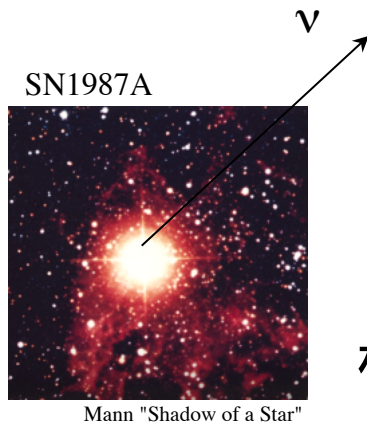
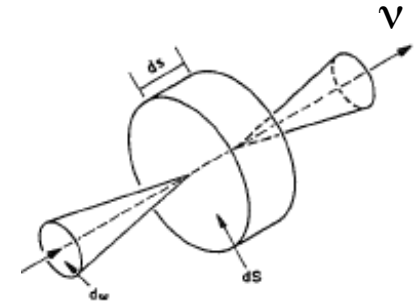


ニュートリノ輸送方程式の数値解法



住吉光介(沼津高専)

長倉洋樹(早大/京大), 山田章一(早大)
松古栄夫(KEK), 今倉暁, 櫻井鉄也(筑波大)



6D分布のボルツマン方程式を解く計算コード

超新星の爆発メカニズムを探る

ニュートリノ輻射輸送と超新星爆発

- 重力崩壊型超新星爆発とは？
 - コアバウンスから爆発までが難しい
 - ニュートリノ輻射輸送が鍵
 - 3次元空間でのニュートリノ輻射輸送
 - 6次元ボルツマン方程式を解く
 - 3次元超新星コアへの応用
 - 近似法との比較と爆発への影響
- Sumiyoshi & Yamada, *Astrophys. J. Suppl.* 199 (2012) 17
- プラズマ・核融合学会誌 2012, 10月号, 610

重力崩壊型超新星爆発とは？

重たい星($20M_{\text{sun}}$)の進化の最期

超新星爆発の例:1987年2月23日 7:35:35 (UT)



爆発前



爆発後

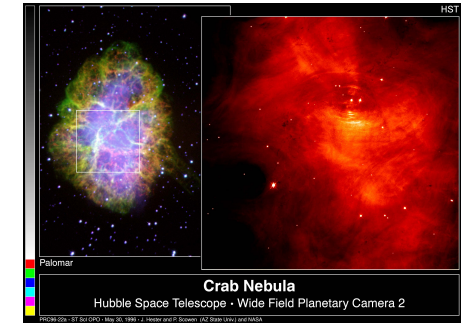
- ある日突然、非常に明るい星が現れる → 実は、星の最期

重力崩壊型超新星爆発で遺されるもの

– 中性子星・ブラックホールの誕生

- パルサー (太陽質量の1.4倍、半径10km)
- 高密度天体 (エキゾチックな物質)

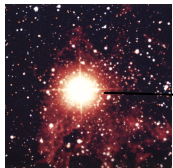
Crab Nebula (SN1054)



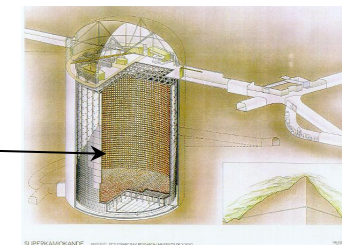
– 大量のニュートリノ・宇宙線を放出

- ノーベル物理学賞2002年
- 物質・銀河の進化を担う

SN1987A



Kamiokande



<http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/>

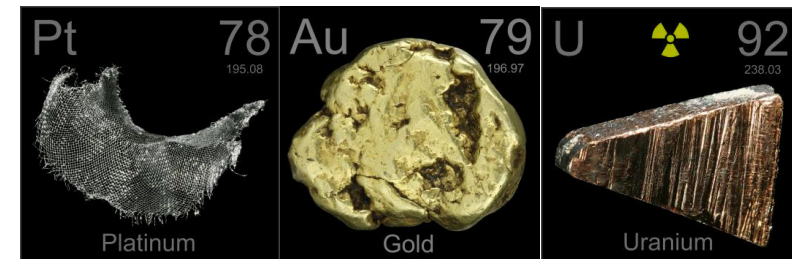
Prof. Koshiba



<http://nobelprize.org/>

– 自然界での重元素の起源

- 爆発的元素合成
- 鉄以降の元素の半分



<http://periodictable.com/>

重力崩壊型超新星のメカニズム

大質量星

鉄のコア

重力崩壊

$$\rho_c \sim 10^{10} \text{ g/cm}^3$$

$$T_c \sim 1 \text{ MeV}$$

電子捕獲
反応

～数1000 km

コアバウンス

$$\rho_c \sim 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

$$T_c \sim 5 \text{ MeV}$$

高温高密度
核物質

衝撃波

ν -閉込め

$$\rho_c \sim 10^{12} \text{ g/cm}^3$$

$$T_c \sim 2 \text{ MeV}$$

ν 反応

超新星 ν

爆発

$$\rho_c \sim 4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

$$T_c \sim 10 \text{ MeV}$$

原始中
性子星

元素合成

～10 km

中性
子星

$$T \sim 0 \text{ MeV}$$

$$Y_e < 0.1$$

重力崩壊から爆発へ:エネルギー収支

- 鉄コアから中性子星へ ($M_{\text{core}} \sim 1.4 M_{\text{solar}}$)

- $R_{\text{Fe}} \sim 10^3 \text{ km} \rightarrow R_{\text{NS}} \sim 10 \text{ km}$
 - $\rho_c \sim 10^{10} \text{ g/cm}^3 \rightarrow \rho_c \sim 10^{15} \text{ g/cm}^3$

- 重力エネルギーの解放

$$\Delta E_{\text{Grav}} = - \left(\frac{GM^2}{R_{\text{Fe}}} - \frac{GM^2}{R_{\text{NS}}} \right) \sim 10^{53} \text{ erg}$$

爆発エネルギー:	$E_{\text{exp}} \sim 10^{51} \text{ erg}$
----------	---

ニュートリノ放出:	$E_{\nu} \sim 10^{53} \text{ erg}$
-----------	------------------------------------

- わずか $\sim 1\%$ が爆発に使われる
- ニュートリノ物質相互作用が重要

→緻密な計算が必要

超新星爆発メカニズム解明の鍵

- Macrophysics

- 流体力学
- ニュートリノ輻射輸送
- 回転、磁場



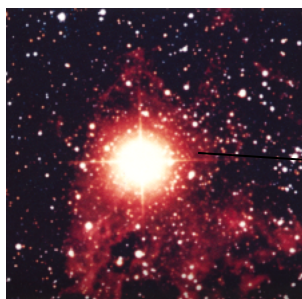
- Microphysics (核物理)

- 状態方程式
- ニュートリノ反応率
- 電子捕獲反応

大規模数値シミュレーション

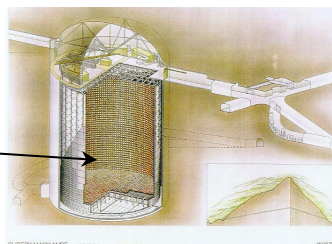
並列計算技術

爆発・高密度天体



SN1987A

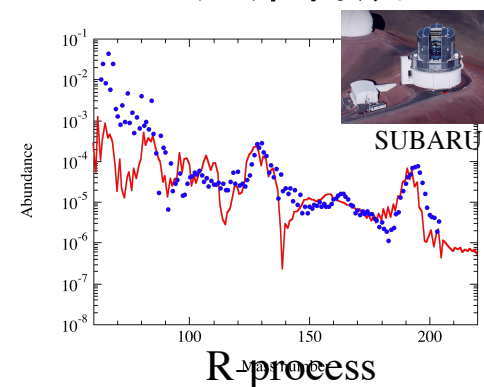
ニュートリノ観測など



<http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/>

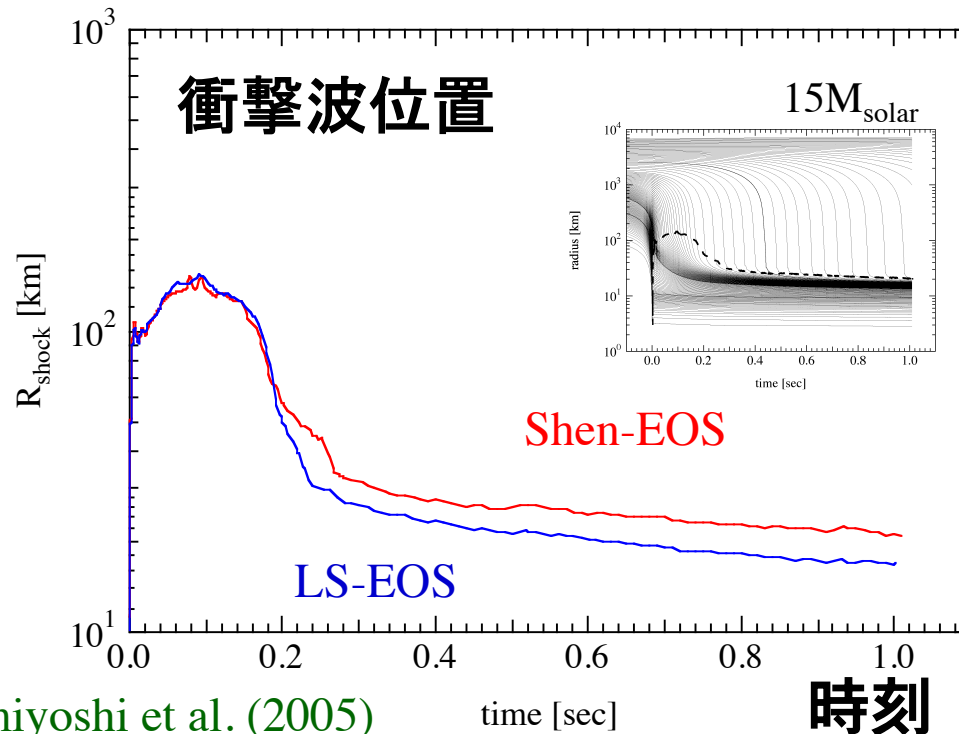
Super-Kamiokande

元素合成

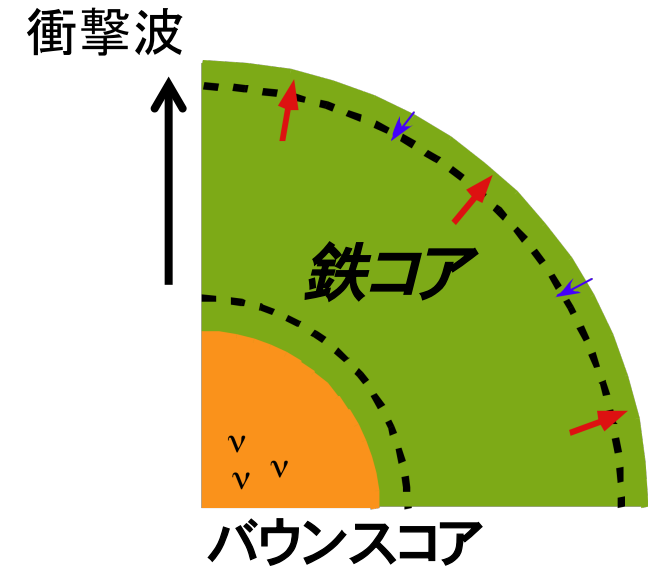


球対称の計算では爆発していない

1Dニュートリノ輻射流体計算: 第一原理計算



Sumiyoshi et al. (2005)



衝撃波が途中で停滞

初期の衝撃波エネルギー

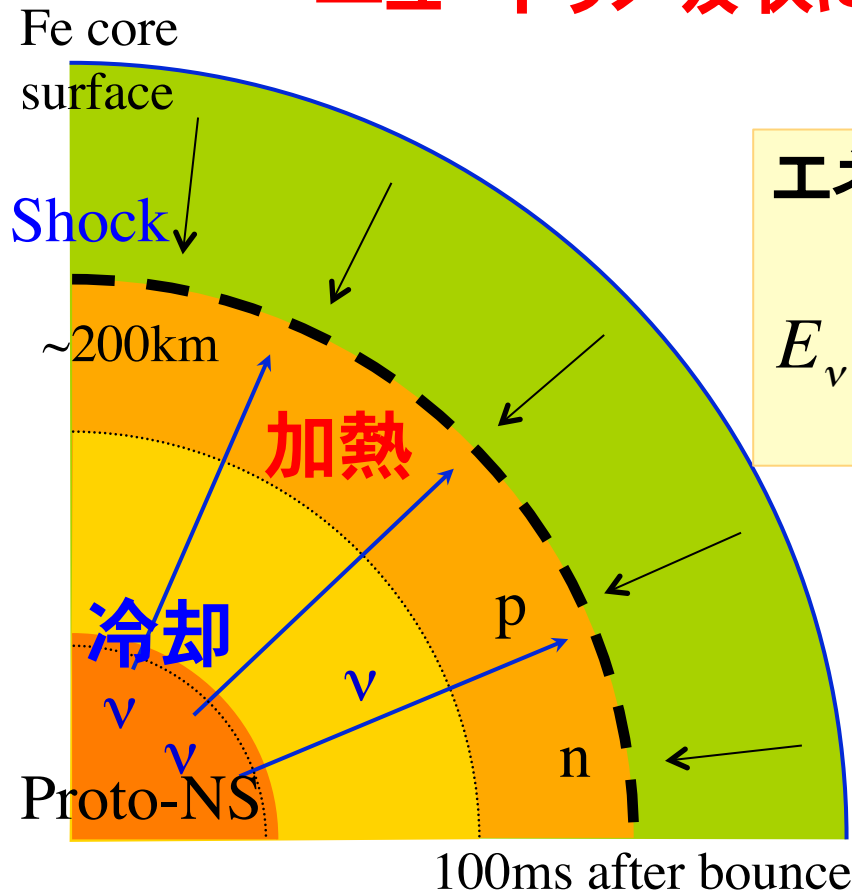
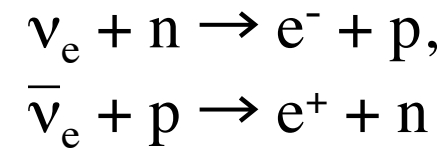
$$E_{\text{shock}} \sim \frac{GM_{\text{inner}}^2}{R_{\text{inner}}} = \text{several} \times 10^{51} \text{ erg}$$

エネルギー損失: 鉄分解による

$$E_{\text{loss}} \sim -1.6 \times 10^{51} \left(\frac{M_{\text{outer}}}{0.1 M_{\text{solar}}} \right) \text{ erg}$$

ニュートリノ加熱メカニズムによる衝撃波復活

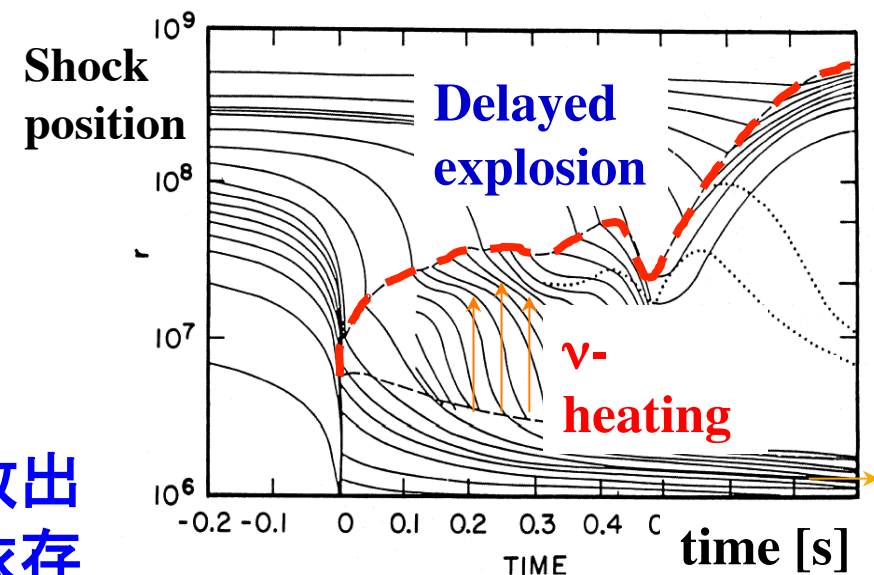
ニュートリノ吸収による加熱



エネルギー移行量 from ν

Janka A&A (1996)

$$E_{\nu\text{-heat}} \sim 2.2 \times 10^{51} \left(\frac{\Delta M}{0.1 M_{\text{solar}}} \right) \left(\frac{\Delta t}{0.1 \text{s}} \right) \text{erg}$$



Bethe & Wilson ApJ (1985)

原始中性子星からのニュートリノ放出
加熱領域での吸収率・時間に依存

ニュートリノ輻射輸送が鍵

加熱量：ニュートリノから物質へ

ν -加熱は中間領域で起こる: 拡散と自由伝搬の間

ニュートリノ放射の詳細が必要: エネルギー・角度分布 $f(E_\nu, \theta_\nu)$

ex. 拡散近似では不十分
フェルミ分布は使えない

- ν -反応: エネルギー依存性が強い

$$\sigma(E_\nu) \propto E_\nu^2$$

核子・原子核・レプトン反応

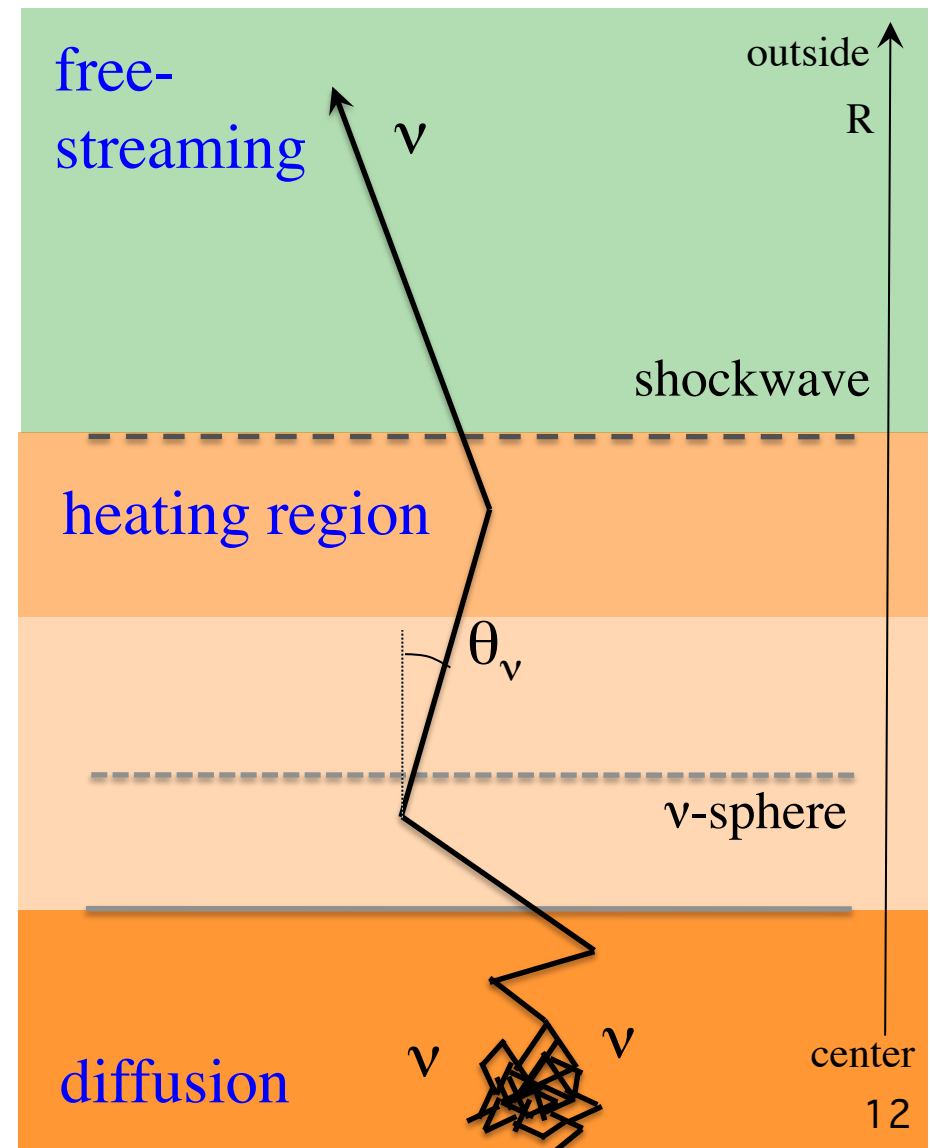
- ν -加熱率: 放射輸送+ ν 反応による

平均エネルギー・光度: E_ν, L_ν

Flux factor: $\langle \mu \rangle = \langle \cos \theta_\nu \rangle = 0 \sim 1$

$$Q_\nu^i \approx 110 \frac{\text{MeV}}{\text{s} \cdot N} \left(\frac{L_\nu E_\nu^2}{R_7^2 \langle \mu \rangle} X_i \right)$$

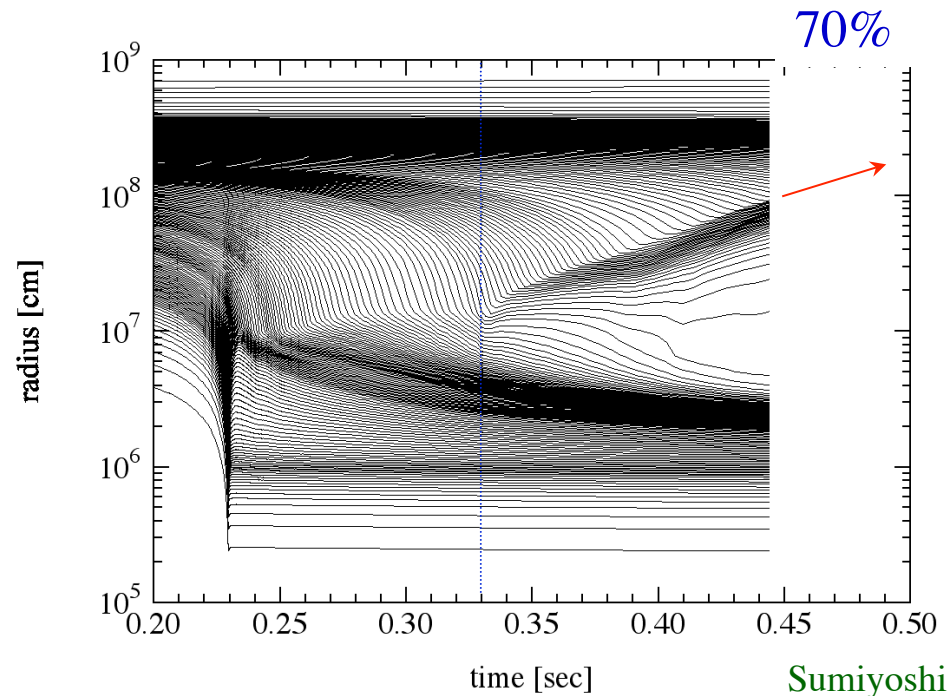
Janka A&A (1996)



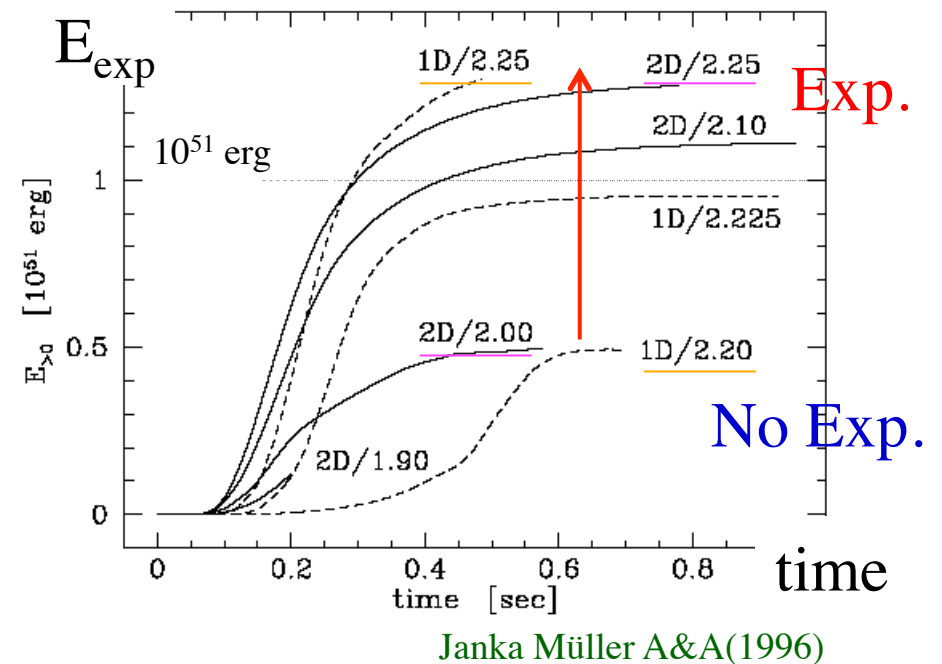
爆発の可否への影響は大きい

10~20 %の加熱率変動でも爆発の可否に影響がありえる

- ν 加熱の依存性
核子吸収による加熱を30, 50, 70%
増加させてみる (from $t_{pb}=100$ msec)



- ν 光度 L_ν の3~12%の変化
爆発に転ずる(1D, 2D)
- *threshold* 付近

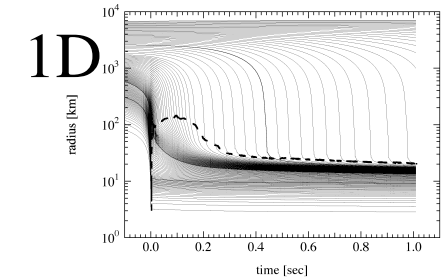


- ニュートリノ輻射輸送による緻密な計算が必要

ν輻射輸送: 近似・厳密計算の変遷

• 厳密計算手法

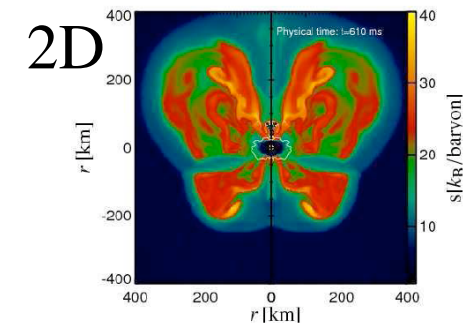
- Boltzmann equation
- Moment formalism, Monte-Carlo



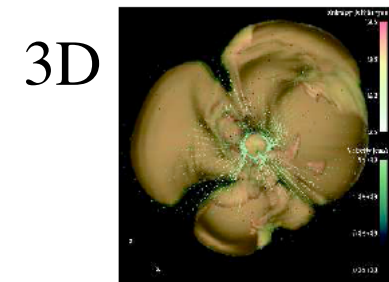
1Dにおけるニュートリノ放出予測・ミクロ物理の検証

• 近似計算手法の変遷

- Light bulb, Leakage scheme
放出表面を固定, 放出時間を考慮
- Diffusion, IDSA, Ray-by-ray
拡散近似, 1Dを拡大適用



2D, 3Dにおける爆発メカニズム探索

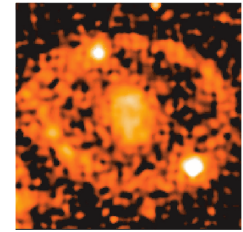


多次元計算: 非対称性の役割が明らかに

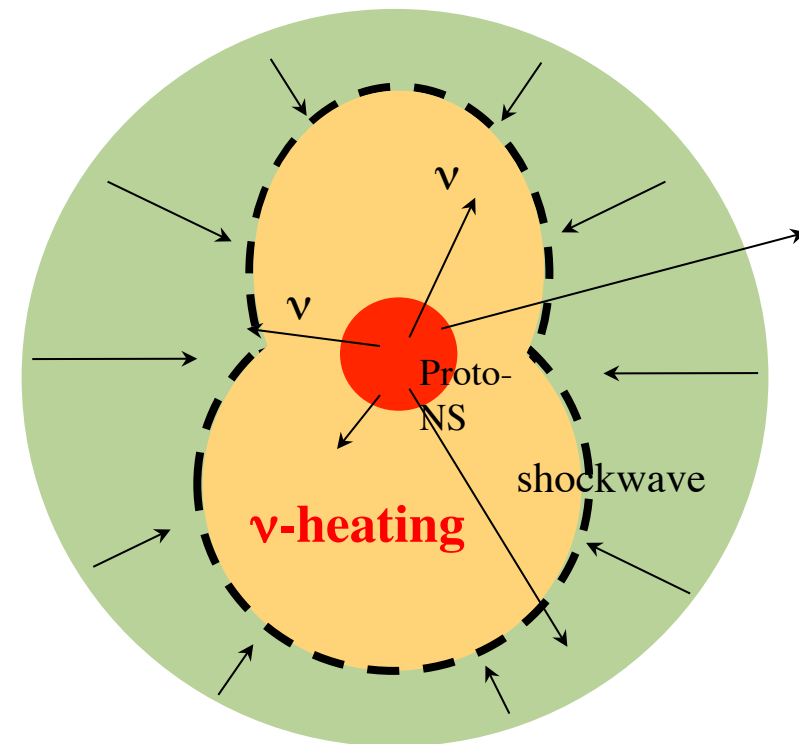
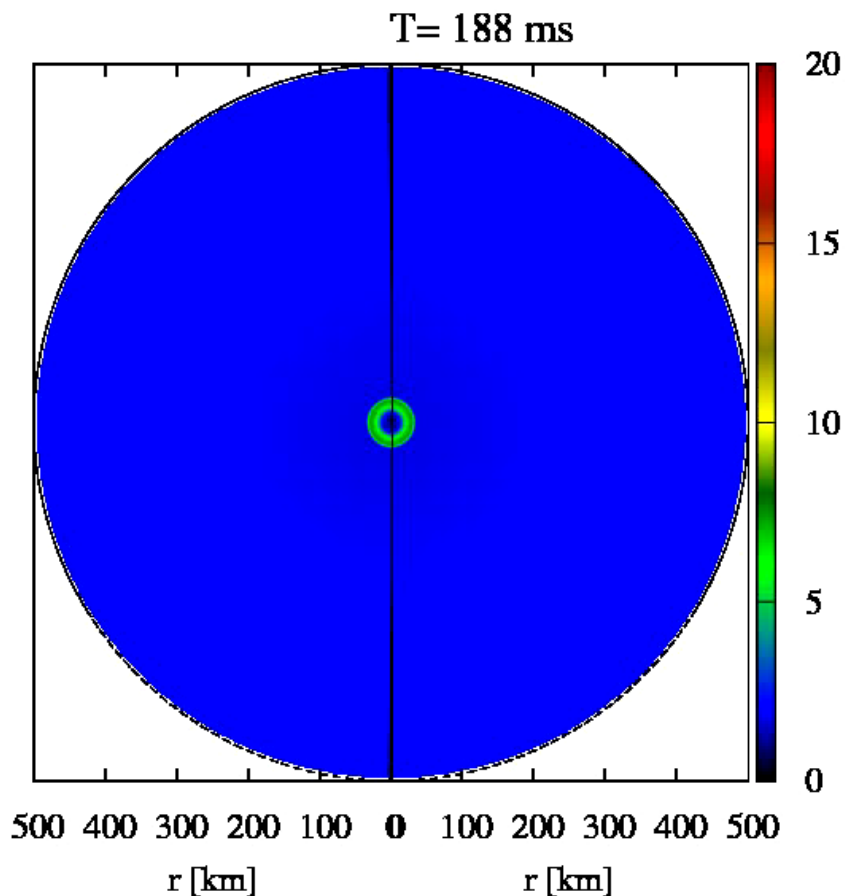
対流, 回転, 非等方 ν 放射, 磁場,... 観測による傍証

流体不安定性とニュートリノ加熱

SN1987A



Wang (2002)



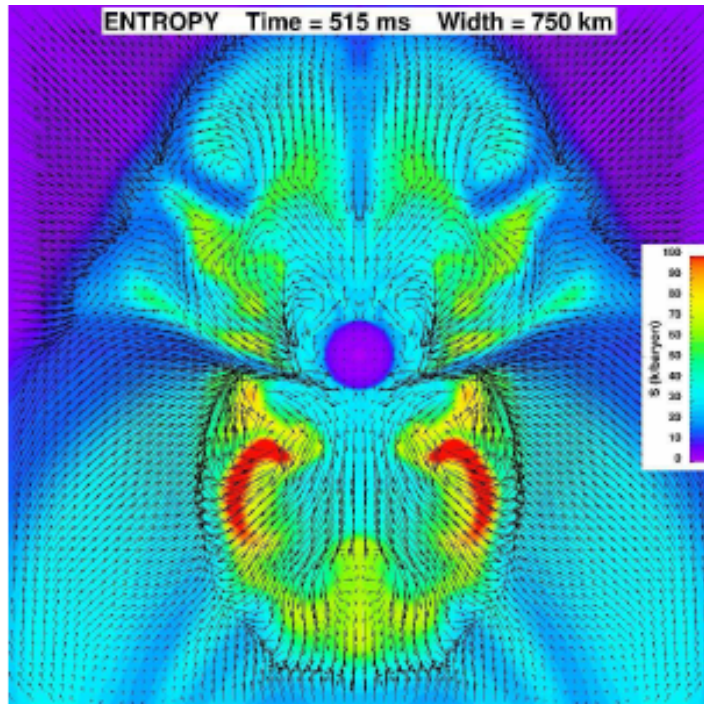
多次元でのニュートリノ加熱

2D(軸対称)で爆発例:メカニズム未確定

バウンス後~500ms経ってから爆発へ

Acoustic Powered

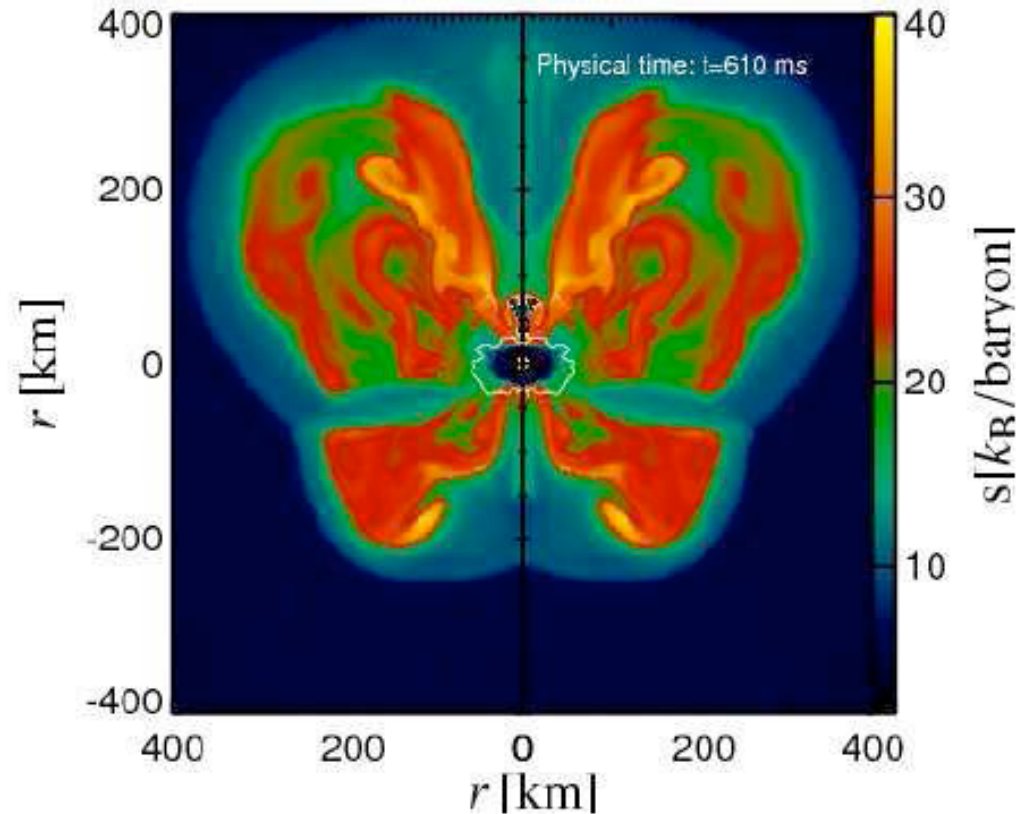
Burrows et al. ApJ 640 (2006) 878



拡散近似

SASI + Neutrino-heating

Marek-Janka, astro-ph/0708.3372

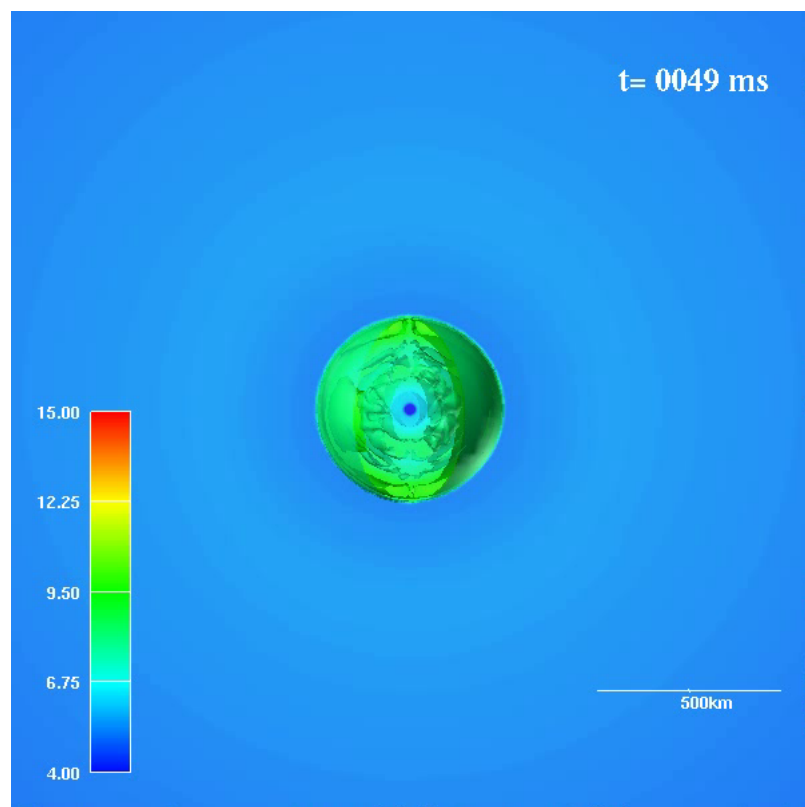


ray-by-ray法

課題:異なる計算手法、状態方程式の違い、エネルギーが低い

3D(対称性無し)での計算が可能になってきた

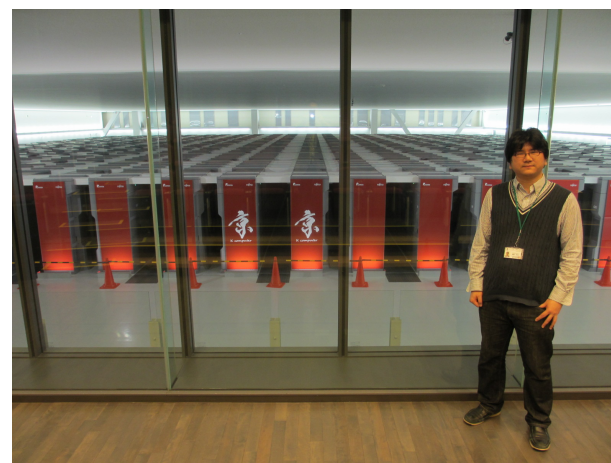
- 2次元には無い流体不安定性→ニュートリノ加熱に有利？
- ニュートリノ輻射輸送は近似的扱い



Takiwaki ApJ (2012)

世界初の3Dν輻射流体計算

larger 3D simulations running
@ K-computer by Takiwaki et al.

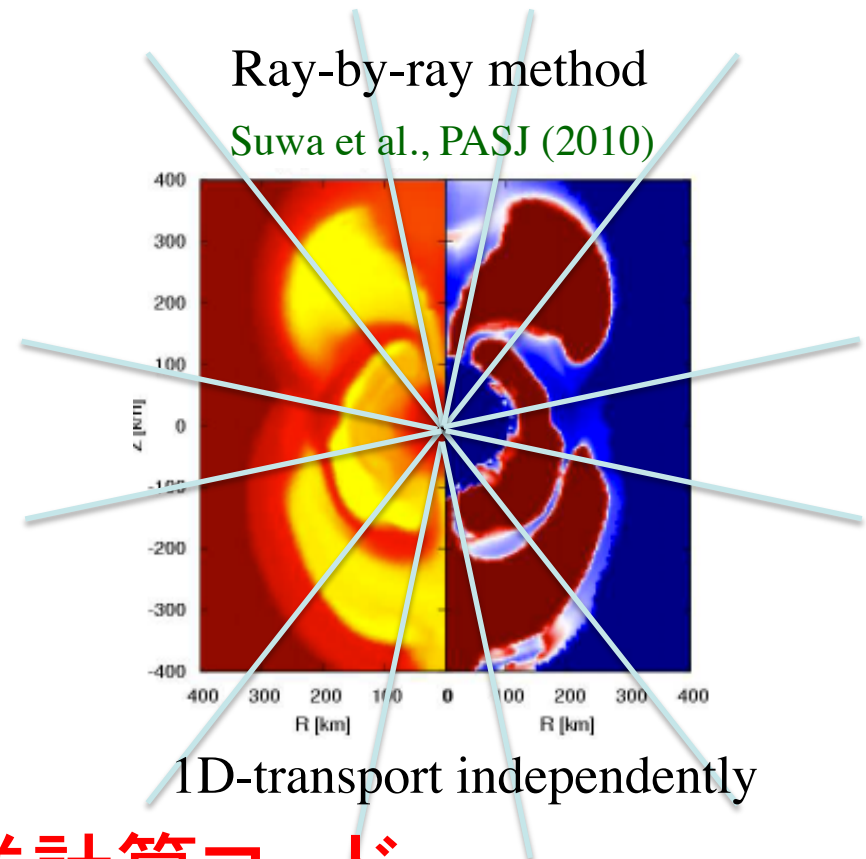


@ Kobe, Japan

ν輻射輸送：近似から厳密計算へ

- 2D, 3D: 近似計算手法
 - *state-of-the-art simulations*
 - Diffusion (flux limited)
中心付近のみ
 - Ray-by-ray (radial transport)
動径方向のみ

2D S_n -method Ott et al. (2008) ApJ



- 3次元ニュートリノ輻射輸送計算コード
 - 近似の影響を明らかにする *Sumiyoshi & Yamada, ApJS (2012)*
 - 厳密計算へ置き換える → Grand Challenge

6次元ボルツマン方程式の解法

大規模計算で解くための工夫

3次元輻射輸送計算

- 6次元ニュートリノ分布 (3D+3D)

$$f_\nu(r, \theta, \phi; \varepsilon_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu; t)$$

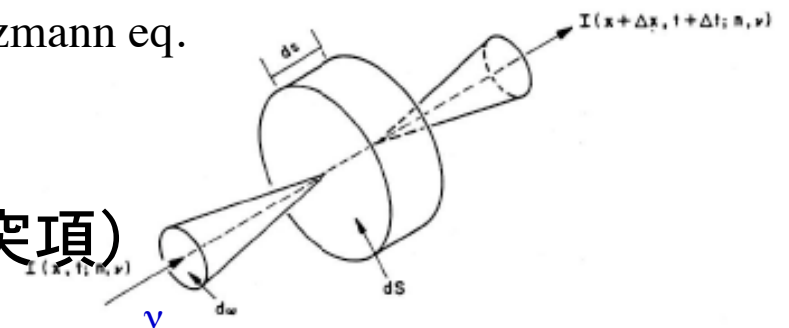
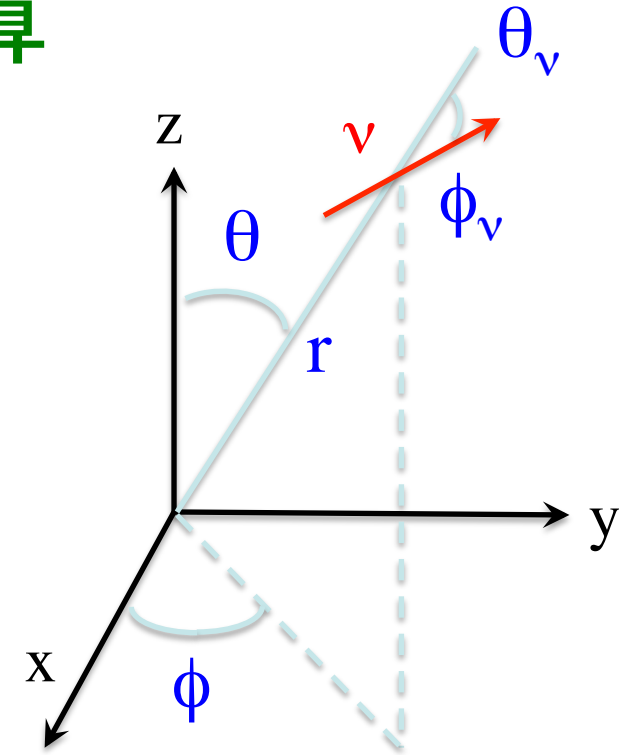
- エネルギー (ε_ν), 伝搬方向 (θ_ν, ϕ_ν)

- 6次元での ν 輻射輸送方程式

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} f_\nu = \frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision}$$

Boltzmann eq.

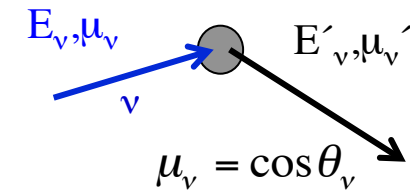
- 左辺: ニュートリノ数の変動
- 右辺: ニュートリノ反応による変動 (衝突項)



ニュートリノ輻射輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \sin \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial f_\nu}{\partial \phi} \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu_\nu} [(1-\mu_\nu^2) f_\nu] + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \theta}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi_\nu} (\sin \phi_\nu f_\nu) = \frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision} \end{aligned}$$

- 保存形: 差分化して解く (S_n 法)
- 時間に関して陰解法



$$\frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision} = j_{emission} (1 - f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{absorption}} f_\nu + C_{scattering} \left[\int f_\nu(E'_\nu, \mu'_\nu) dE'_\nu \right]$$

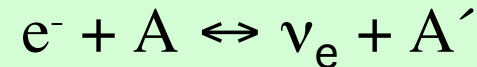
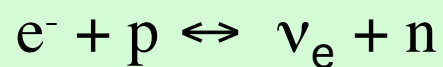
- 衝突項: 全ての ν 吸収・放出・散乱過程
 - 散乱前後のエネルギー・角度ごとに積分計算
 - 状態方程式に依る組成・ニュートリノ反応率、相対論

衝突項: ニュートリノ反応による寄与

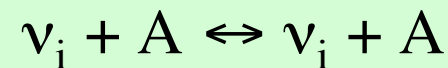
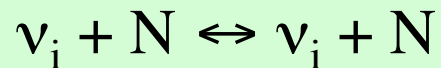
Bruenn (1985)
+ Shen

- 爆発メカニズム解明に必要な基本セット

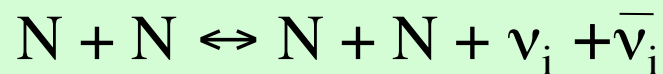
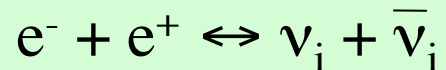
- 放出/吸収:



- 散乱:



- 対生成・消滅:



3 species:

$\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu$

- ここ数年の計算資源で扱うための処方:
 - エネルギーが変化する反応は扱わない(電子散乱)
 - 線形方程式の範囲で取り入れる(対生成・消滅)
 - ローレンツ変換の効果を取り入れる(作業中)

ボルツマン方程式の衝突項 1

- 吸収と放出

$$\left[\frac{1}{c} \frac{\delta f}{\delta t} \right]_{emis-abs} = -R_{abs}(\varepsilon, \Omega) f(\varepsilon, \Omega) + R_{emis}(\varepsilon, \Omega) (1 - f(\varepsilon, \Omega))$$
$$R_{emis}(\varepsilon, \Omega) = R_{abs}(\varepsilon, \Omega) e^{-\beta(\varepsilon - \mu_\nu)}$$

- 散乱

$$\left[\frac{1}{c} \frac{\delta f}{\delta t} \right]_{scat} = - \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{scat}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') f(\varepsilon, \Omega) [1 - f(\varepsilon', \Omega')] \\ + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{scat}(\varepsilon', \Omega'; \varepsilon, \Omega) f(\varepsilon', \Omega') [1 - f(\varepsilon, \Omega)],$$

In the case of elastic scattering

$$\left[\frac{1}{c} \frac{\delta f}{\delta t} \right]_{scat} = - \frac{\varepsilon^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{scat}(\Omega; \Omega') [f(\varepsilon, \Omega) - f(\varepsilon', \Omega')]$$
$$R_{scat}(\Omega'; \Omega) = R_{scat}(\Omega; \Omega')$$

ボルツマン方程式の衝突項 2

- 対生成・消滅

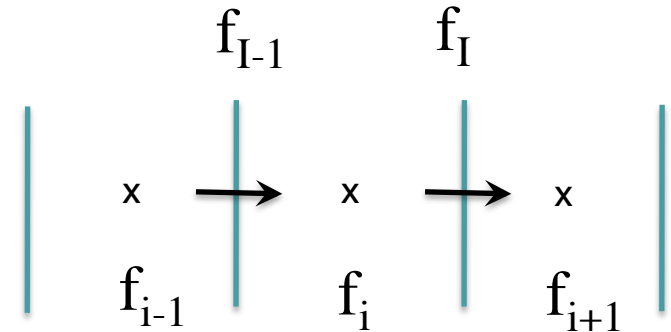
$$\left[\frac{1}{c} \frac{\delta f}{\delta t} \right]_{pair} = - \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{pair-anni}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') f(\varepsilon, \Omega) \bar{f}(\varepsilon', \Omega') \\ + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega R_{pair-emis}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') [1 - f(\varepsilon, \Omega)] [1 - \bar{f}(\varepsilon', \Omega')],$$

$$R_{pair-anni}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') = R_{pair-emis}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') e^{\beta(\varepsilon + \varepsilon')}$$

- 近似: f について線形の範囲で扱う
 - 前のステップ(熱平衡)の分布を採用
 - 高温高密度領域では適用可能
 - 等方化した反応率

計算コードでの処方

- ・ 移流部分: 保存形
- ・ 風上差分&中央差分



- optical depthにより、切換えてつなく

Mezzcappa Bruenn (1993), Yamada (1996)

$$f_I = \beta_I f_i + (1 - \beta_I) f_{i+1} \quad \beta_I = 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta r / \lambda}{1 + \Delta r / \lambda} = 0.5 \sim 1$$

- ・ 時間発展: 陰解法
 - 安定性、平衡解を保証
 - 時間ステップ

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{c\Delta t} = F[f^{n+1}]$$

- ・ 行列形式

$$\frac{f^{n+1}}{c\Delta t} + [advection]^{n+1} - [absorption]^{n+1} = \frac{f^n}{c\Delta t} + [emission]$$

主な計算負荷:大規模疎行列の解法

- 線形方程式

$$A\vec{f}_\nu = \vec{d}$$

- ニュートリノ分布

$$N_{\text{space}} = n_r \times n_\theta \times n_\phi$$

$$N_\nu = n_\varepsilon \times n_{\theta\nu} \times n_{\phi\nu}$$

$$N_{\text{vector}} \sim 10^6 \times 10^3$$

ν 分布: 12GB

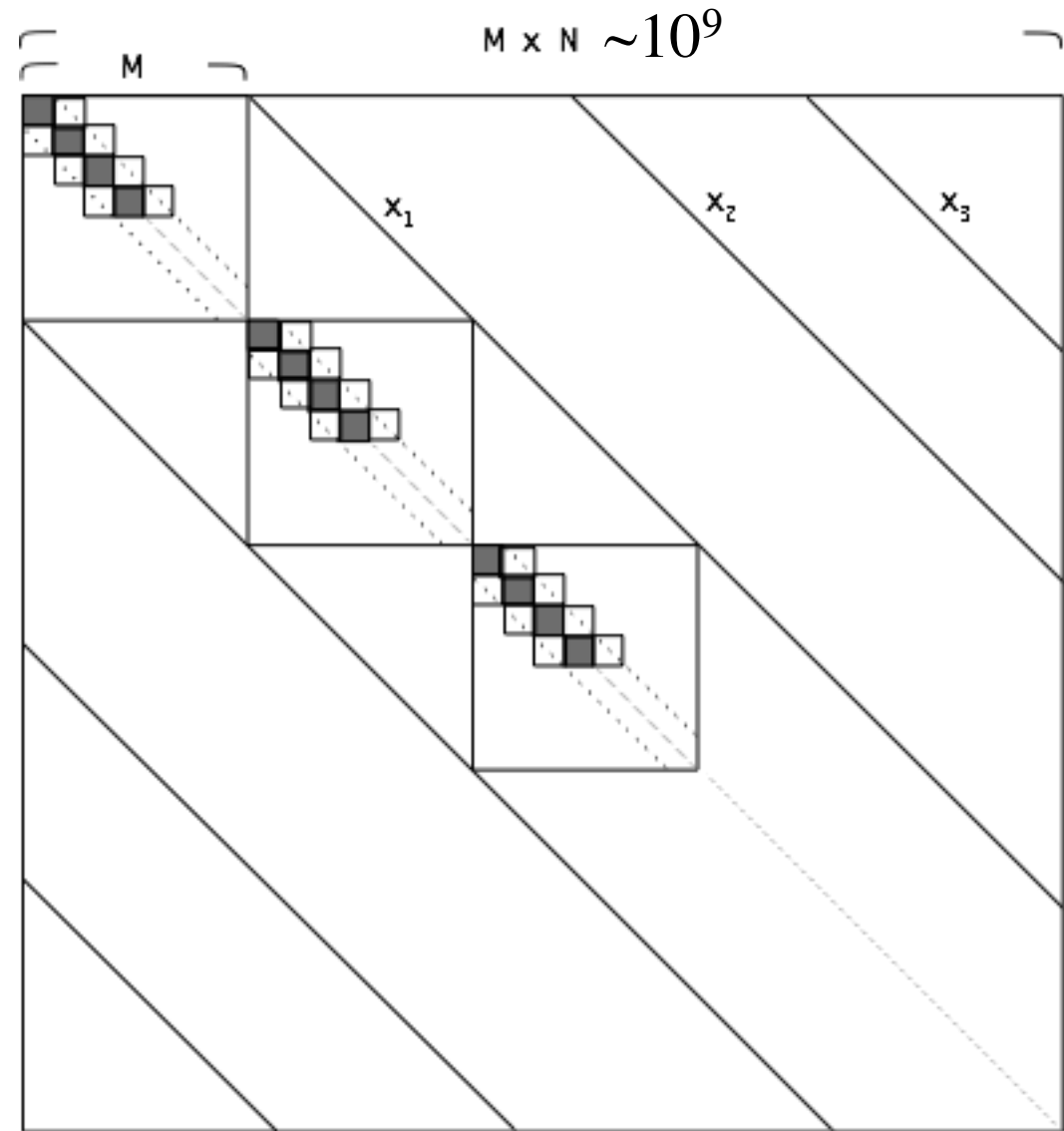
行列: 1.5TB

- 反復法

BiCGSTAB

前処理 by 今倉

Imakura et al. JSIAM (2012)



Kotake et al. PTEP (2012)

3次元ニュートリノ輻射輸送計算コードの検証

Sumiyoshi & Yamada ApJS (2012)

- 解析解との比較

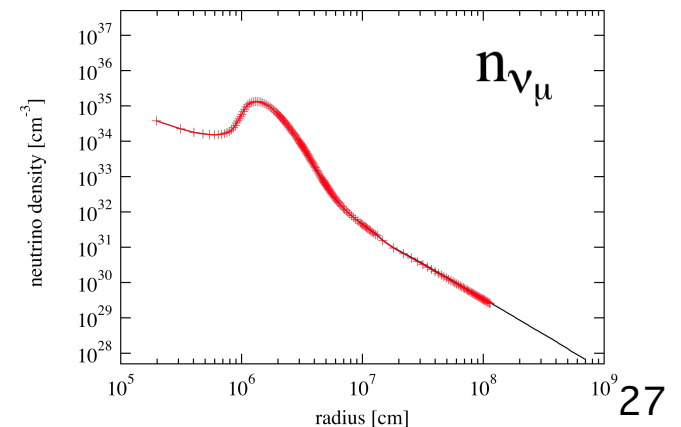
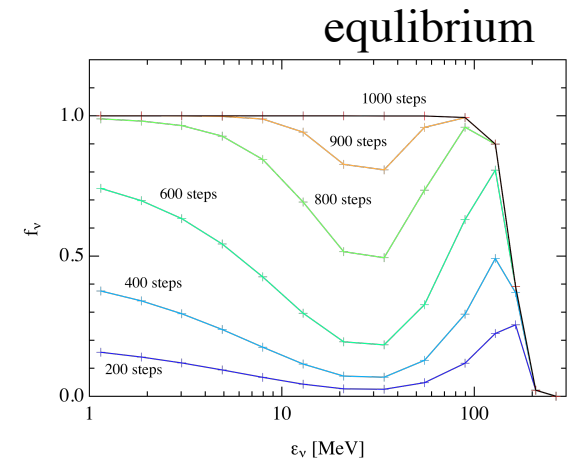
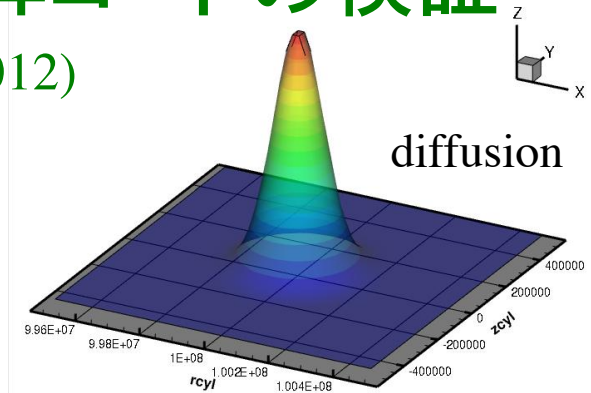
- ガウス分布拡散、自由伝搬
- 経路に沿って形式解
- 平衡解への時間発展

- 球対称計算コードとの比較

- 固定分布
 - 重力崩壊, バウンス後
- ν 密度, フラックス, モーメント
- ν 反応率, 平均自由行程

1D GR ν -radiation hydrodynamicsコードを活用

Sumiyoshi et al. ApJ (2005)



2D/3D超新星コアへの応用

多次元での ν 輻射輸送の振舞は？

3次元 ν 輻射輸送計算コードの応用

- MPI並列計算コード

- KEK, YITP, UT: SR16000, 8ノード (256 x 64 x 32, 6 x 12 x 14)

- 物質分布のもとで ν 輻射輸送を計算できる

- ニュートリノ輻射の定常分布を調べる
 - 6Dボルツマン方程式により時間発展
 - 定常解による流束, 加熱率, モーメント量

- 2D/3D超新星コアでの ν 輻射の特徴

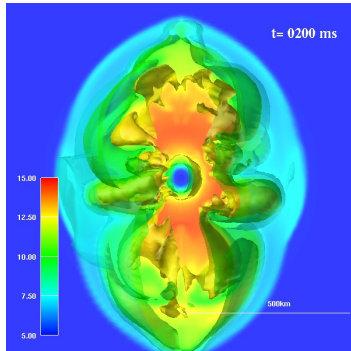
- 非動径方向の移流, 近似計算の吟味

- 流体計算コードとの結合(長倉)

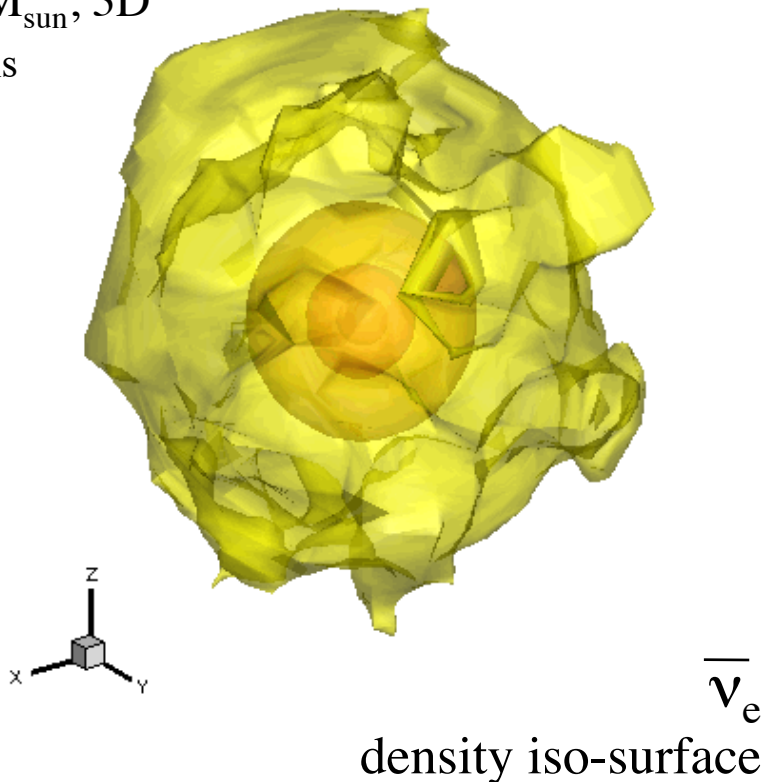
- 2D ν 輻射流体コード, 相対論化 → 3Dフル計算へ

3次元超新星コアにおけるニュートリノ輻射輸送

3D profile by Takiwaki (2012)



$11.2M_{\text{sun}}$, 3D
200ms

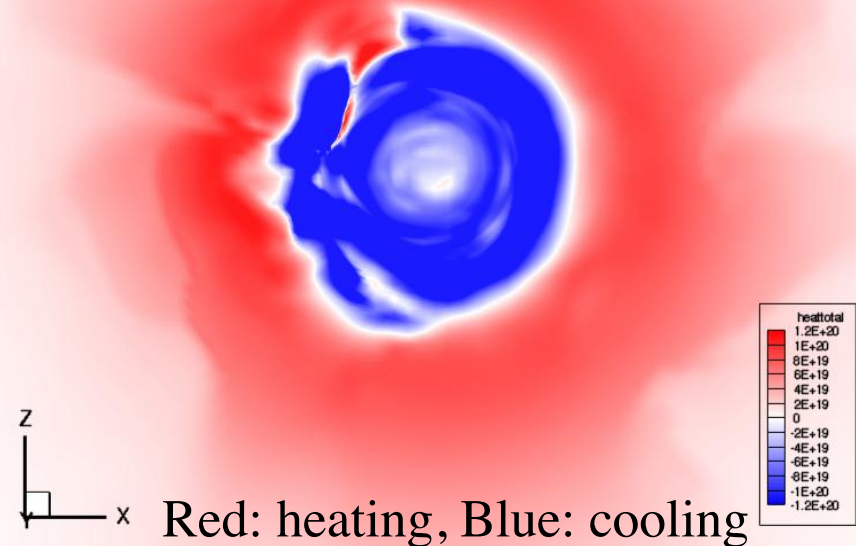


3D (近似) ν 輻射流体計算による物質分布

3D 超新星コアでのニュートリノ輻射を調べる

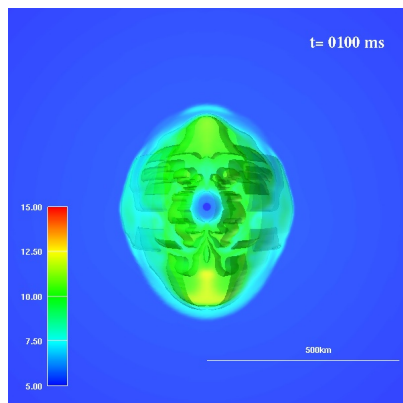
ニュートリノ密度, フラックス, スペクトル, 加熱率

ν -heating/cooling rates in 3D



2D supernova core $\bar{\nu}_e$ density distribution

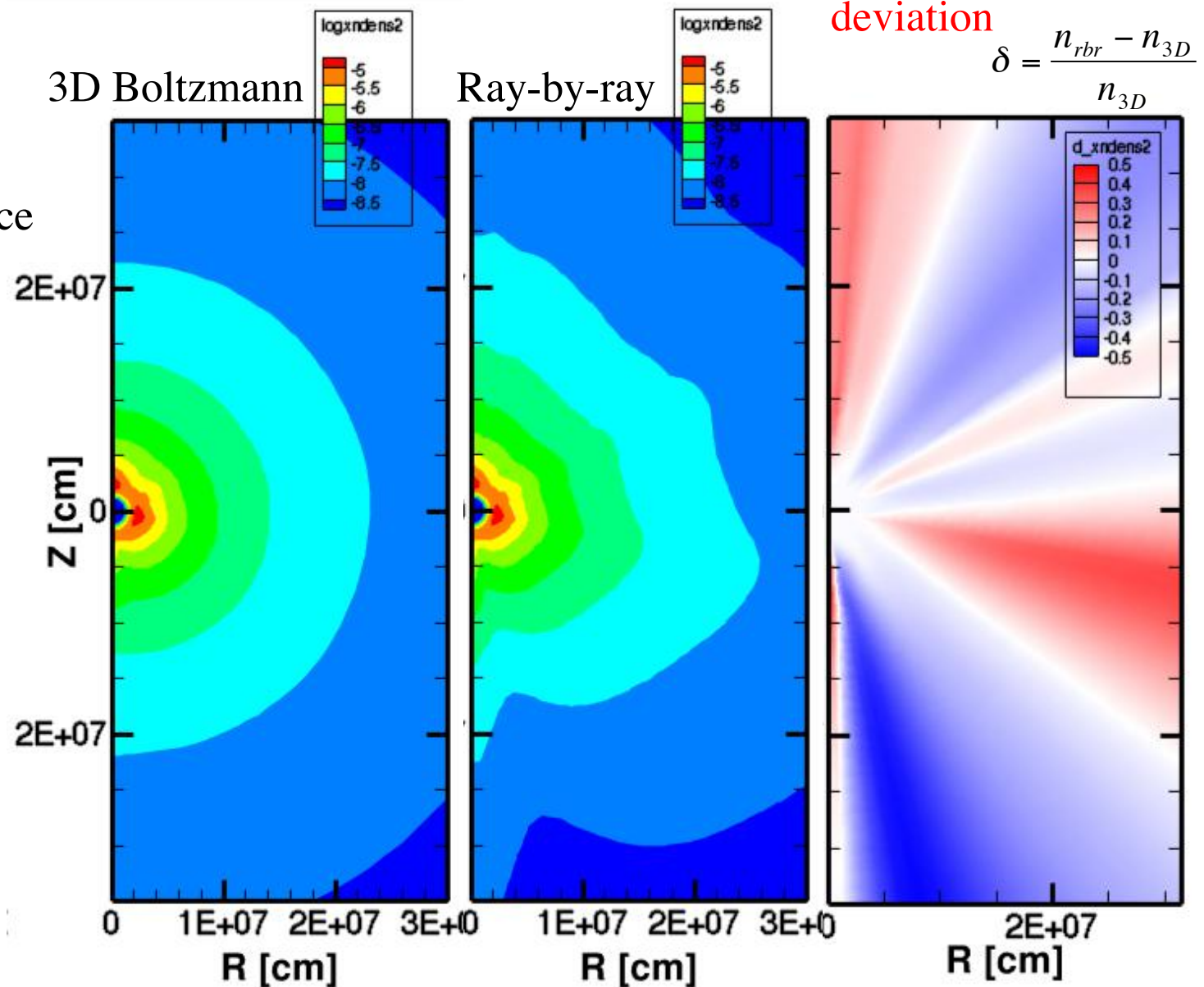
- Ray-by-ray
too strong
angle dependence



From Takiwaki (2011)

11.2M_{sun}, 2D

100ms



Preliminary

まとめと今後

- 超新星爆発メカニズムとニュートリノ
 - ニュートリノ輻射輸送による加熱への影響
- 3次元ニュートリノ輻射輸送を計算できる
 - 6Dボルツマン方程式を解く計算コード
- 2/3次元超新星コアへの応用
 - 多次元輻射輸送の特徴, 近似計算の吟味
- 3次元 ν 輻射流体計算コードへ
 - 流体計算コードとの結合, 相対論化

新学術領域「計算科学による素核宇融合」

HPCI戦略P分野5「物質と宇宙の起源と構造」課題3

Supercomputing resources at KEK, YITP, UT, RCNP, K-Computer

原子核・天文・計算科学の共同研究

- 超新星爆発

- 鈴木英之、中里健一郎
- 山田章一、長倉洋樹

- 計算科学

- 松古栄夫
- 櫻井鉄也、今倉暁

- 天文シミュレーション

- 固武慶、滝脇知也
- 関口雄一郎

- 状態方程式テーブル

- H. Shen
- 親松和浩
- 土岐博

- 状態方程式の拡張

- 古澤峻
- 大西明、石塚知香子
- 鷹野正利、富樫甫

- ニュートリノ反応

- 佐藤透、那須翔太、中村聡

Support from:

- HPCI Strategic Program Field 5
- Grant-in-Aid for Scientific Research (20105004, 20105005, 22540296, 24244036)
- Supercomputing resources at KEK, YITP, UT, RCNP, K-computer