹(千葉大)

Weibel不安定性

- Weibel不安定性とは

- ミクロ不安定性、運動論的不安定性の一種
- プラズマの温度分布に非等方性
- 背景磁場が存在しない場合



Weibel不安
定

- 宇宙プラズマとWeibel不安定性

- プラズマ同士の激しい衝突が起こる
- 非等方な分布の形成
- Weibel不安定性が発生！ ←—— 普遍的にみられる現象

Ex.

ガンマ線バーストによる相対論的衝撃波 → 粒子の速度分布が非等方に
磁気リコネクションのアウトフロージェット → Weibel不安定性によって乱流化

etc..

シミュレーションの例

ガウス分布関数

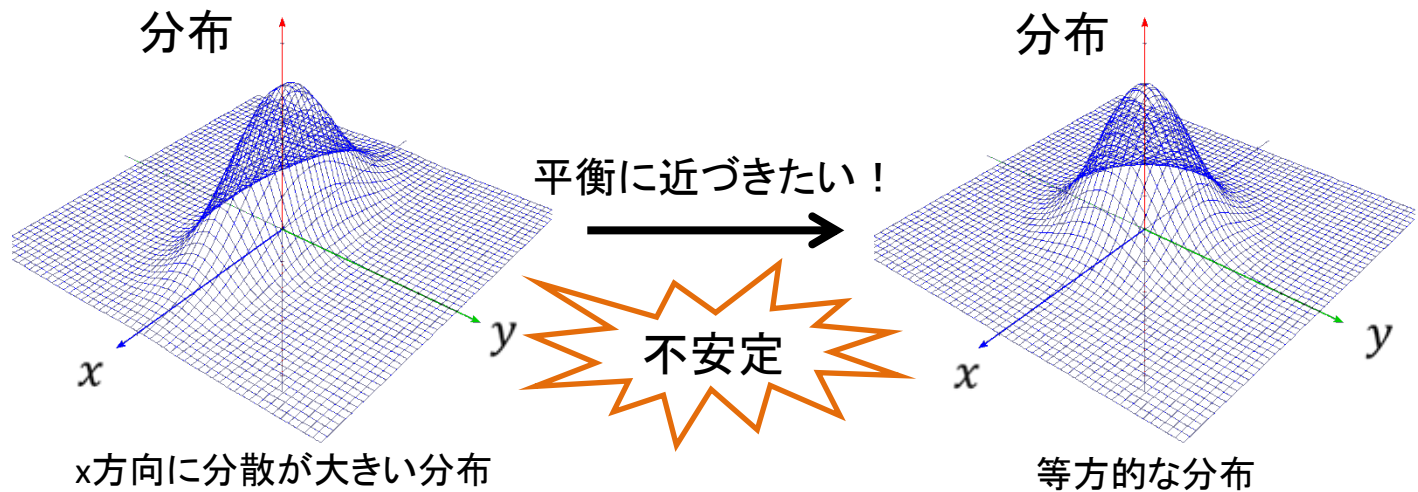
$$f_s(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_s}{\pi^{3/2} \alpha_s v_{th,s}^3} \exp \left[-\frac{v_x^2 + v_y^2}{v_{th,s}^2} - \frac{v_z^2}{\alpha_s^2 v_{th,s}^2} \right]$$

非等方パラメータ

$$A_s = \frac{2V_s^2}{v_{th,s}^2}$$

磁力線方向に対する非等方性

$$A_s = \frac{T_{s,\parallel}}{T_{s,\perp}} - 1 = \alpha_s^2 - 1$$

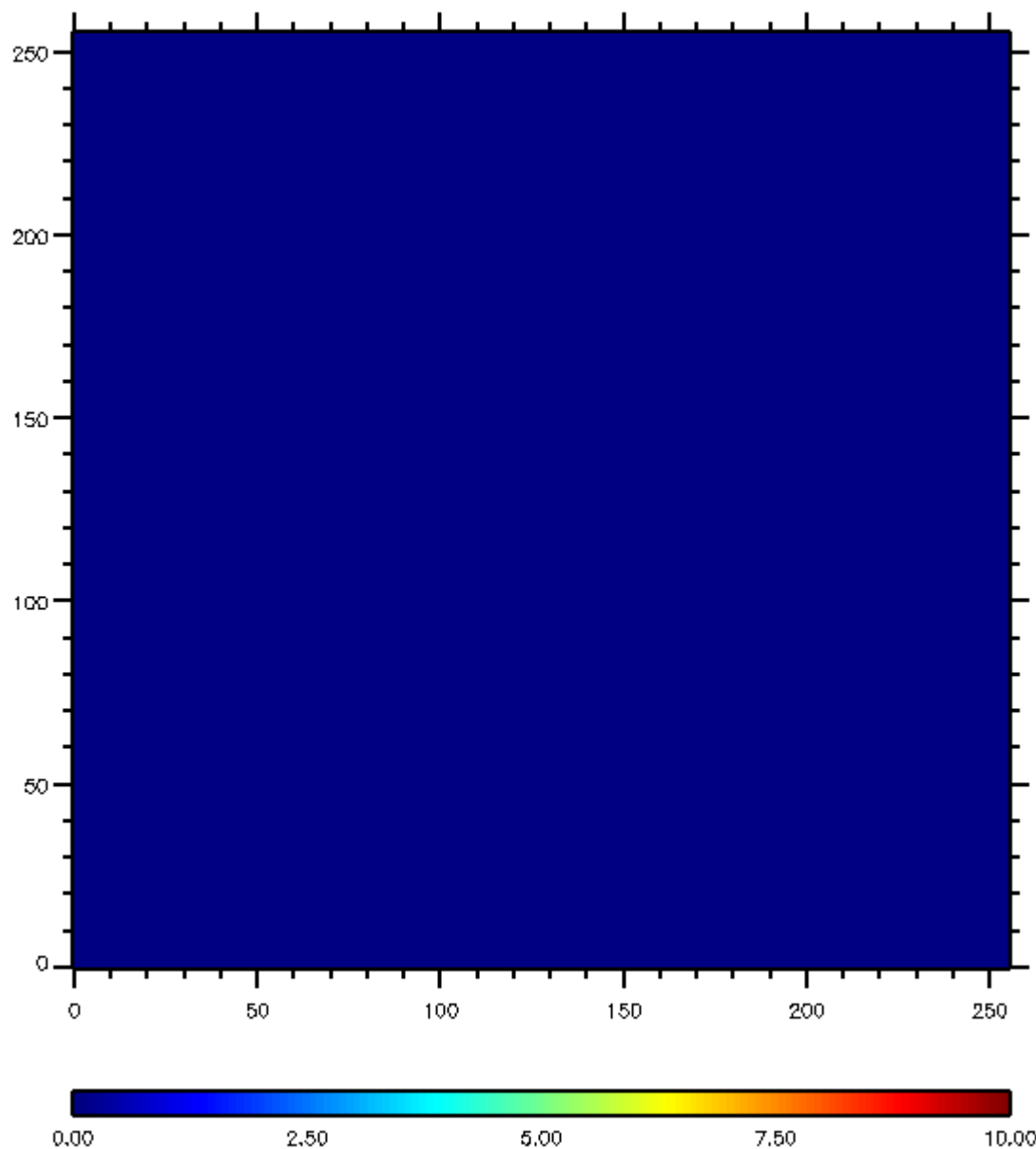


シミ

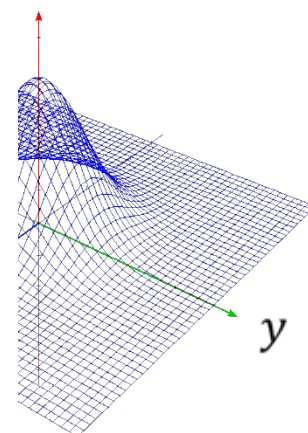
ガウス

非等方

A_{ξ}

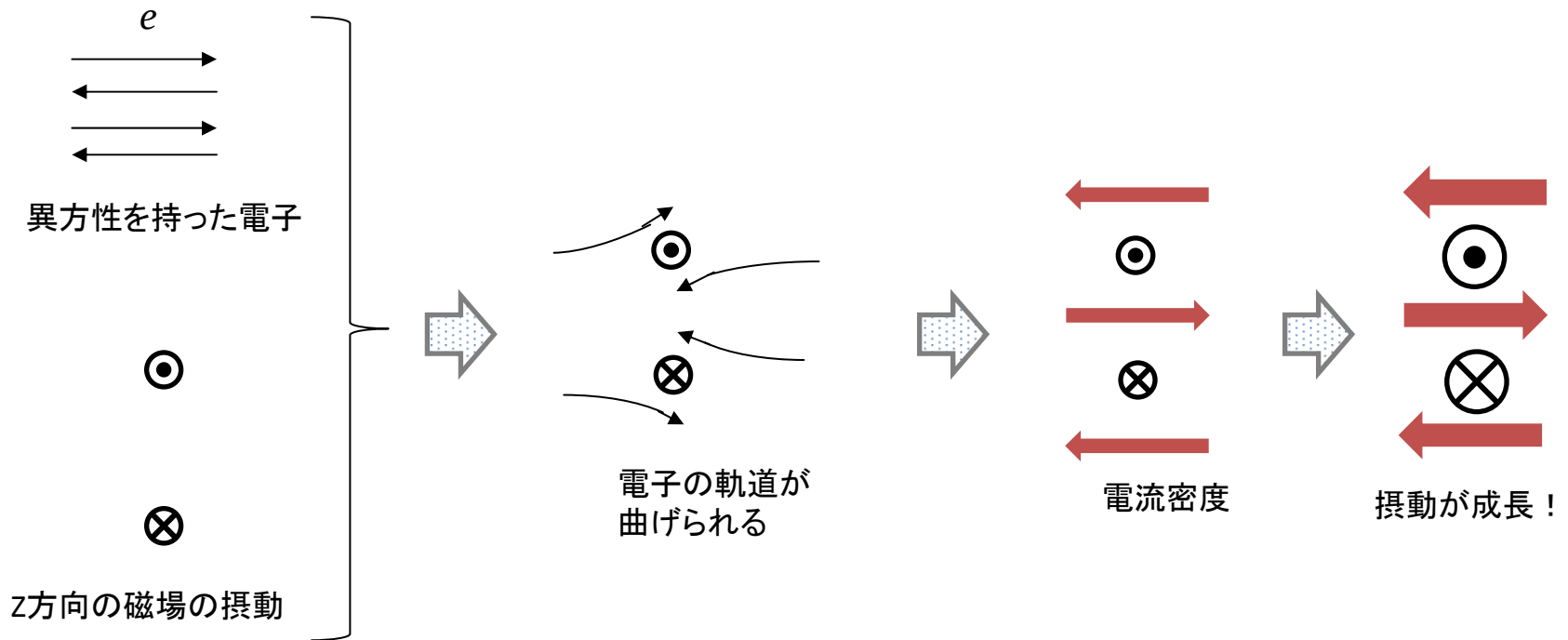


x方向に分散が入さい分布



等方的な分布

細かい原理



磁場の初期摂動は粒子軌道を湾曲し、疎密領域を形成する

電荷密度の疎密から電流が発生する

アンペールの法則より電流からさらに磁場の揺らぎが形成される

摂動に正のフィードバック

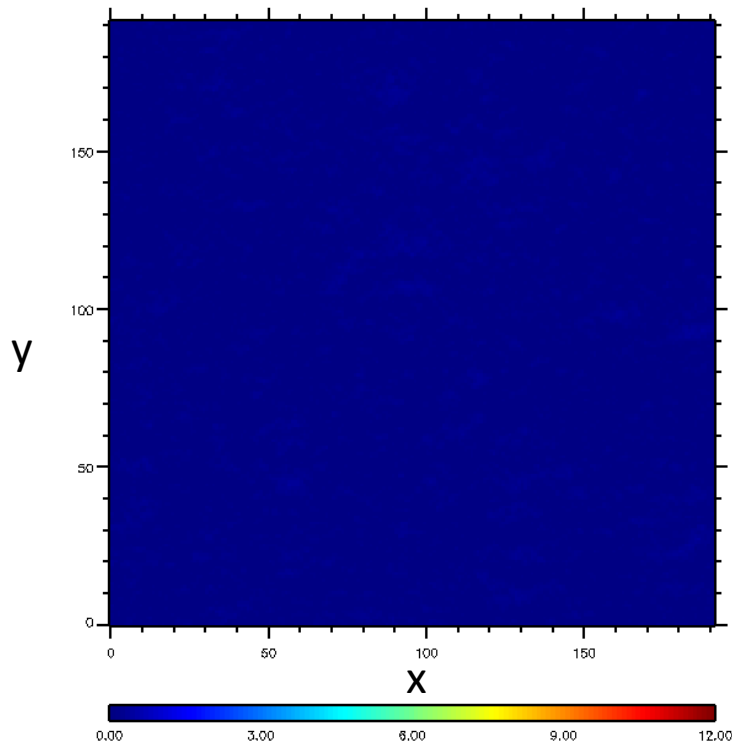


不安定性

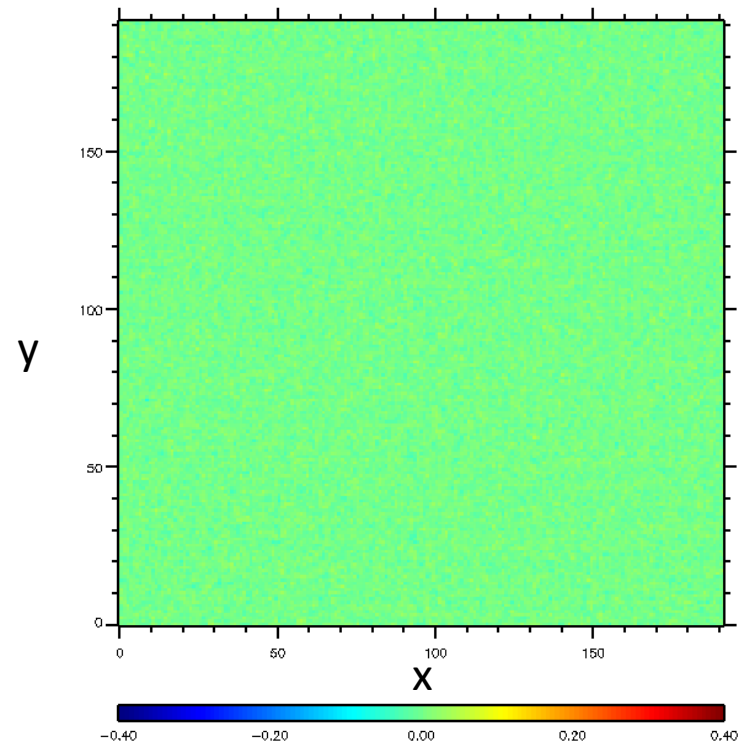
x方向に分散を大きくした場合

- x方向に速度の分散を大きくした場合($\alpha_s = 5$)
 - x方向に電流が誘起
 - 電流・磁場のパターンはx方向にまっすぐ ...線形効果
 - y方向に曲げる効果が表れる ...非線形効果

磁場の大きさ



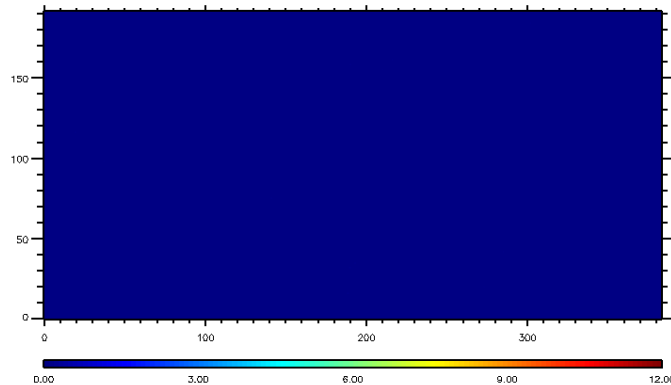
x方向の電流



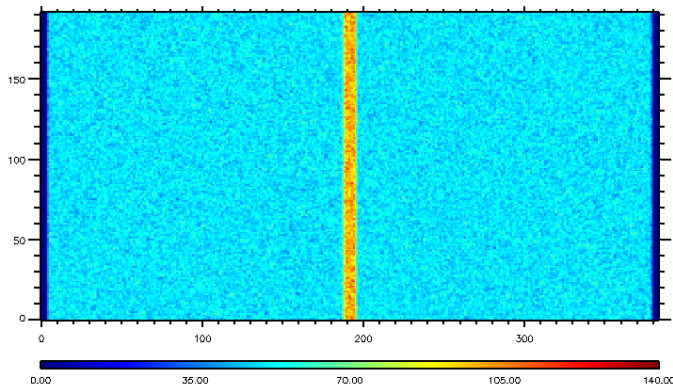
プラズマの正面衝突

- 右半分の電子に $0.6c$ 、左半分の電子に $-0.6c$ の平均速度を与える(重心系)
- 電子および陽電子は衝突しないが、電磁的な効果で相互作用する
- 特徴的な縞模様のパターン→Weibel不安定

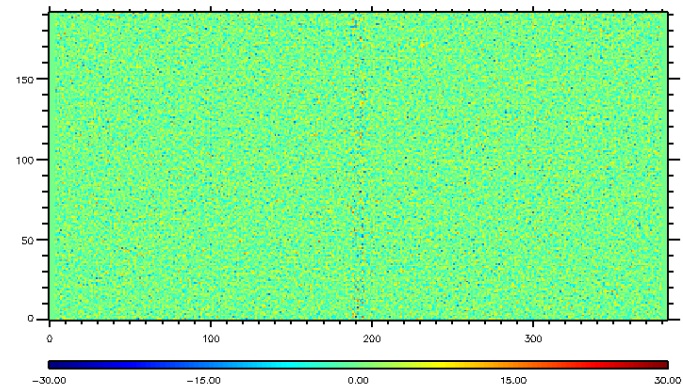
磁場の強さ



電荷密度



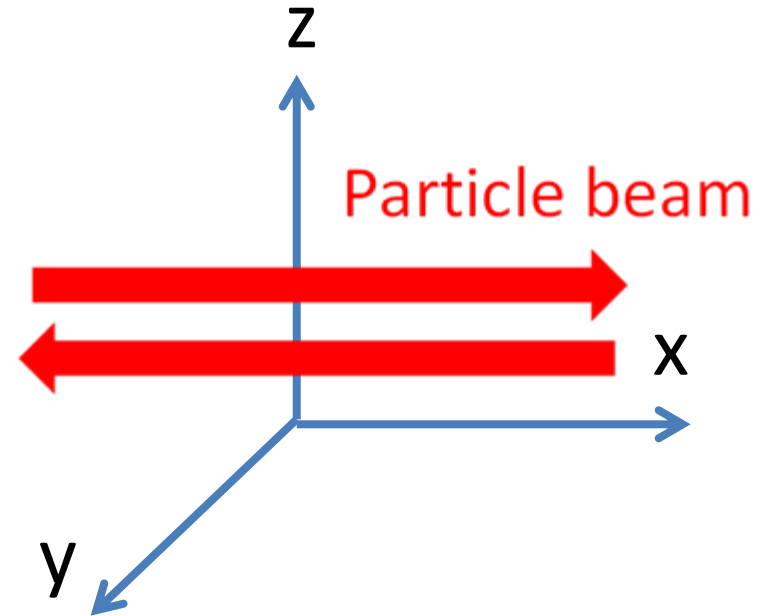
電子の数密度



対向ビーム

- 初期条件

- 正面方向に相対速度を持つ
対向ビーム



ガウシアン分布

$$f_s(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_s}{\pi^{3/2} v_{th,s}^3} \exp \left[-\frac{v_x^2 + v_y^2}{v_{th,s}^2} - \frac{(v_z - V_s)^2}{v_{th,s}^2} \right]$$

非等方性パラメーター

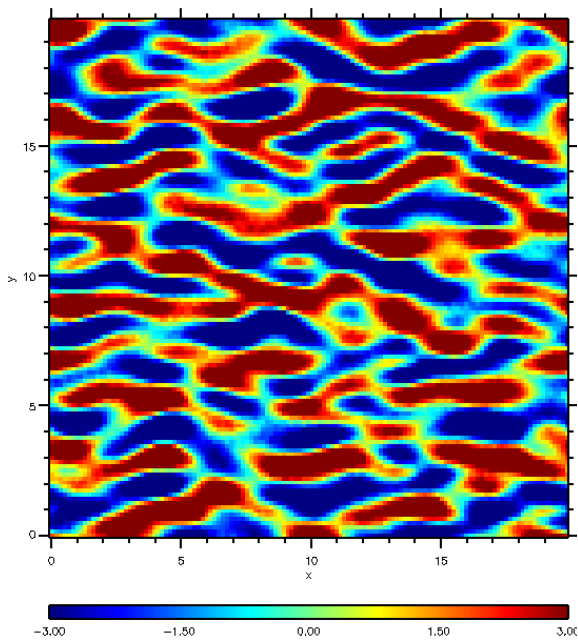
$$A_s = \frac{2V_s^2}{v_{th,s}^2}$$

Anisotropic for z direction

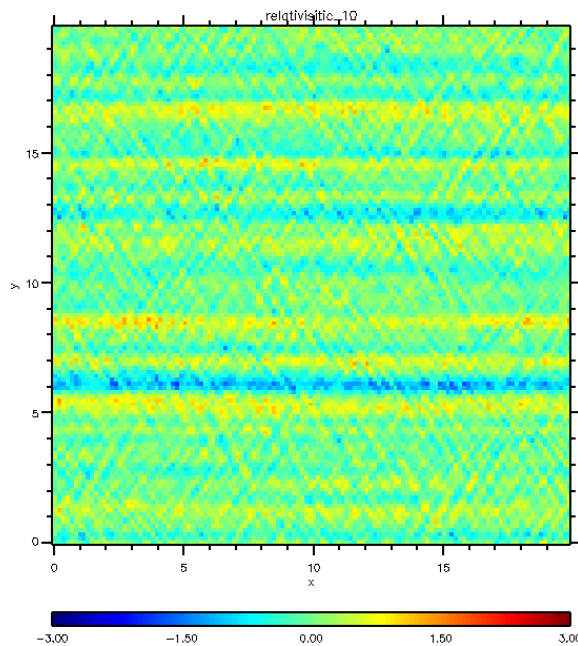
$$A_s = \frac{T_{s,\parallel}}{T_{s,\perp}} - 1 = \alpha_s^2 - 1$$

対向ビーム ～磁場の発展～

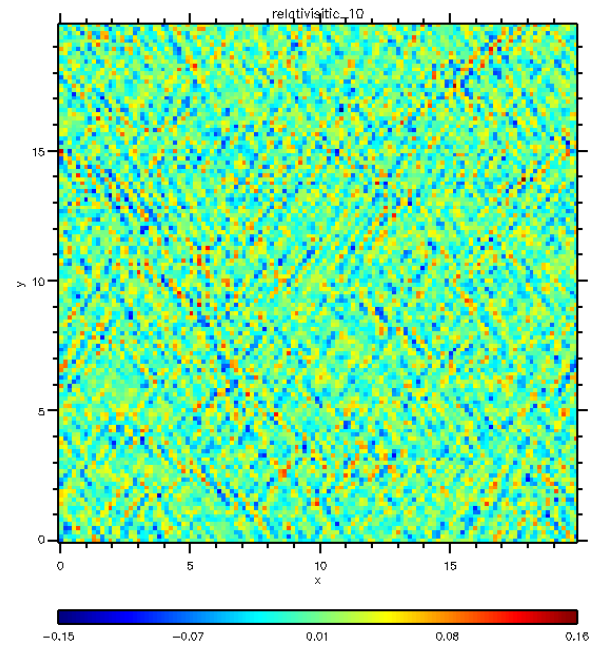
non-relativistic beam



relativistic beam($\gamma=10$)

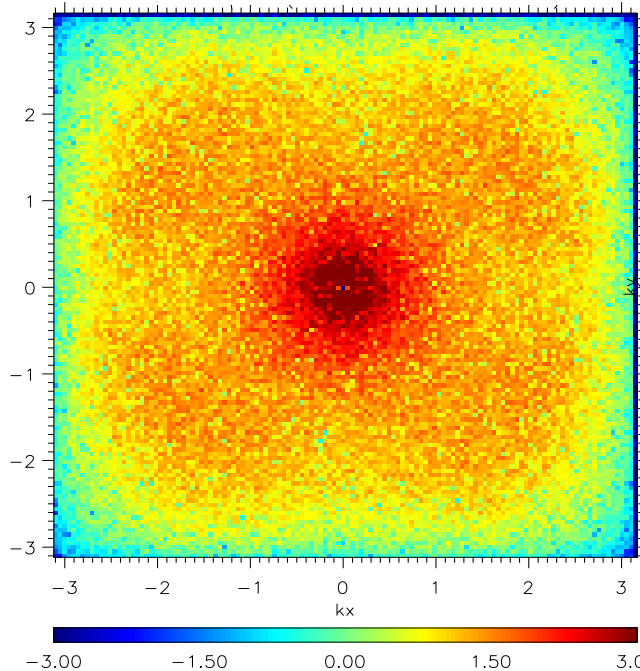


relativistic

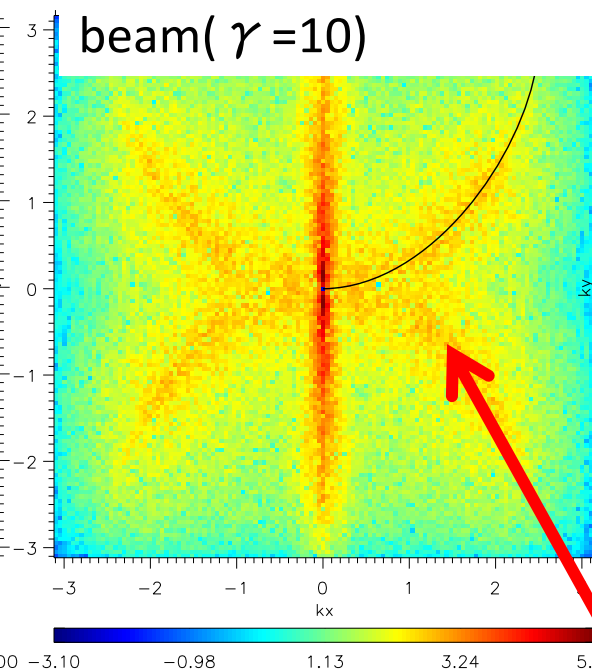


対向ビーム ～Fourier成分～

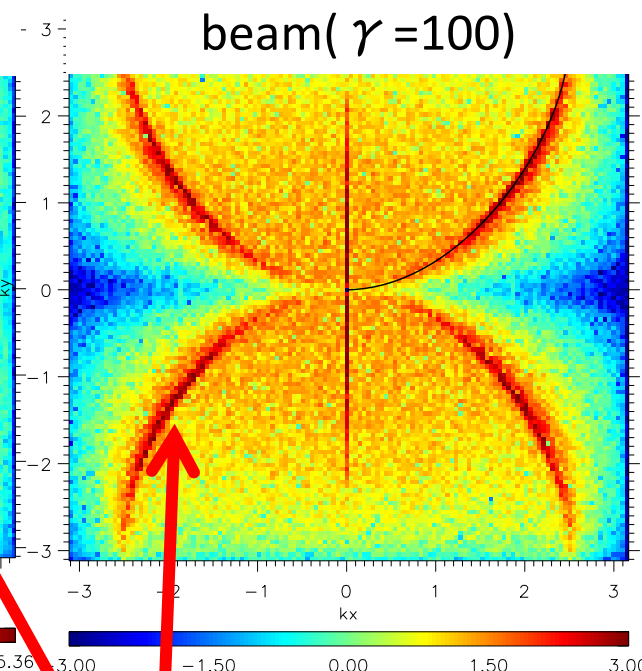
non-relativistic beam



relativistic
beam($\gamma = 10$)



relativistic
beam($\gamma = 100$)



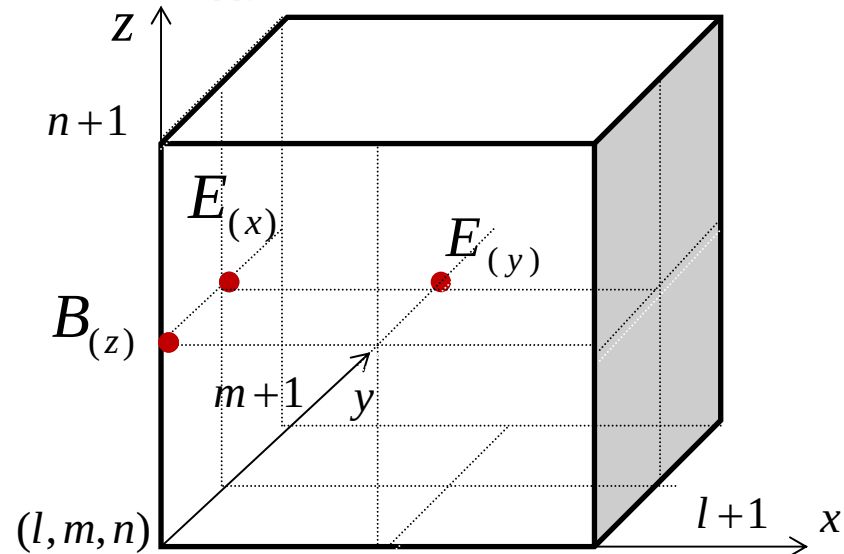
数值Cherenkov放射

数値的な原因による放射(もどき)
⇒ 相対論的な計算を邪魔してしまう

FDTD法における電磁波の数値分散

FDTD methods

... most popular methods
to advance the EM fields.
(explicit time integration)



$$\frac{B_{(z)l,m,n+\frac{1}{2}}^{s+1} - B_{(z)l,m,n+\frac{1}{2}}^s}{\Delta t} = +c \frac{E_{(x)l,m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} - E_{(x)l,m-\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - c \frac{E_{(y)l+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} - E_{(y)l-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}}}{\Delta x}$$

$$\frac{E_{(x)l,m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} - E_{(x)l,m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^{s-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = +c \frac{B_{(z)l,m+1,n+\frac{1}{2}}^s - B_{(z)l,m,n+\frac{1}{2}}^s}{\Delta y}$$

$$\frac{E_{(y)l+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} - E_{(y)l+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^{s-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = -c \frac{B_{(z)l+1,m,n+\frac{1}{2}}^s - B_{(z)l,m,n+\frac{1}{2}}^s}{\Delta x}$$



$$\omega \Delta t = 2 \arcsin \left[\sqrt{\left(c \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{k_x \Delta x}{2} \right)^2 + \left(c \frac{\Delta t}{\Delta y} \sin \frac{k_y \Delta y}{2} \right)^2} \right]$$

○ pCANSにおける陰的解法での数値分散

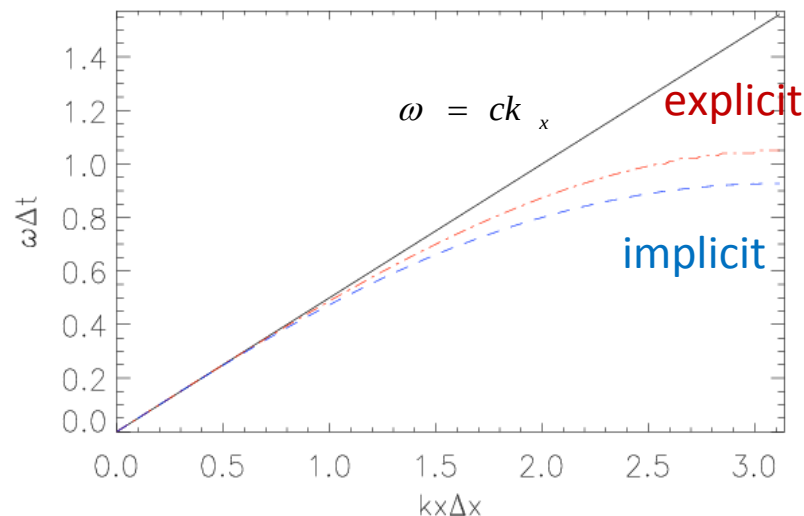
FDTDスキームからタイムステップをずらし、
1/2のタイムステップ上の電磁波を

$$\vec{F}^{s+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \vec{F}^{s+1} + \frac{1}{2} \vec{F}^s$$

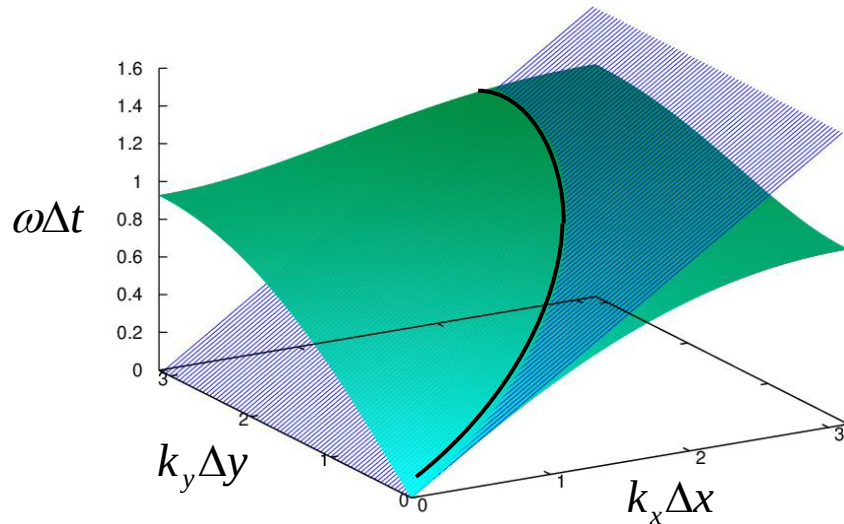
と定義する。

➡ $\omega \Delta t = 2 \arctan \left[\sqrt{\left(c \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{k_x \Delta x}{2} \right)^2 + \left(c \frac{\Delta t}{\Delta y} \sin \frac{k_y \Delta y}{2} \right)^2} \right]$

x方向1次元で見ると



数値チェレンコフ放射



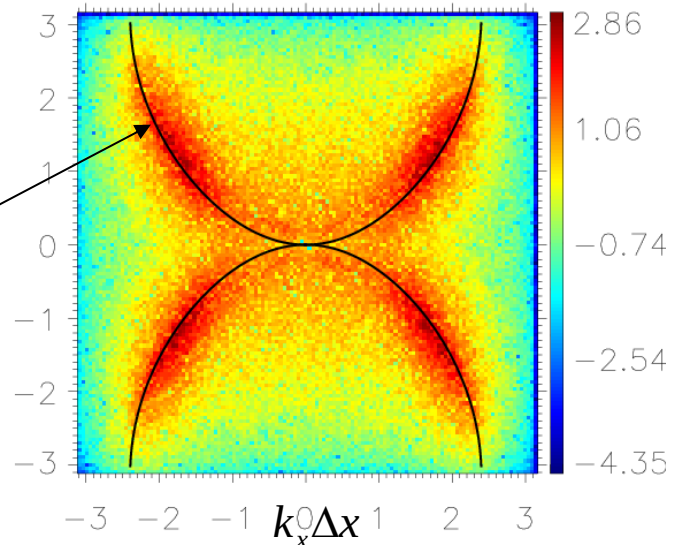
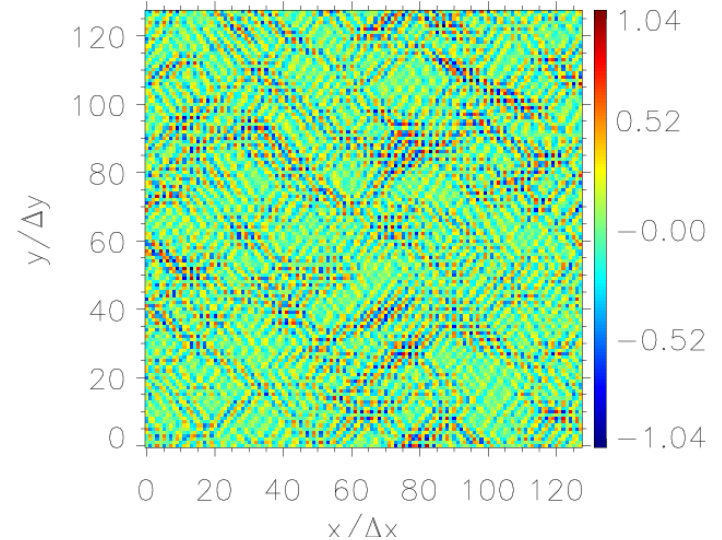
pCANSIにおける電磁波の位相速度
相対論的プラズマの流れ場

上図での交点

$$k_y \Delta y = 2 \arcsin \left\{ \pm \frac{\Delta y}{c \Delta t} \sqrt{\tan^2 \left(\frac{v k_x \Delta t}{2} \right) - \left(\frac{c \Delta t}{\Delta x} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{k_x \Delta x}{2} \right)} \right\}$$

$k_y \Delta y$

ローレンツ因子 $\Gamma=100$ のプラズマを用いた2次元シミュレーション(B_z を表示)



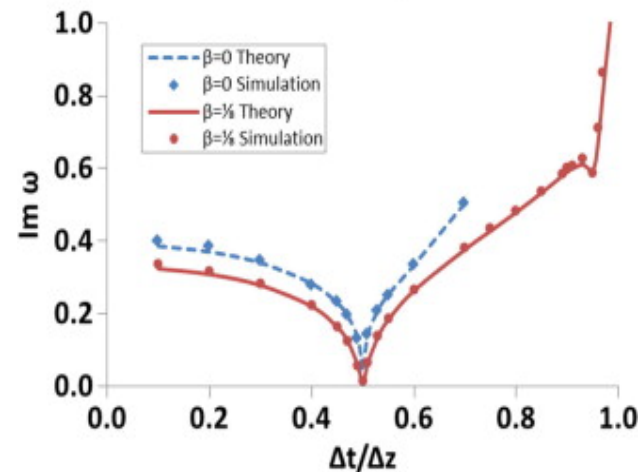
近年における数値チェレンコフ放射抑制に関する研究

Godfrey and Vay, J. Comp. Phys., **2013**
 Xu et al., Comp. Phys Commun., **2013**
 (explicit scheme)

“特定のクーラン数 $CFL = 0.5$ において
 数値チェレンコフ放射が抑制される”

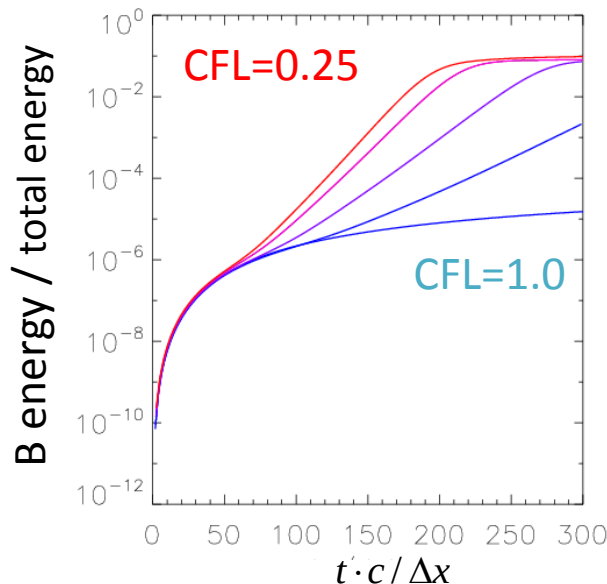
$$(CFL \dots c \frac{\Delta t}{\Delta x})$$

Uniform Field Interpolation

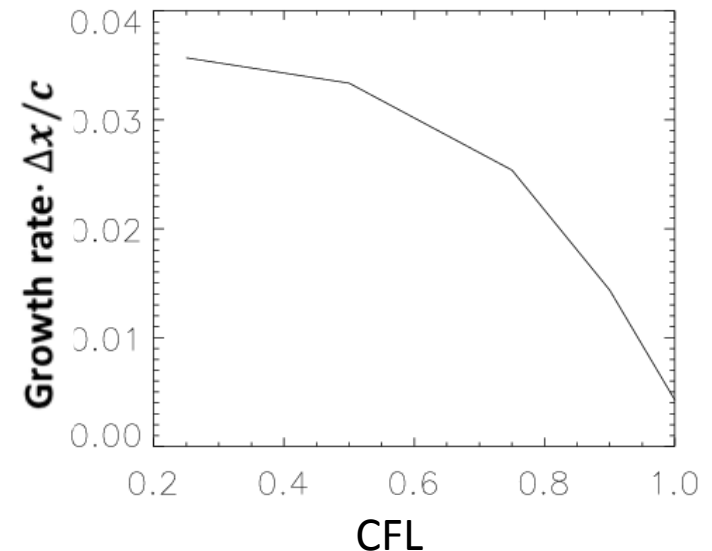


pCANS
 (implicit
 scheme)

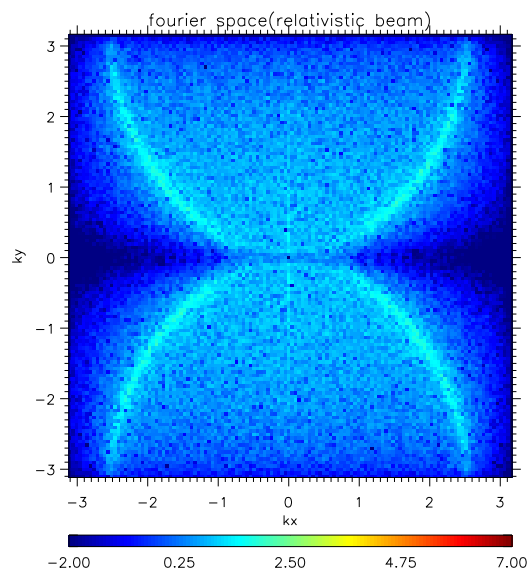
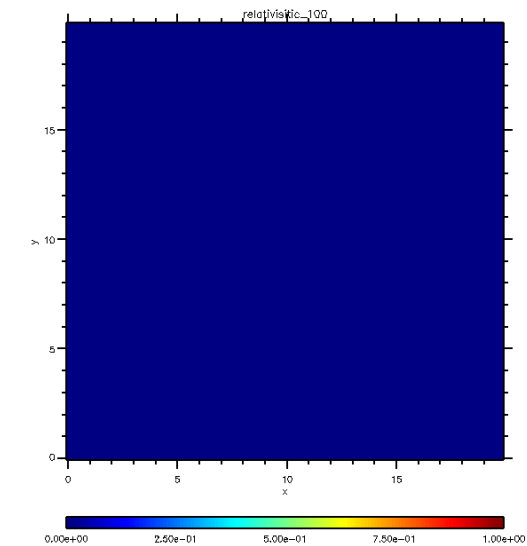
decreased
 at $CFL = 1.0$



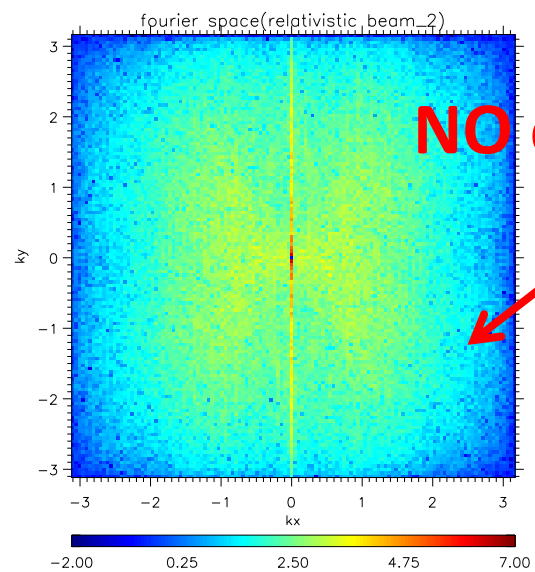
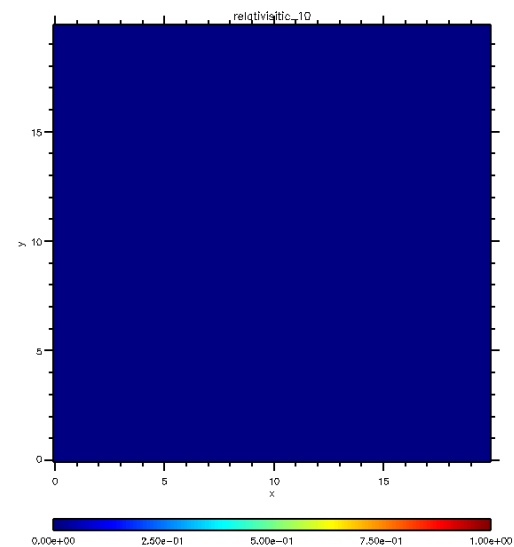
CFL
 0.3
 0.4
 :
 :
 1.0



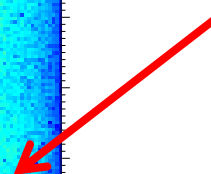
クーラン数 0.4



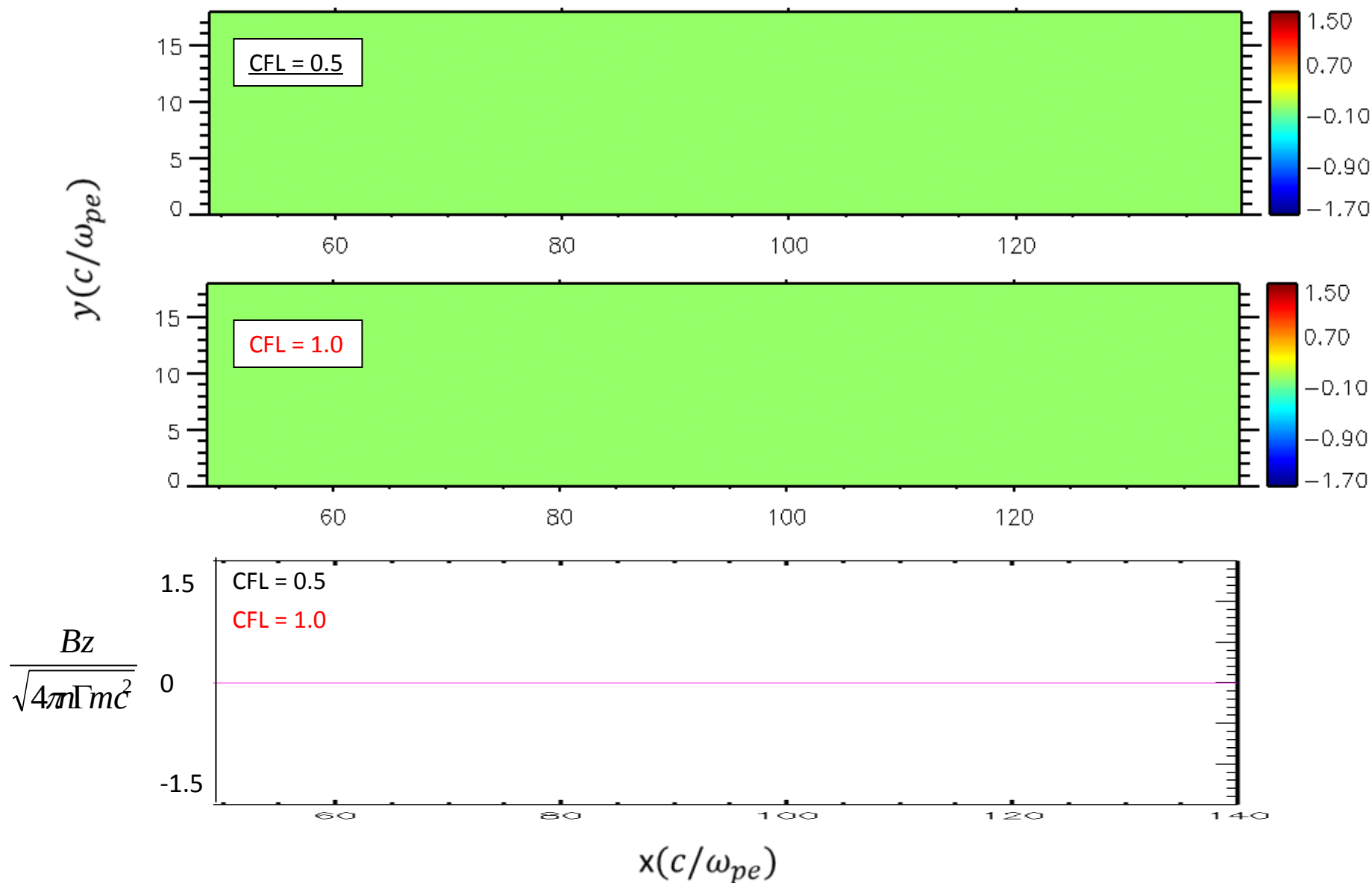
クーラン数 1.0



NO cherenkov !



Weibel 不安定性による無衝突衝撃波シミュレーション ($\Gamma = 100$)



まとめ

- Weibel
 - 非等方な分布を持ったプラズマはWeibel不安定を起こす
 - PICシミュレーションによってWeibel不安定性の可視化ができた
 - 対向ビームについても計算を行った。これを無衝突衝撃波の考察につなげることによって、星間現象の理解をさらに進めることができるだろう。
- 数値Cherenkov
 - 相対論的な流れの系においては、電磁波の数値分散に起因した数値チェレンコフ放射による不安定性が発生することを確認した。
 - これを特定のクーラン数1.0を選択することで抑制できた。また、この結果をWeibel不安定性による無衝突衝撃波に応用した。

導入

- Weibel不安定性はマイクロ不安定性、または運動論的不安定性と呼ばれるものの一種です。
これは特に、プラズマの温度分布に非等方性があり、背景磁場が存在しない場合の不安定性のことをいいます。
- 宇宙プラズマにおいては、プラズマ同士の激しい衝突が起こるような場合にWeibel不安定性が発生するといわれています。

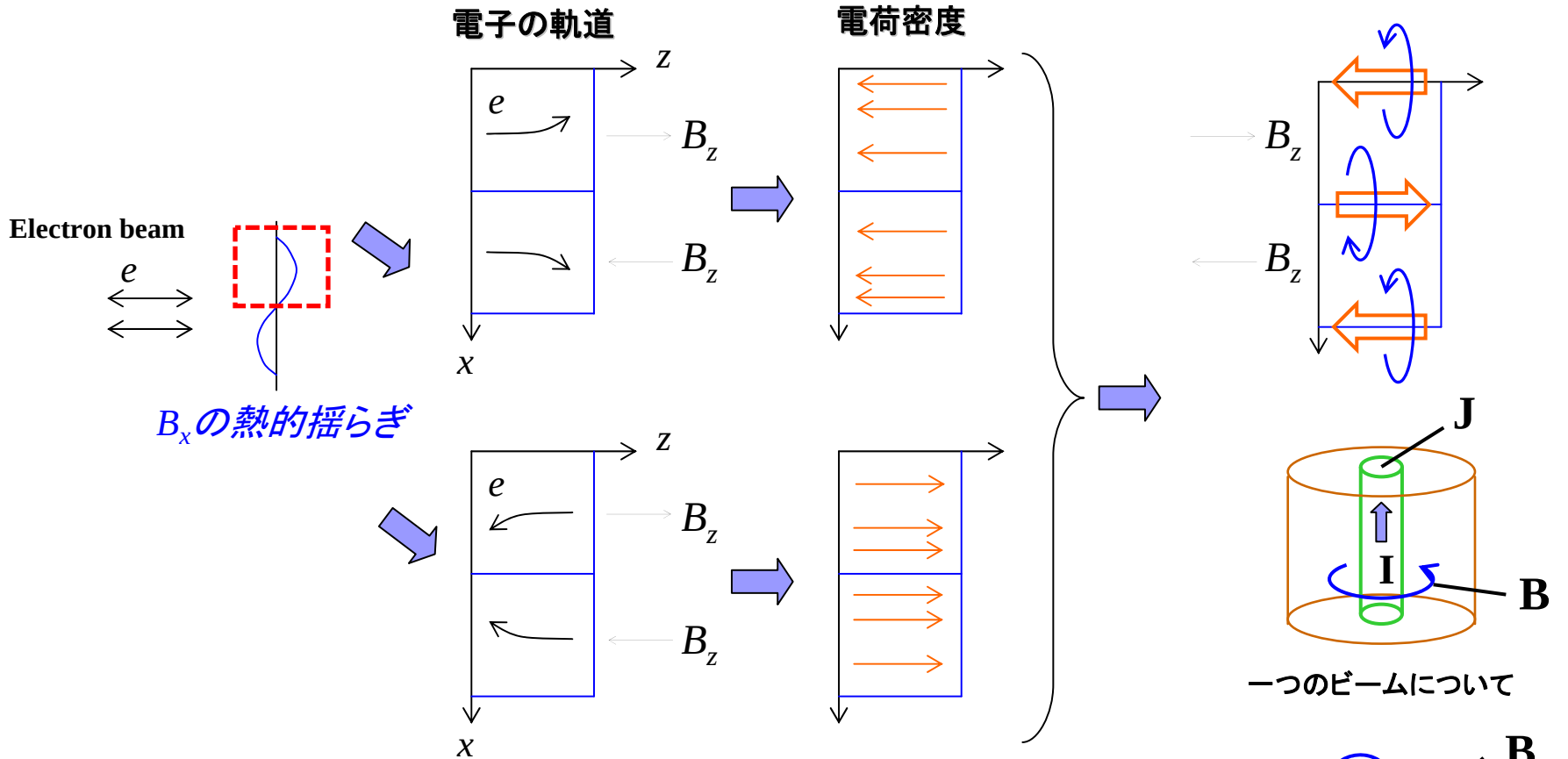
Ex.

ガンマ線バーストによる相対論的衝撃波 → 粒子の速度分布が非等方に
磁気リコネクションのアウトフロージェット → Weibel不安定性によって乱流化

etc..

導入

正味の電流密度



磁場の初期摂動は粒子軌道を湾曲し、疎密領域を形成する

電荷密度の疎密から電流が発生する

アンペールの法則より電流からさらに磁場の揺らぎが形成される

摂動に正のフィードバック

不安定性