

GRAPE-DRを用いた パルサー磁気圏の プラズマ粒子シミュレーション

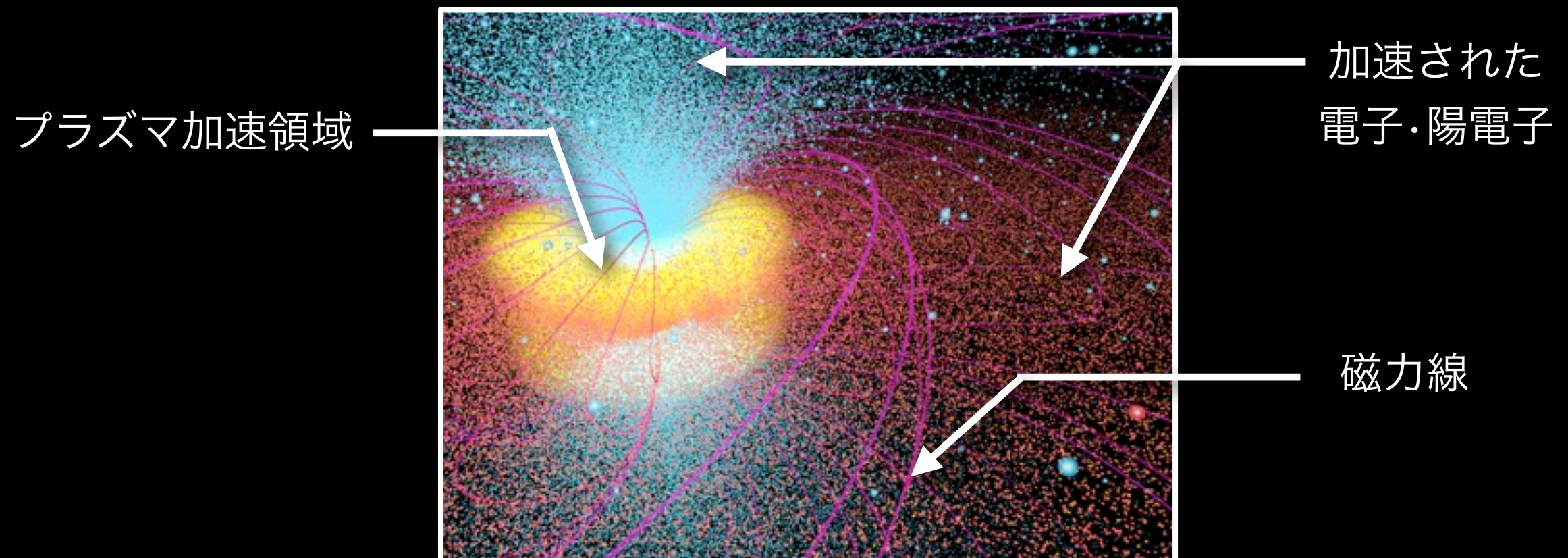
○和田 智秀 (国立天文台天文シミュレーションプロジェクト)

email: tomohide.wada@nao.ac.jp

柴田 晋平 (山形大学)

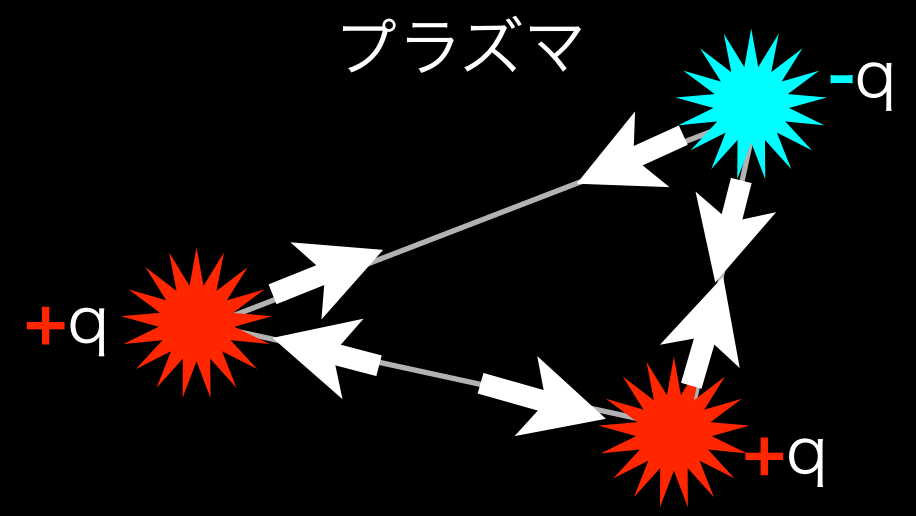
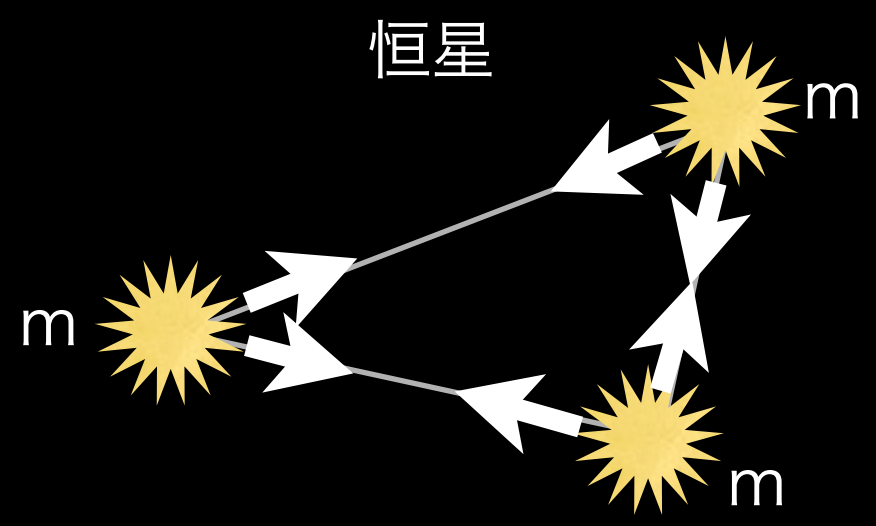
高田 順平 (香港大学)

藤澤 幸太郎 (東京大学)



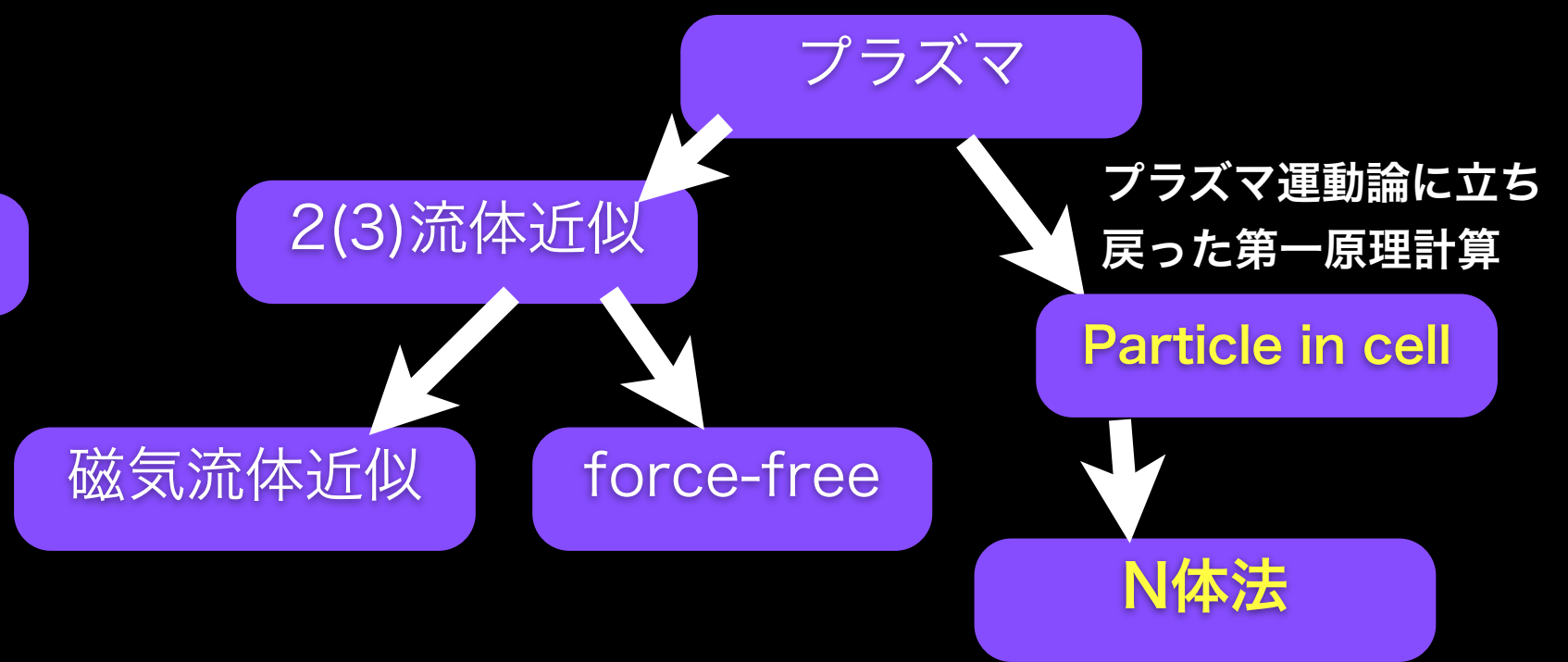
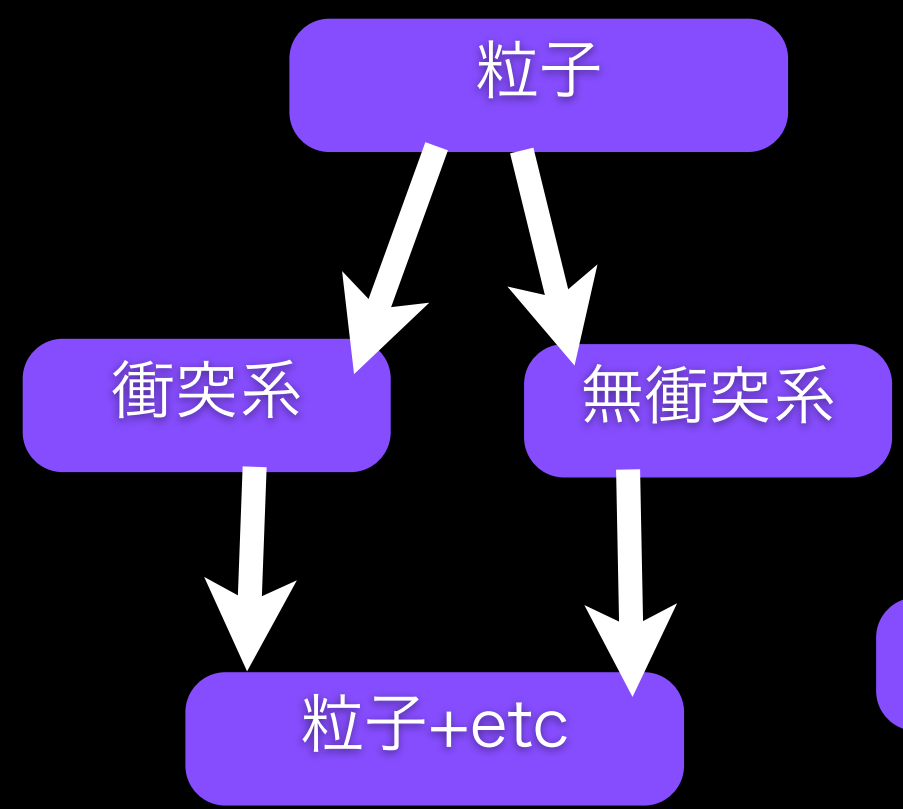
参考: <http://4d2u.ac.jp>

重力多体系とプラズマ多体系



万有引力

引力と斥力(クーロン力)
磁気力、電磁波



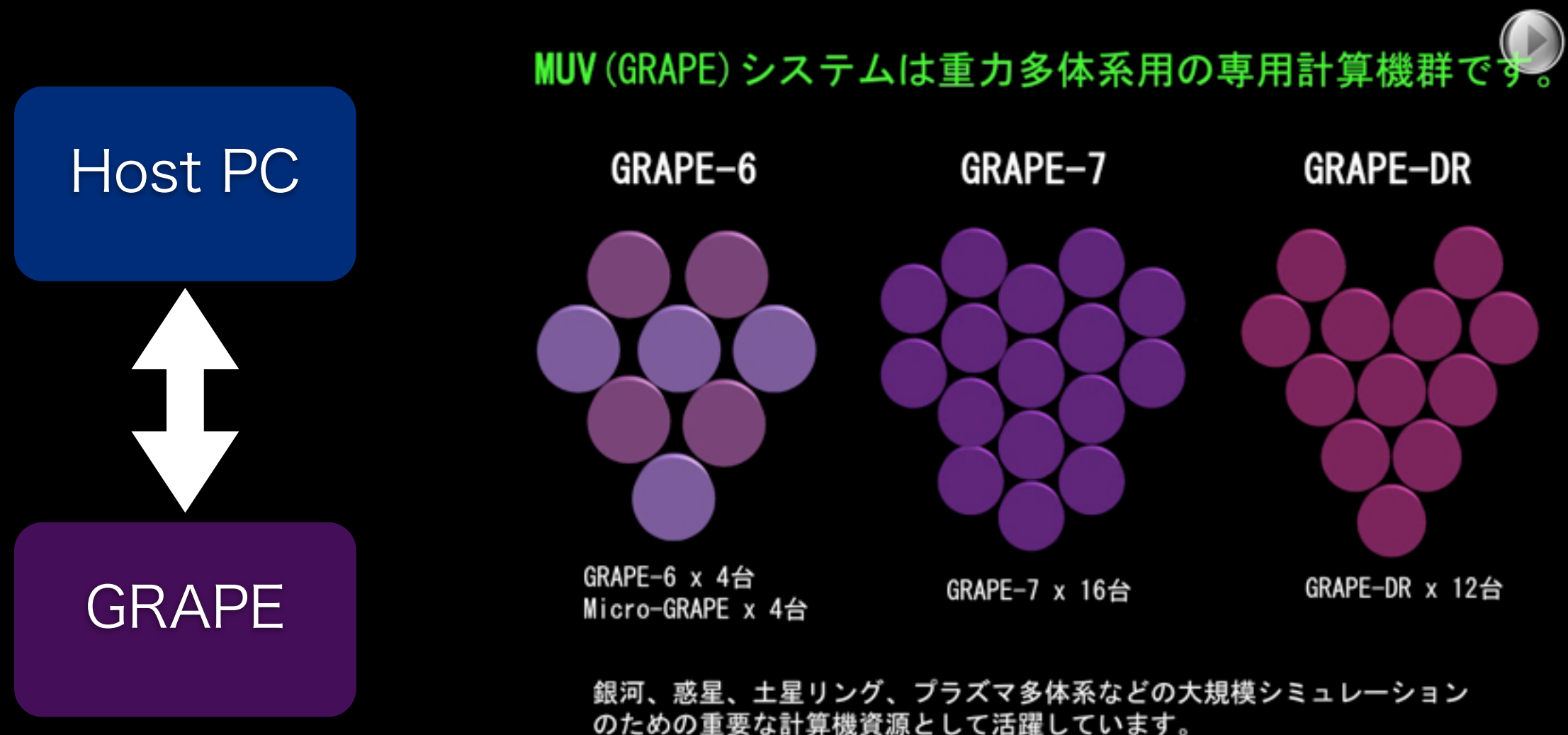
GRAPE-DRの紹介

重力多体系の相互作用を高精度で高速に計算する専用計算機;

Makino J., Hiraki K., Inaba M., 2007, in Proc. ACM/IEEE Conference. ACM, New York, p. 1

-倍精度でN体計算、1656Gflops (参考: K&F computing Research Co. <http://www.kfcr.jp/index.html>)

-ライブラリが整備されているためコーディングが容易である



より詳しい情報は <http://www.cfca.nao.ac.jp> をご覧ください。

CfCA web site: <http://www.cfca.nao.ac.jp/>

目次

概要

プラズマシミュレーションでGRAPEシステムを活用する研究例を紹介する。
重力多体系で用いる質点と同様にプラズマを電荷と考え、電荷の多体系とみなす。.....**問題設定**をうまく選ぶこと(流体近似(密度0、 $E > B$)が必ずしも全計算領域で保証されない、粒子の運動論的效果が重要となる、局所的な構造で起こる物理が大局的な領域の構造に影響する)でN体シミュレーションの長所を活かし、パルサー磁気圏の未解決問題の解明に向けて1ステップ先に進む。

Goal

磁気圏と星雲

非軸対称性の物理

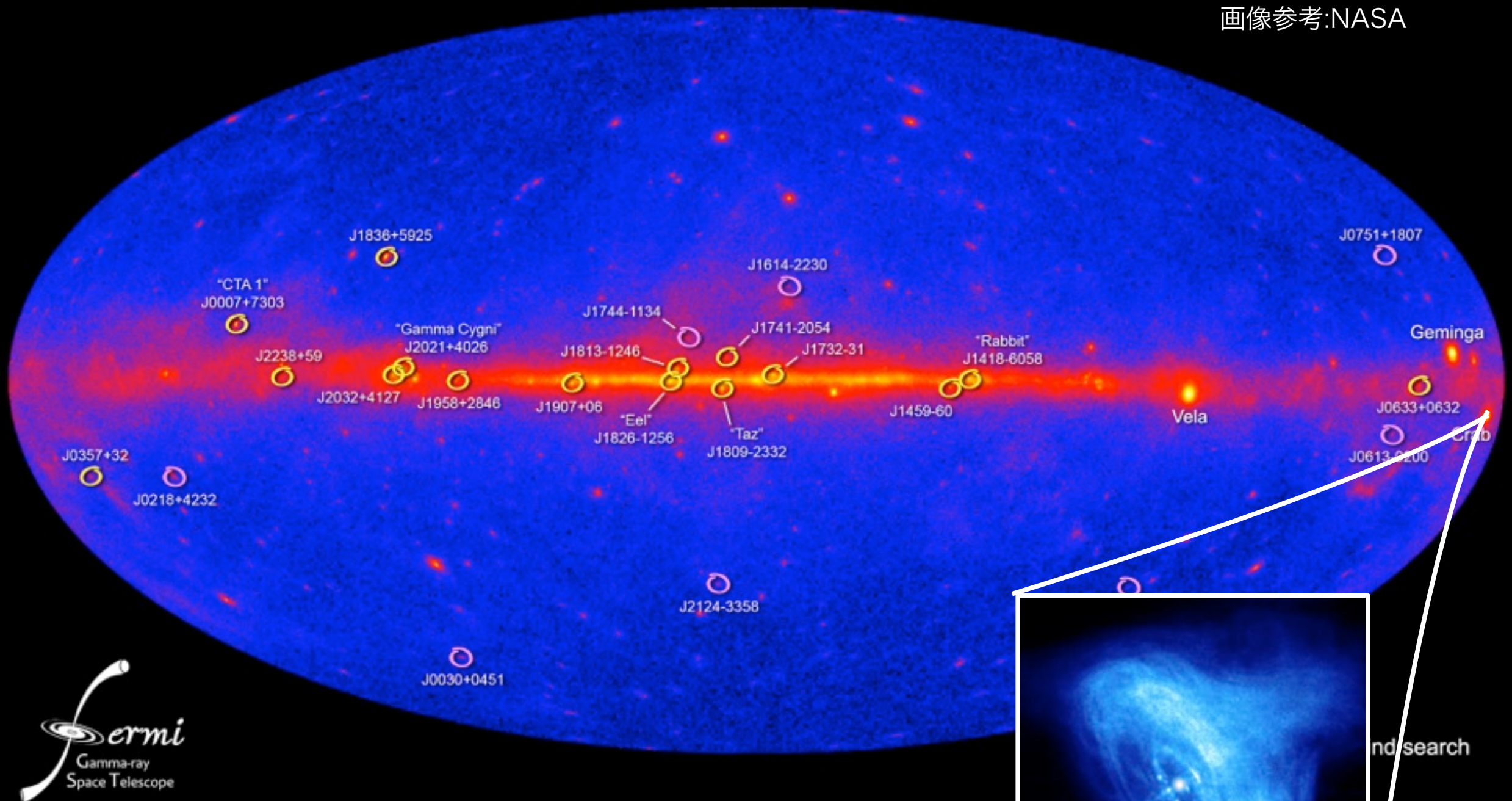
自転エネルギーの解放機構

- ・パルサー磁気圏
- ・基礎方程式
- ・計算手法について
- ・結果
- ・まとめと今後の課題 (ここまで40分)
 - ・時間があれば職場(可視化部署)の宣伝(4分)



ガンマ線全天マップ

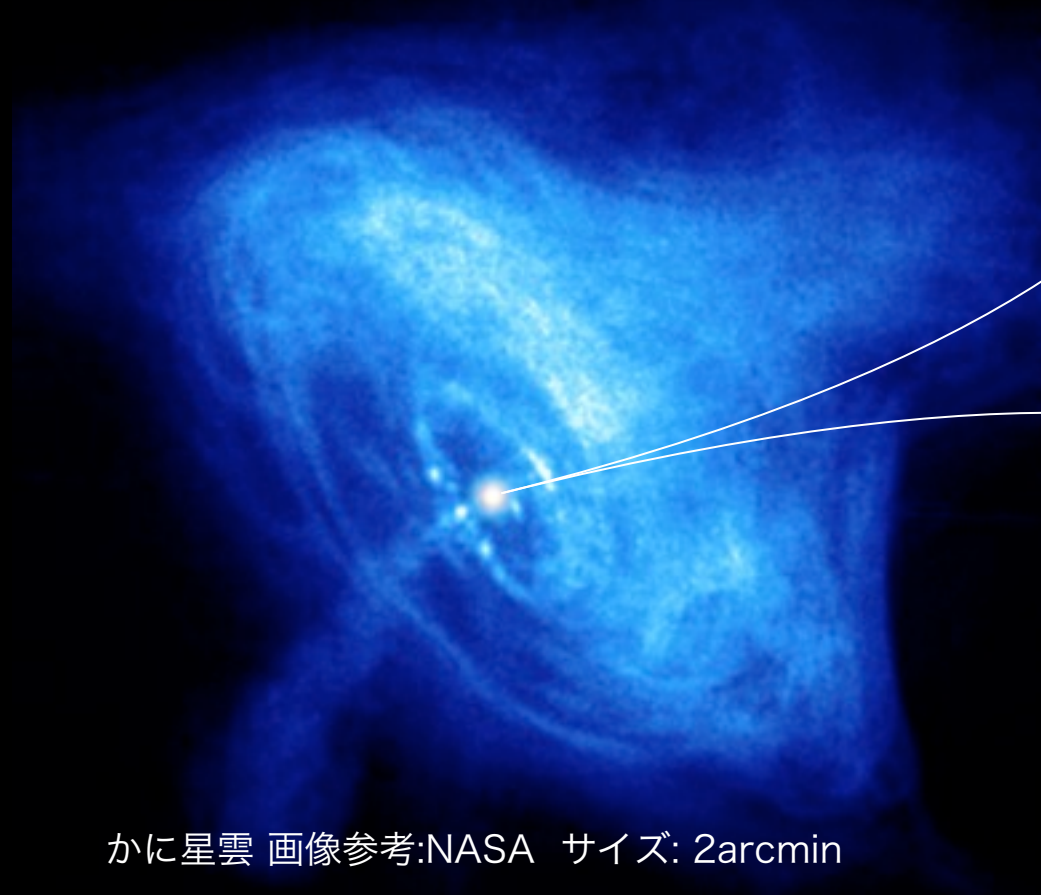
画像参考:NASA



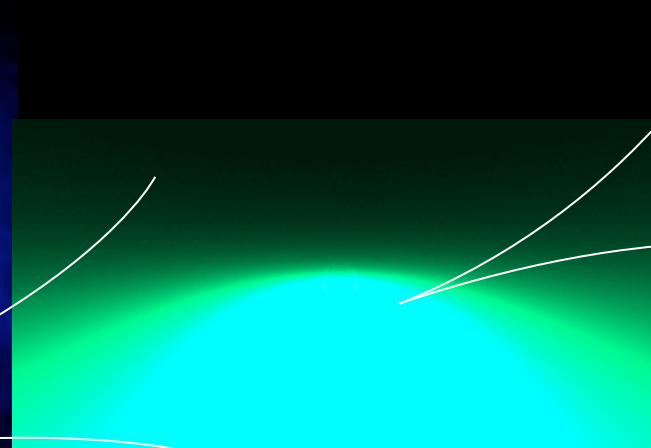
現在100以上のガンマ線で明るいパルサーが発見されており、
我々の銀河での高エネルギー放射源、粒子加速の天然実験場

かに星雲: 画像参考NASA

ガンマ線パルサーとは



かに星雲 画像参考:NASA サイズ: 2arcmin



磁気圏サイズ: ~1000km

磁力線

沿磁力線電場

ガンマビームと
放射の反作用

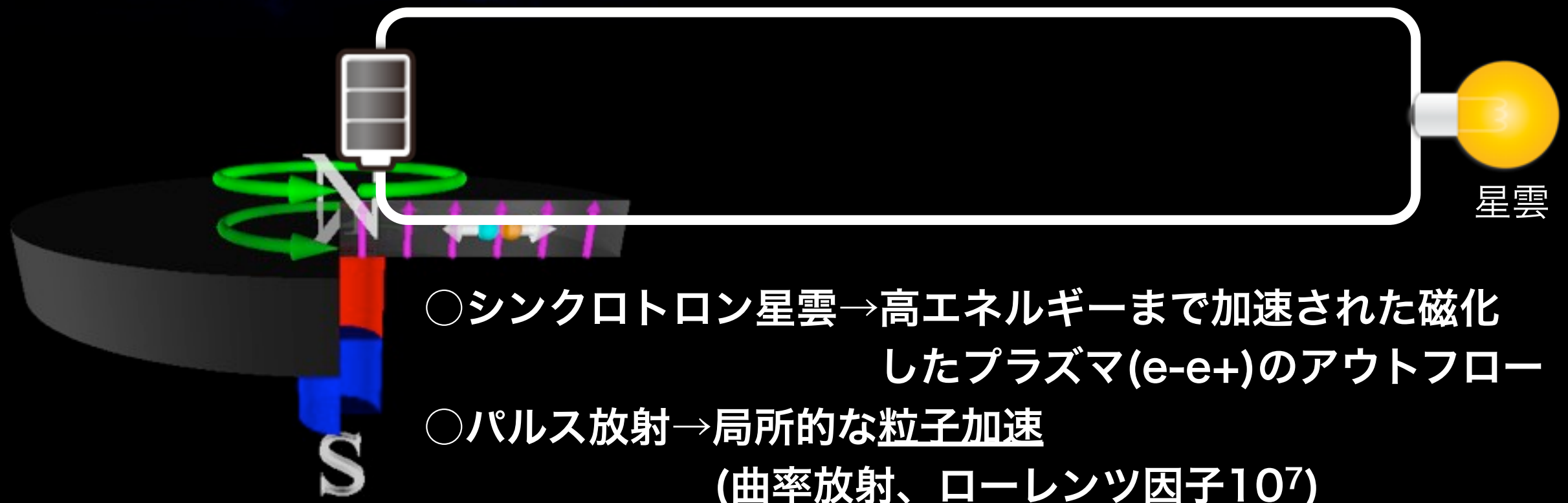
質量: $M=1.4M_{\text{sol}}$

半径: $R_{\text{NS}}=10^6 \text{ cm}$

自転周期: $P \sim 0.03 - < 1 \text{ sec}$

表面磁場強度: $B_0=10^{12} \text{ gauss}$

周期変化率: $dP/dt \sim 10^{-13} \text{ sec/sec}$



自転エネルギーの解放

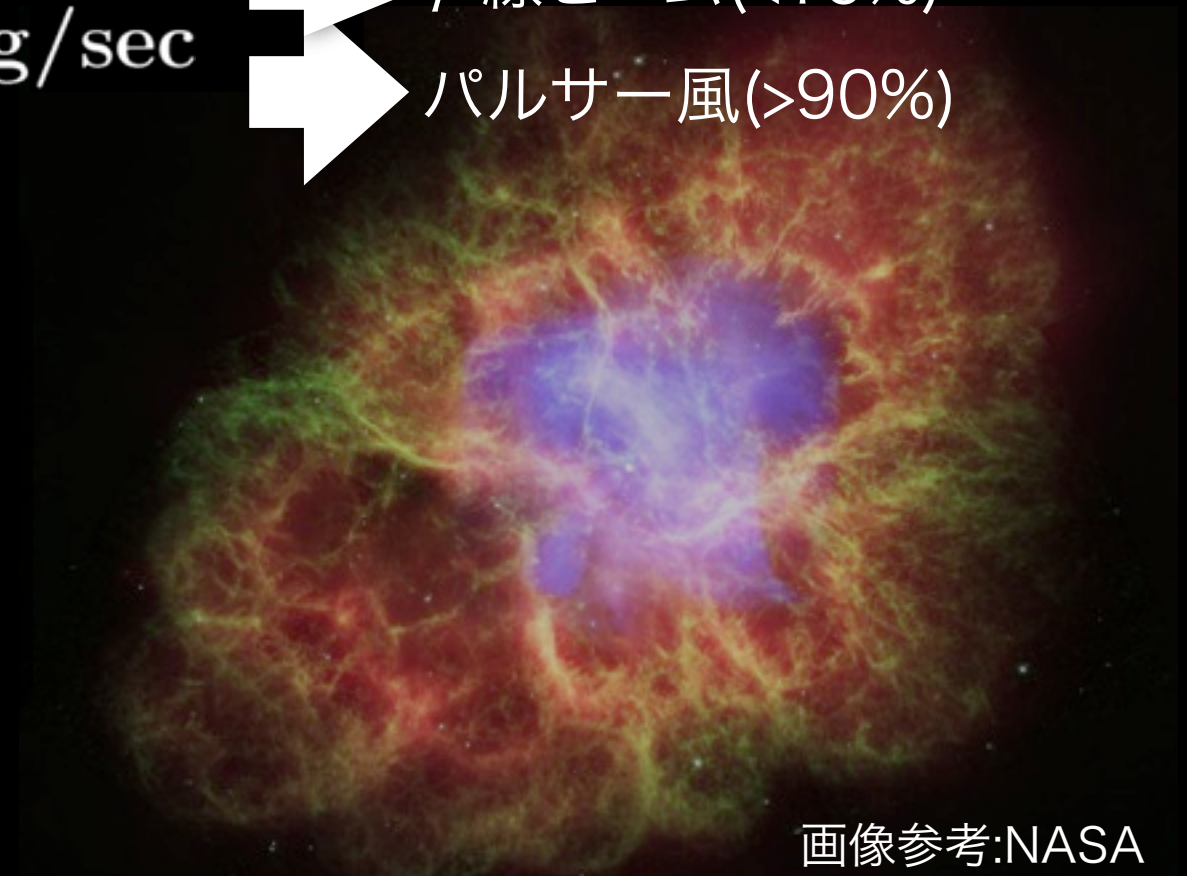
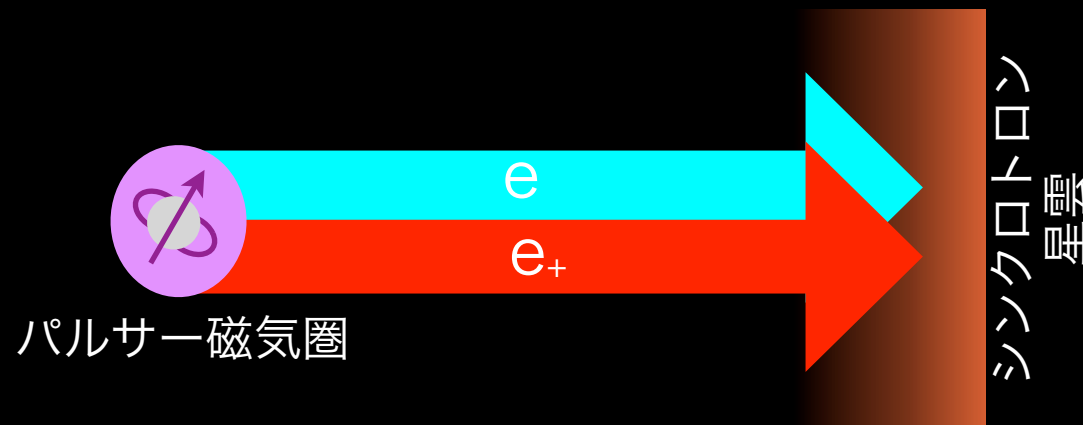
$$E_{\text{rot}} = 10^{49} M_{\odot} R_6^2 P_{0.03}^{-2} \text{ erg}$$

自転周期： $P \sim 0.03 - < 1 \text{ sec}$

周期変化率： $dP/dt \sim 10^{-13} \text{ sec/sec}$

$$\dot{E}_{\text{rot}} = 10^{38} M_{\odot} R_6^2 \dot{P}_{0.03} P_{0.03}^{-3} \text{ erg/sec}$$

⇒ γ 線ビーム (<10%)
 ⇒ パルサー風 (>90%)

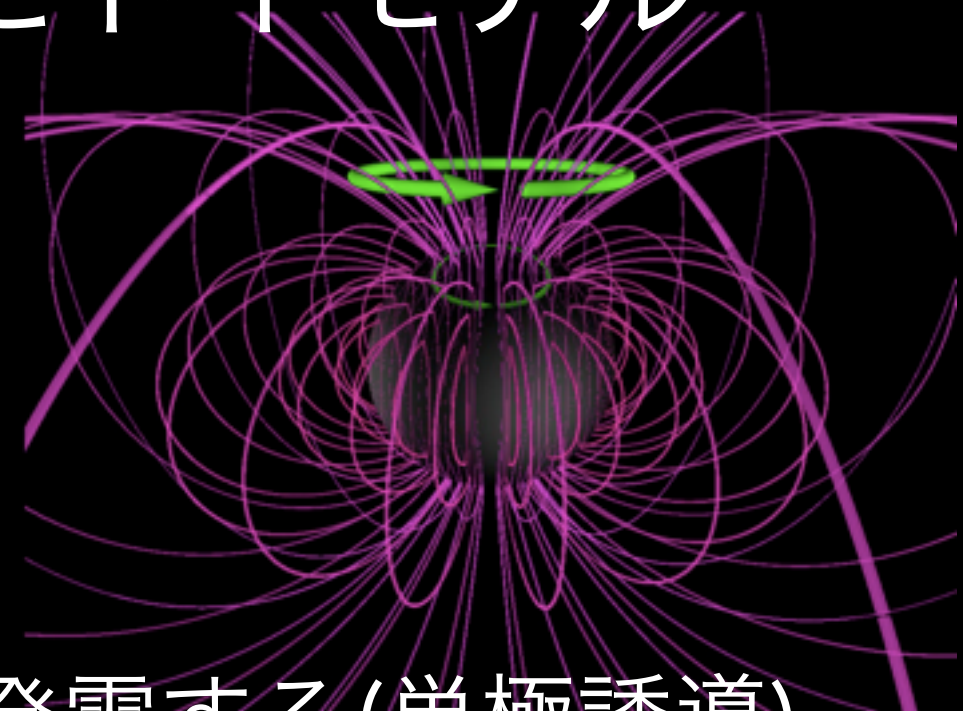
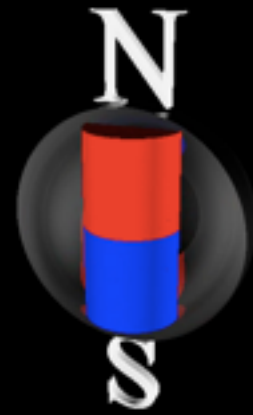


画像参考: NASA

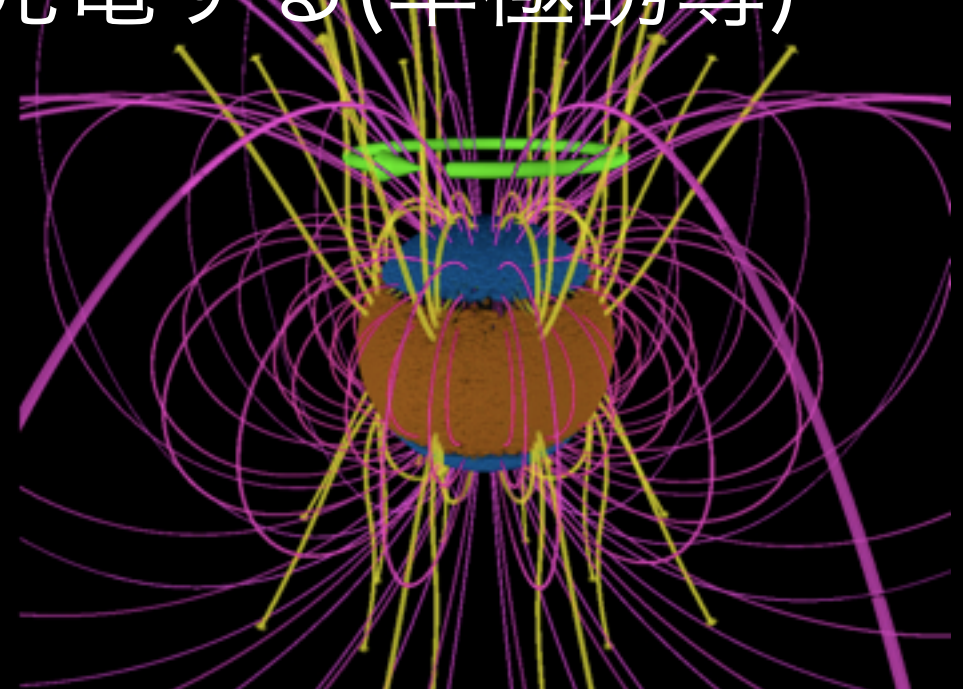
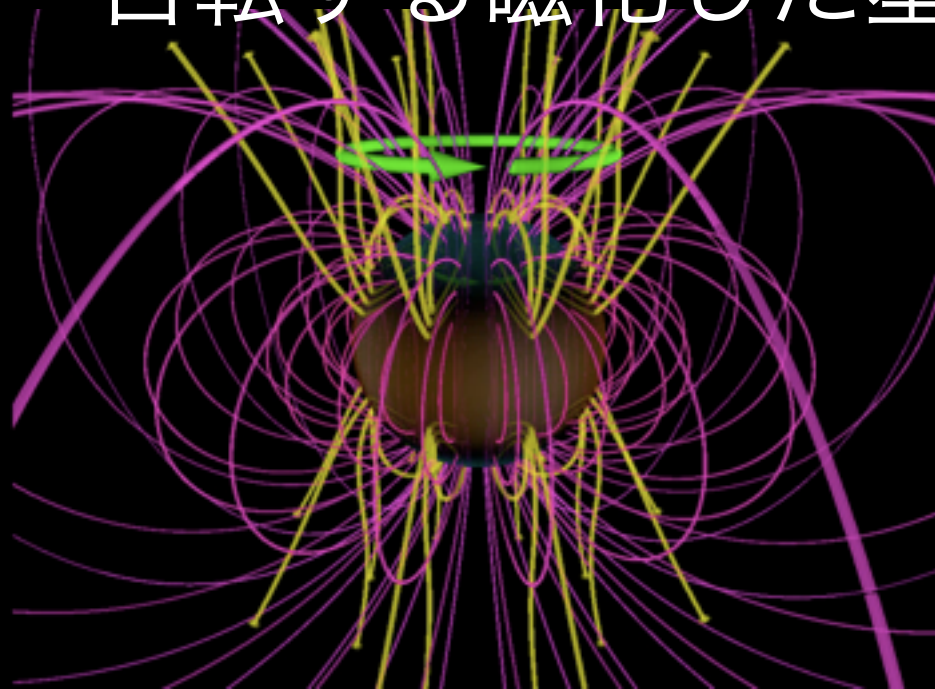
[HTTP://CHANDRA.HARVARD.EDU](http://chandra.harvard.edu)

発電機の仕組みとトイモデル

- : 正電荷
- : 負電荷
- : 磁力線
- : 電気力線



自転する磁化した星は発電する(単極誘導)



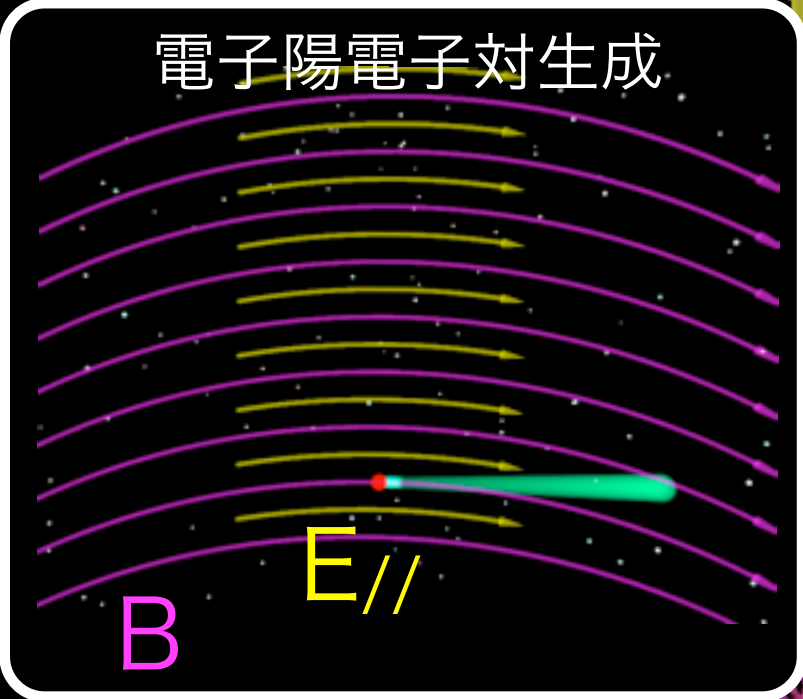
星の持つ対局的な電磁場のもとでプラズマは運動し、電場遮蔽をしながら定常に分布しようとするが、一方で自分自身の作る電場によって加速が制御される。

背景の図

黄色線:電気力線

紫線:磁力線

電子陽電子対生成



B $E_{//}$

電子

陽電子

制動放射

 $E_{//}$

ガンマ線

粒子の旋回中心(水色球)

 B

自転する磁化した星の単極誘導電位がプラズマを加速

$$\text{NS; } \phi_{\text{eff}} = 10^{14} \left(\frac{B_0}{10^{12} \text{ gauss}} \right) \left(\frac{R}{10^6 \text{ cm}} \right)^3 \left(\frac{P}{0.2 \text{ sec}} \right)^{-2} \text{ Volt}$$

$$\text{WD; } \phi_{\text{eff}} = 10^{13} \left(\frac{B_0}{10^8 \text{ gauss}} \right) \left(\frac{R}{10^9 \text{ cm}} \right)^3 \left(\frac{P}{100 \text{ sec}} \right)^{-2} \text{ Volt}$$

PICの基礎方程式

$\partial/\partial t$ を省略したマクスウェル方程式とプラズマの運動方程式を交互に解きながら磁気圏の時間発展する解を得る => 例; Particle in Cell法

運動方程式(3次元、特殊相対論)、電荷密度を超粒子として扱う

$$m_i \frac{d\gamma_i \vec{v}_i}{dt} = q_i \left[\vec{E}_i + \frac{\vec{v}_i}{c} \times \vec{B}_i \right] + \vec{f}_{\text{rad},i}$$

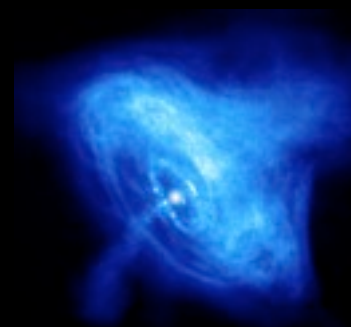
マクスウェル方程式

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \cancel{\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

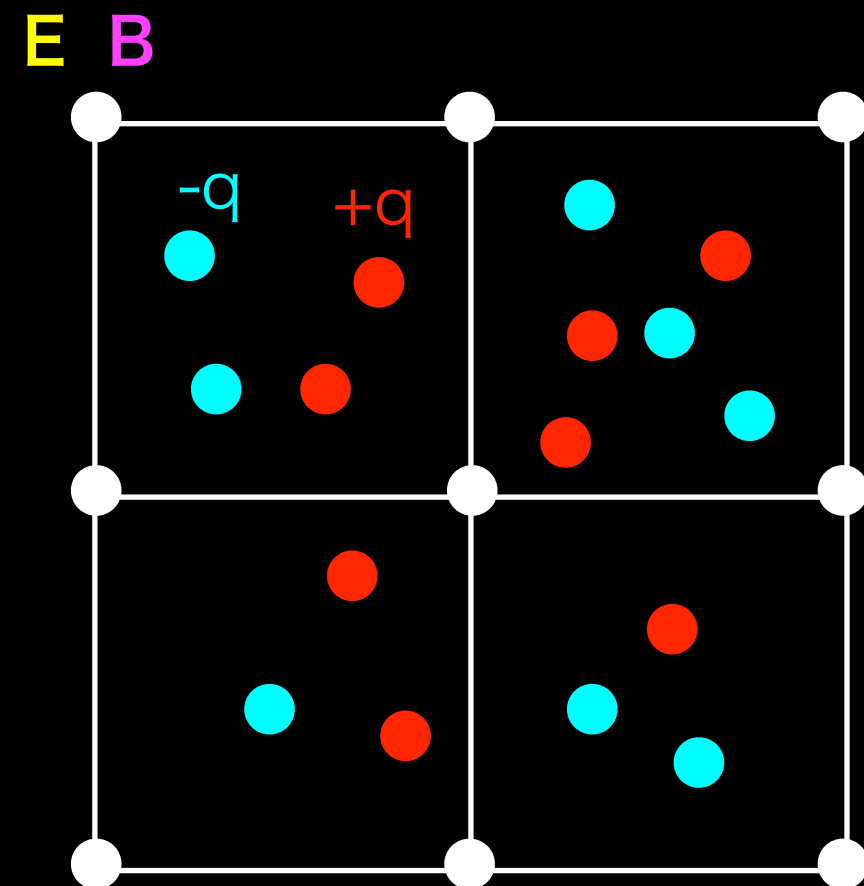
$$\nabla \times \vec{E} = \cancel{-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$$



かに星雲 画像参考:NASA



大局的な構造について高い解像度で調べるのは難しい

基礎方程式(定常を仮定)

$\partial/\partial t$ を省略したマクスウェル方程式とプラズマの運動方程式を交互に解きながら定常磁気圏解を得る

運動方程式(3次元、特殊相対論)

$$m_i \frac{d\gamma_i \vec{v}_i}{dt} = q_i \left[\vec{E}_i + \frac{\vec{v}_i}{c} \times \vec{B}_i \right] + \vec{f}_{\text{rad},i}$$

Electric field

$$\left\{ \begin{array}{l} -\nabla^2 \phi = 0 \quad ; \text{単極子+四重極子+八重極子} \\ -\nabla^2 \phi = 4\pi\rho \\ \text{B.C. } \phi(\vec{R}) = \frac{\mu\Omega \sin^2 \theta}{cR} + \text{const}, \quad \phi(\infty) = 0 \end{array} \right.$$

Magnetic field

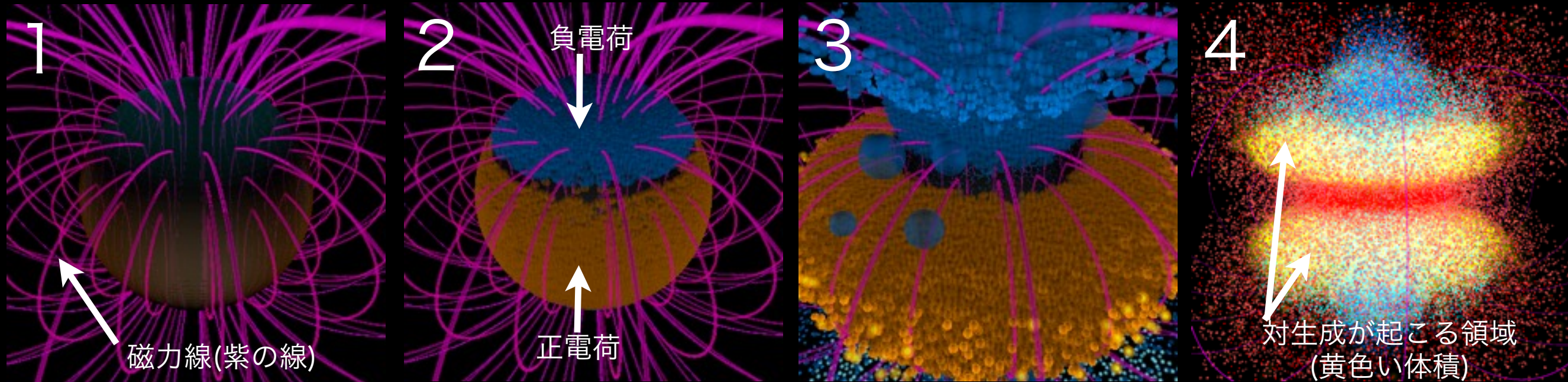
$$\left\{ \begin{array}{l} -\nabla^2 \vec{A} = \vec{0} \quad ; \text{双極子+四重極子} \\ -\nabla^2 \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \text{B.C. } \vec{A}(\vec{R}) = \vec{e}_\varphi \frac{\mu \sin \theta}{R^2}, \quad \vec{A}(\infty) = \vec{0} \end{array} \right.$$

計算コストの高い静電磁場の相互作用(E_{ij} 、 B_{ij})は専用計算機GRAPE-DRによって行う(詳細は後述)

CfCA web site: <http://www.cfca.nao.ac.jp>



N体粒子法の概要とその特徴



画像は双極磁場と四重極電場のみのモデル(W&Shibata 2007 MNRAS, W&Shibata 2011 MNRAS).

1. 表面電荷密度の計算
2. 表面電荷密度をシミュレーション粒子に置き換える
3. 場を計算し、運動方程式にしたがって粒子の位置を更新する
4. モデル化された対生成の過程(後述)にしたがって粒子を生成する
5. 外部境界から出た粒子は削除する、内部境界に入った粒子は星の帯電量に置き換える
6. 1-5を定常になるまで繰り返す

星内部の電場を与えた場合、磁気圏がforce-freeになったとき達成される表面電荷密度

$$4\pi\sigma_{\text{GJ}} = [\vec{E}_{>}(\vec{R}) - \vec{E}_{<}(\vec{R})] \cdot \vec{e}_r$$

実際の表面電荷密度

$$\sigma = \sigma_{\text{mono}} + \sigma_{\text{quad}} + \sigma_{\text{oct}} + \sigma_q$$

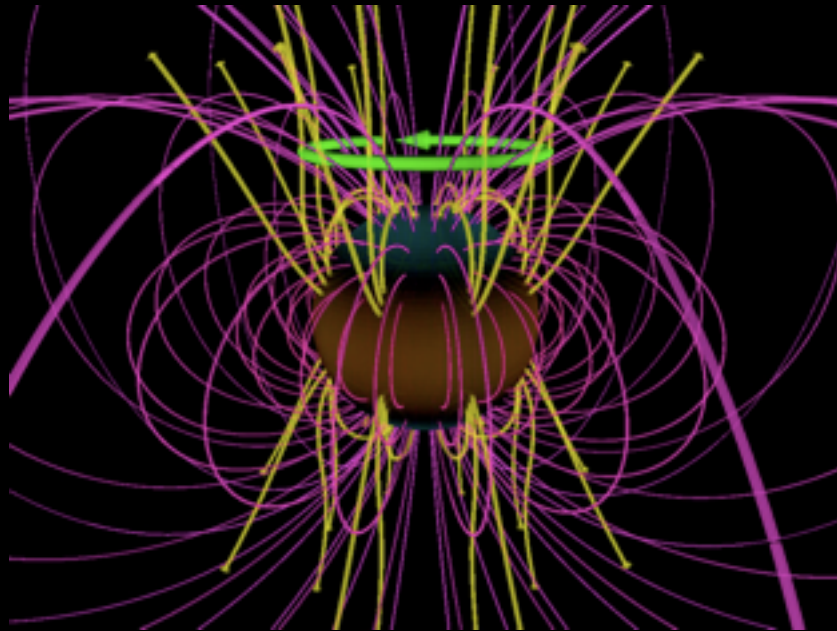
$\sigma - \sigma_{\text{GJ}}$ をシミュレーション粒子に置き換える

スキームの説明の目次

強力な天体の電磁場の元で相互作用するプラズマ
磁気圏の定常構造を調べることに特化した計算手法

- ・パルサー磁気圏プラズマの運動の時間スケール
- ・個別時間刻み法(ITS: Individual time step method)
- ・星(導体球)+プラズマ間相互作用
- ・分類時間刻み法(STS: Systemized time step method(仮))
- ・ITS+STS
- ・加速粒子に働く放射の反作用
- ・ガンマ線放射と電子陽電子対生成の取り扱い

プラズマの運動の時間スケール



星表面磁場強度: 10^{12} gauss

加速領域の大きさ: $R_1 = 10^2 P_{0.03} R_{\text{NS}}$

磁場強度: $B = 10^{12} (r/R_{\text{NS}})^{-3}$ gauss

電場強度: $E \leq B$?必ずしも保証されていない

プラズマ数密度: $n \approx B/(cP) = 10^{12} P_{0.03}^{-1} (r/R_{\text{NS}})^{-3} / \text{cm}^{-3}$

Golreich & Julian 1969, ApJ

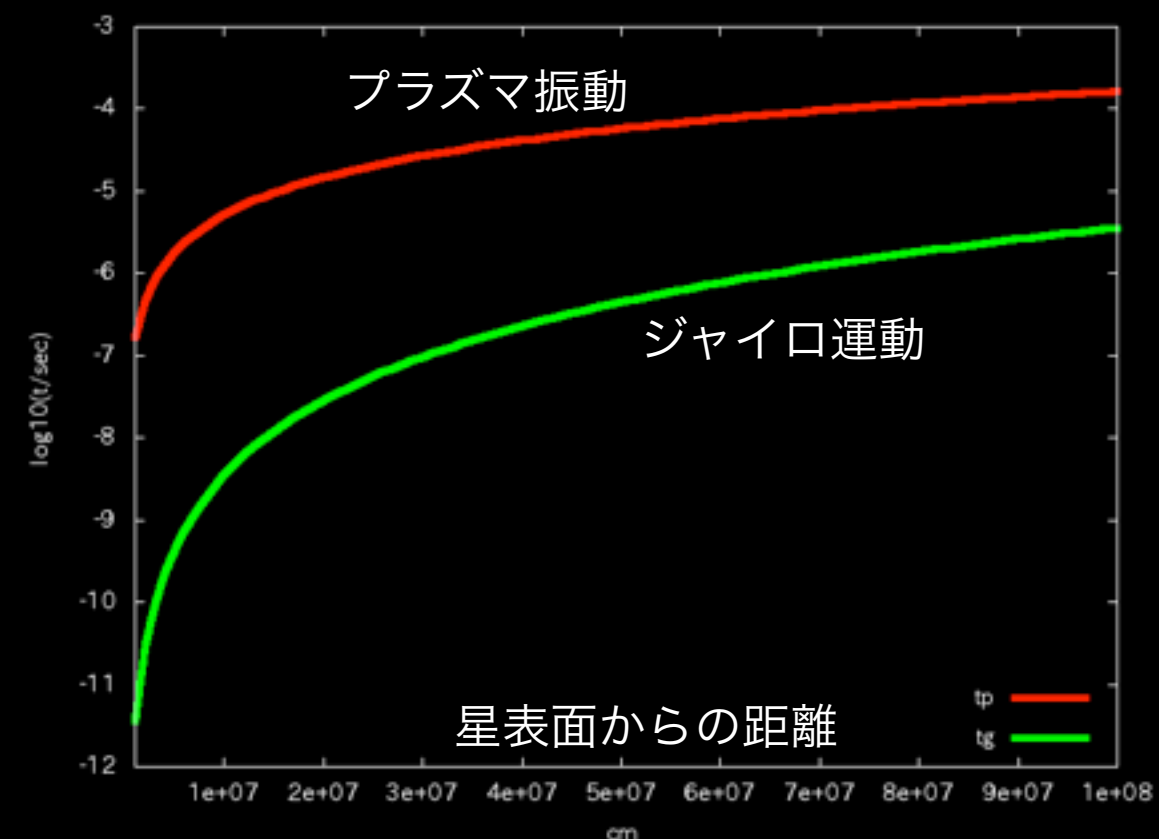
希薄な磁気圏プラズマは磁力線に沿って拘束されており、星の持つ強い誘導起電場によって**電荷分極**している
->電場が完全にデバイ遮蔽できないので粒子加速領域がある

ジャイロ運動: $\tau_g = 10^{-12} \gamma_7 R_6^3 \text{ sec}$

プラズマ振動: $\tau_p = 10^{-7} \gamma_7^{1/2} P_{0.03}^{-1/2} R_6^{3/2} \text{ sec}$

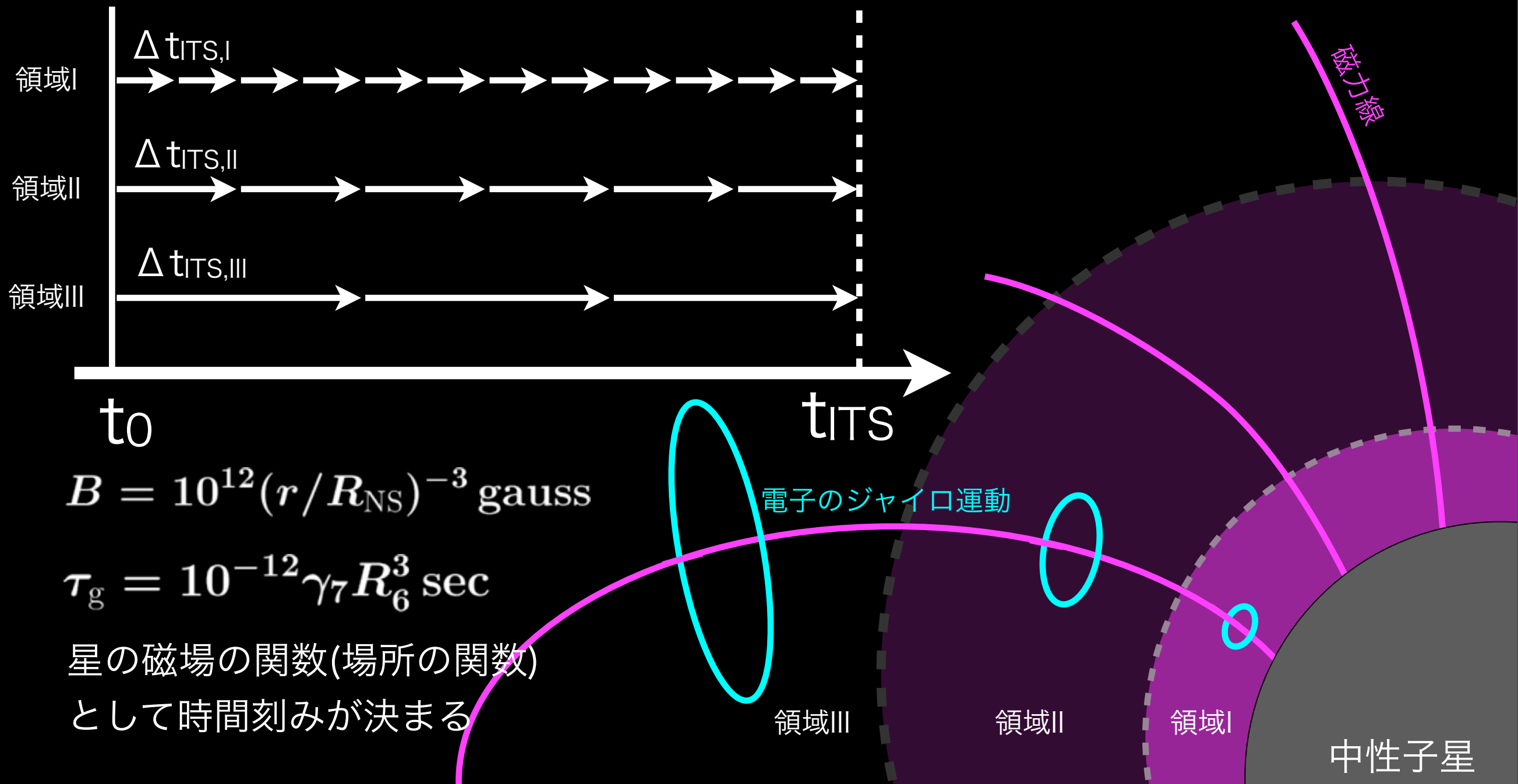
加速領域を横切る運動: $\tau_{\text{dyn}} = 10^{-2} P_{0.03} \text{ sec}$

$$\tau_g \leq \tau_p \ll \tau_{\text{dyn}}$$



個別時間刻み法 (ITS; Individual time step method)

粒子の運動を積分する際の総計算ステップ数を節約するために、ジャイロ運動の周期を基準にして**時間刻みを粒子毎に個別に与える**。
積分は4次のルンゲクッタ法を使う。



星(導体球)+プラズマ間相互作用

$$\vec{E}_{ij} = -\nabla \phi_{ij}$$

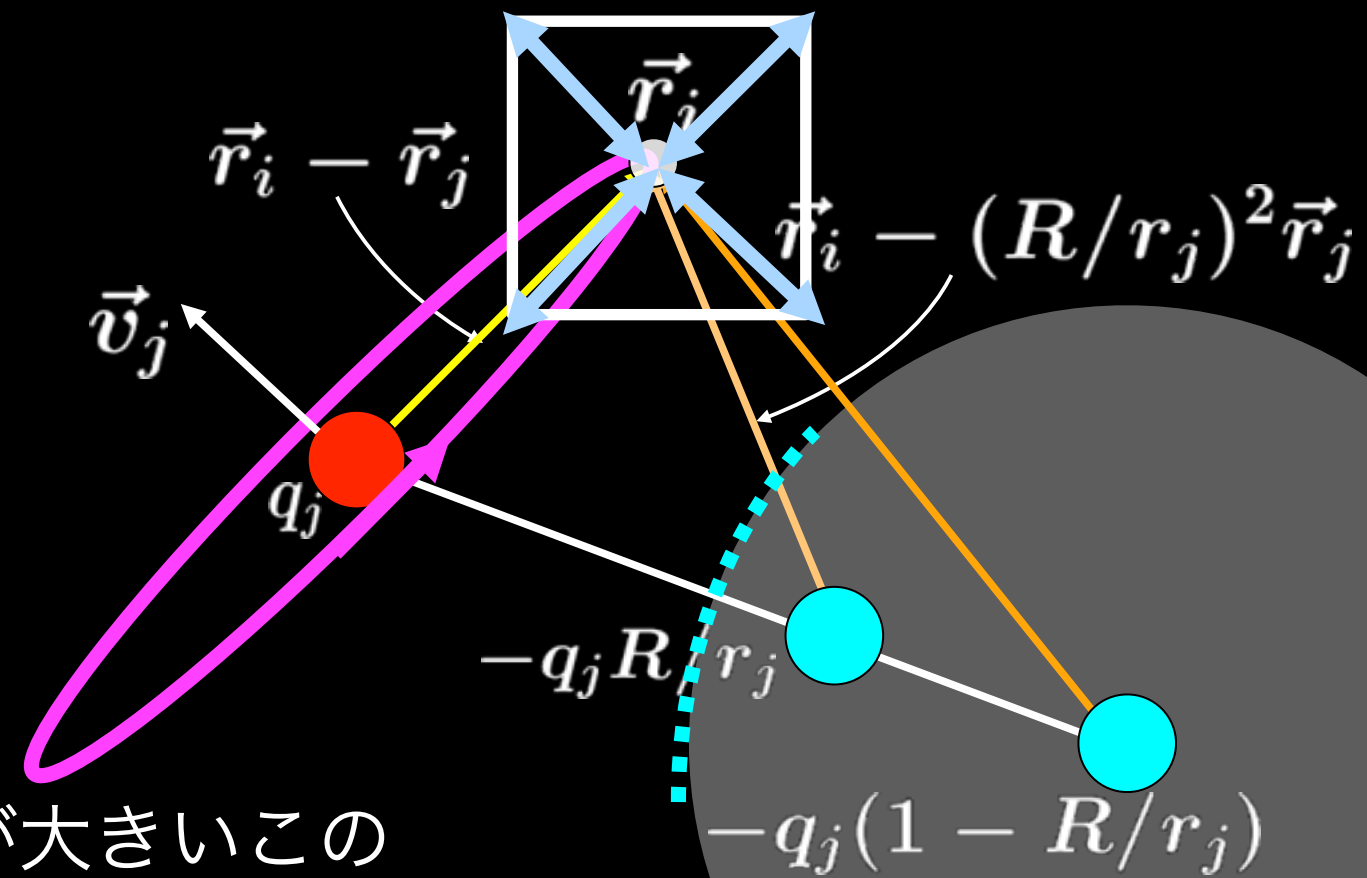
$$\phi_{ij} = \sum_j q_j \left[\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - \frac{R/r_j}{|\vec{r}_i - (R/r_j)^2 \vec{r}_j|} - \left(1 - \frac{R}{r_j}\right) \frac{1}{r_i} \right]$$

$$\vec{E}_{ij} = \sum_{j=1}^n q_j \left[\frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} - \frac{R}{r_j} \frac{\vec{r}_i - (R/r_j)^2 \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - (R/r_j)^2 \vec{r}_j|^3} - \left(1 - \frac{R}{r_j}\right) \frac{\vec{r}_i}{r_i^3} \right]$$

$$\vec{B}_{ij} = \nabla \times \vec{A}_{ij}$$

$$\vec{A}_{ij} = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^N \frac{q_j \vec{v}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \dots$$

$$\vec{B}_{ij} = \sum_{j=1}^n \frac{q_j \vec{v}_j \times (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} + \dots$$

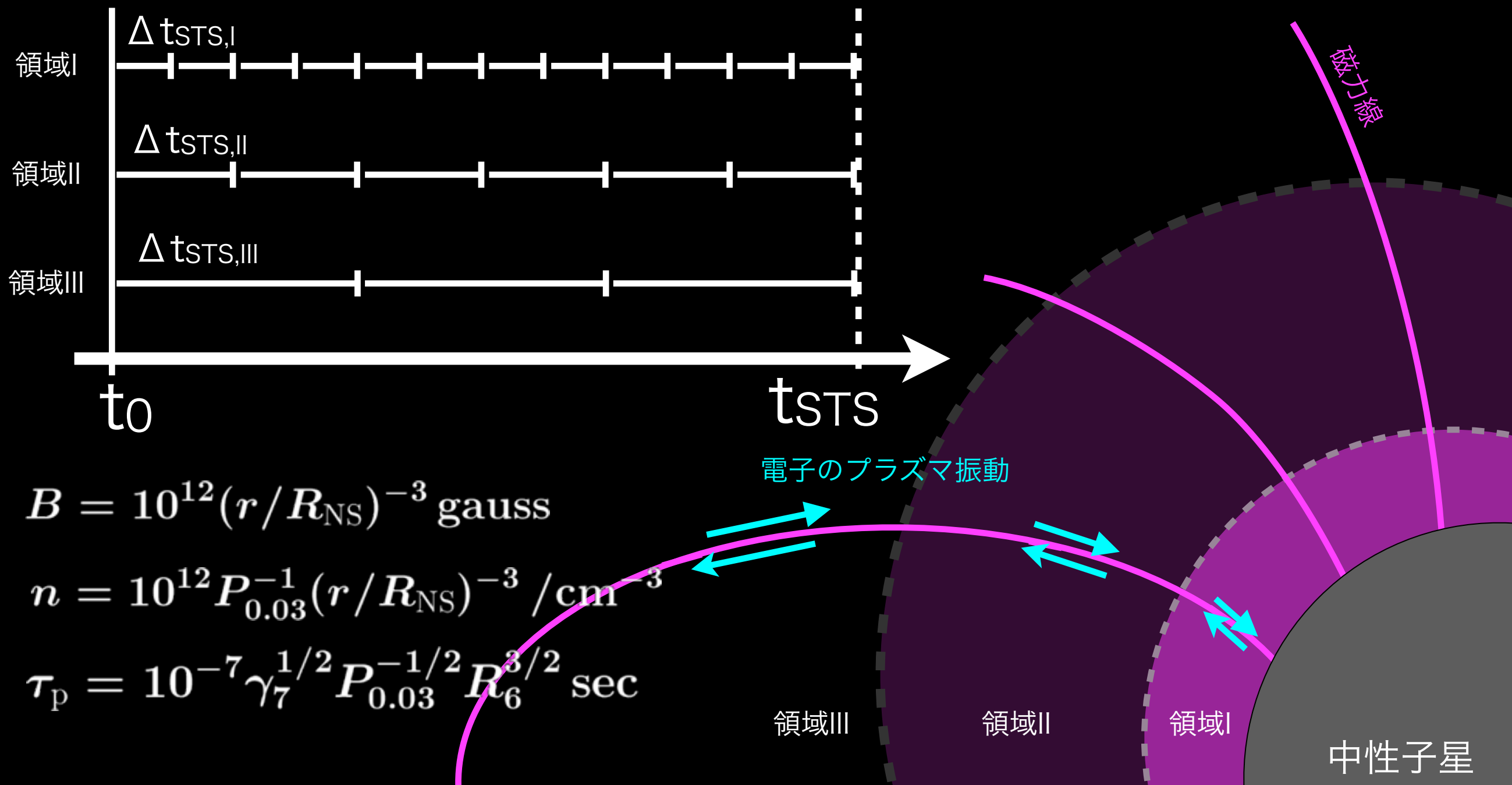


5N²に比例する非常にコストが大きいこの
計算をGRAPE-DRで実現可能にした

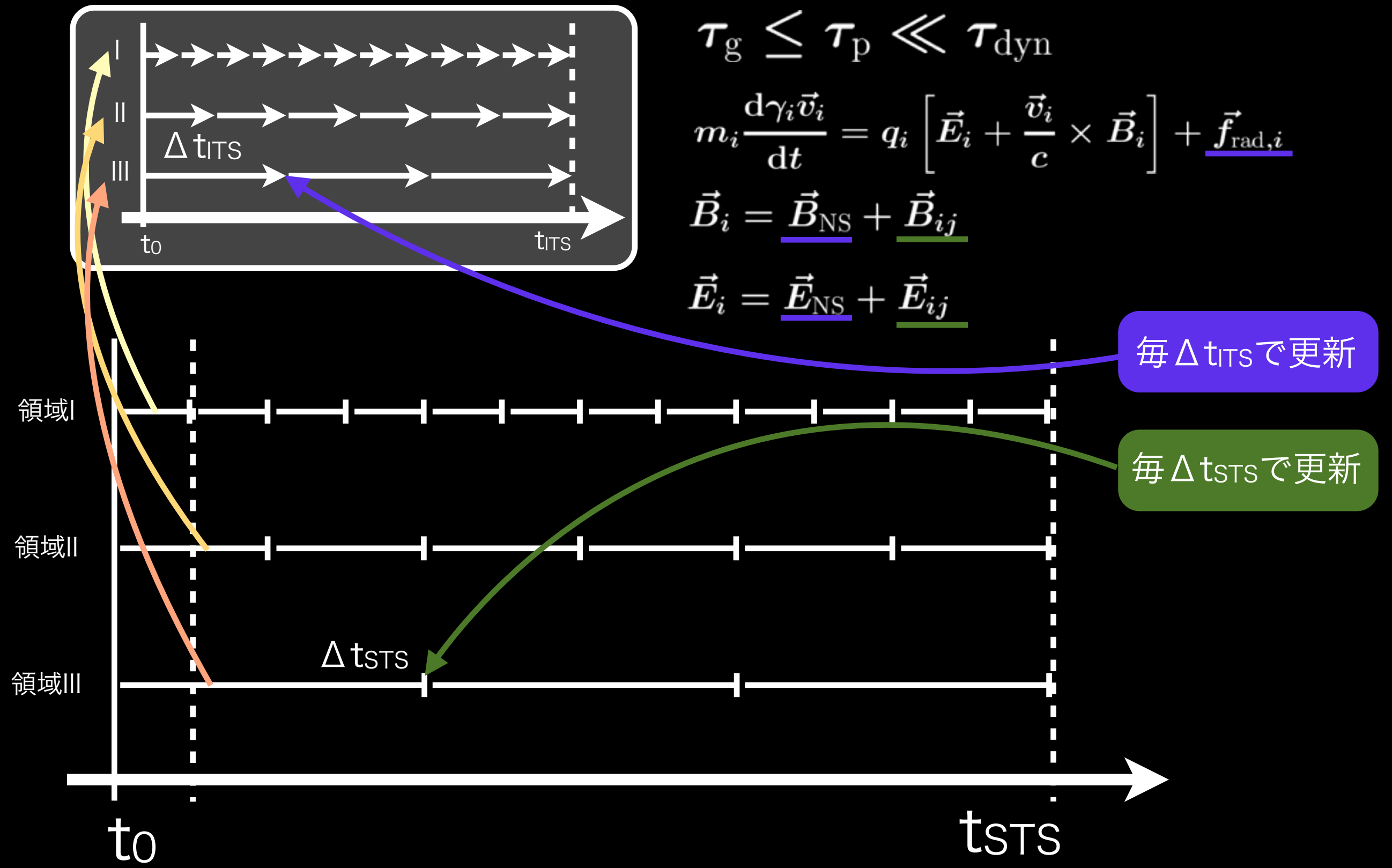
導体球断面図

分類された相互作用の計算(STS法)

プラズマの数密度は星の持つ磁場の関数(場所の関数 $\propto r^{-3}$)と仮定する。
粒子を領域で分けて分類し、それぞれの領域でのプラズマ振動の時間スケールを基準に**粒子毎に相互作用を更新する頻度を設定する**。



ITS+STS



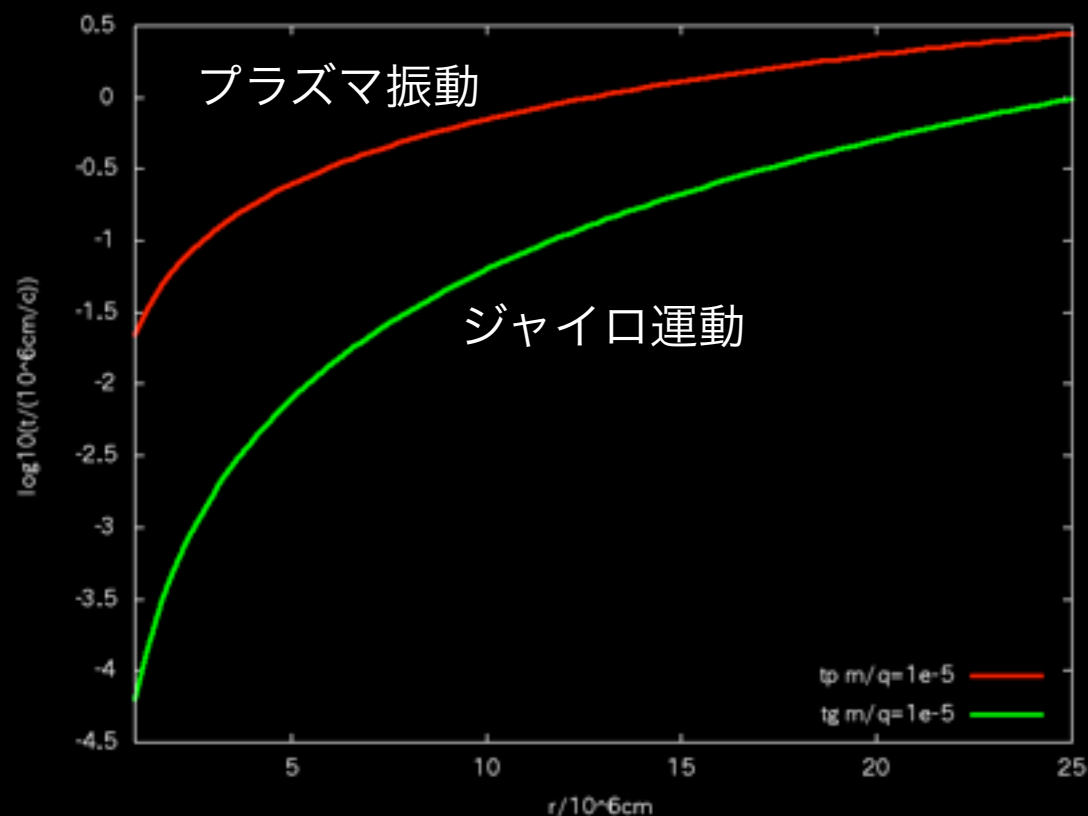
粒子のパラメータ設定と計算時間

計算領域内で加速されていないプラズマのジャイロ半径は系のサイズに比べて十分小さくする

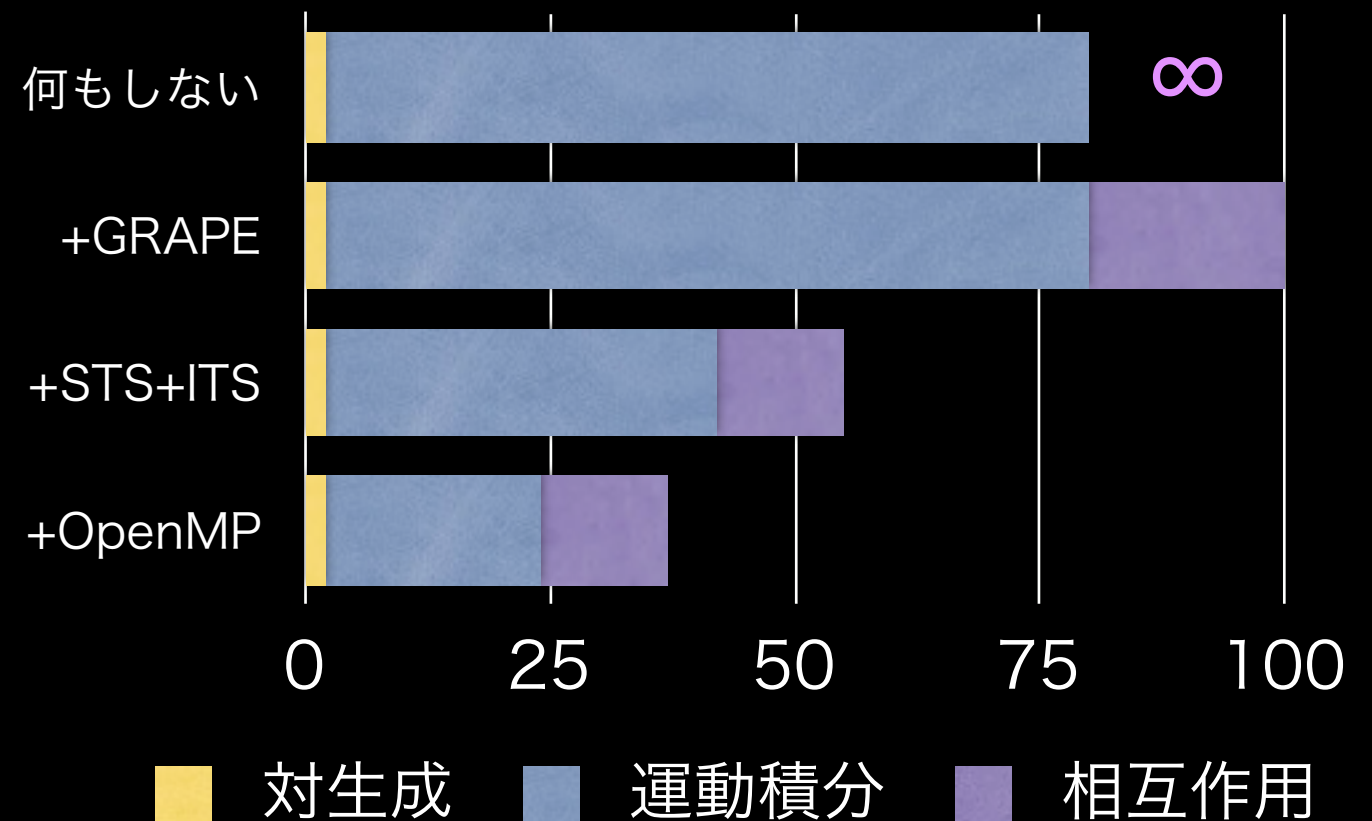
$$r_g = \frac{m\gamma c^2}{qB_0} \left(\frac{r}{R_{\text{NS}}} \right)^3 \ll r_{\text{sys}}$$

$$\frac{m}{q} = 1.9 \times 10^{-18} \text{ g/esu}$$

$$\frac{\bar{m}}{\bar{q}} = 10^{-5} \rightarrow \bar{\tau}_{\text{ITS}} = 2\pi \frac{\bar{m}}{\bar{q}} \bar{r}^3$$

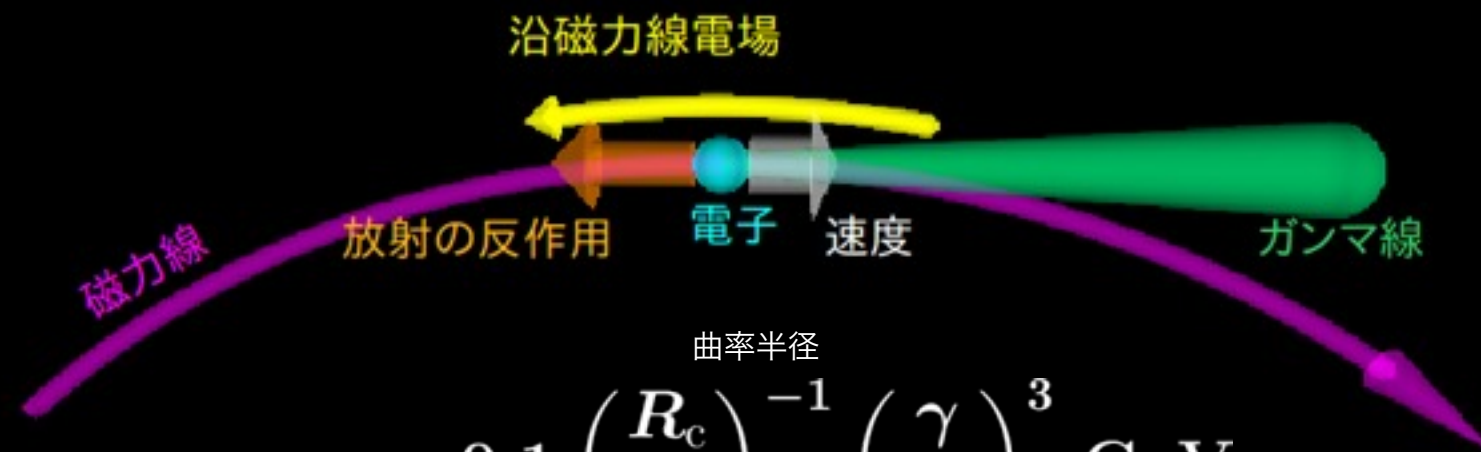


粒子数100万個、質量電荷比 10^{-5} モデル



※エネルギー誤差は t_{dyn} の計算で $\varepsilon_{\text{total}} / \varepsilon_{\text{total0}} < -1\%$

放射の反作用



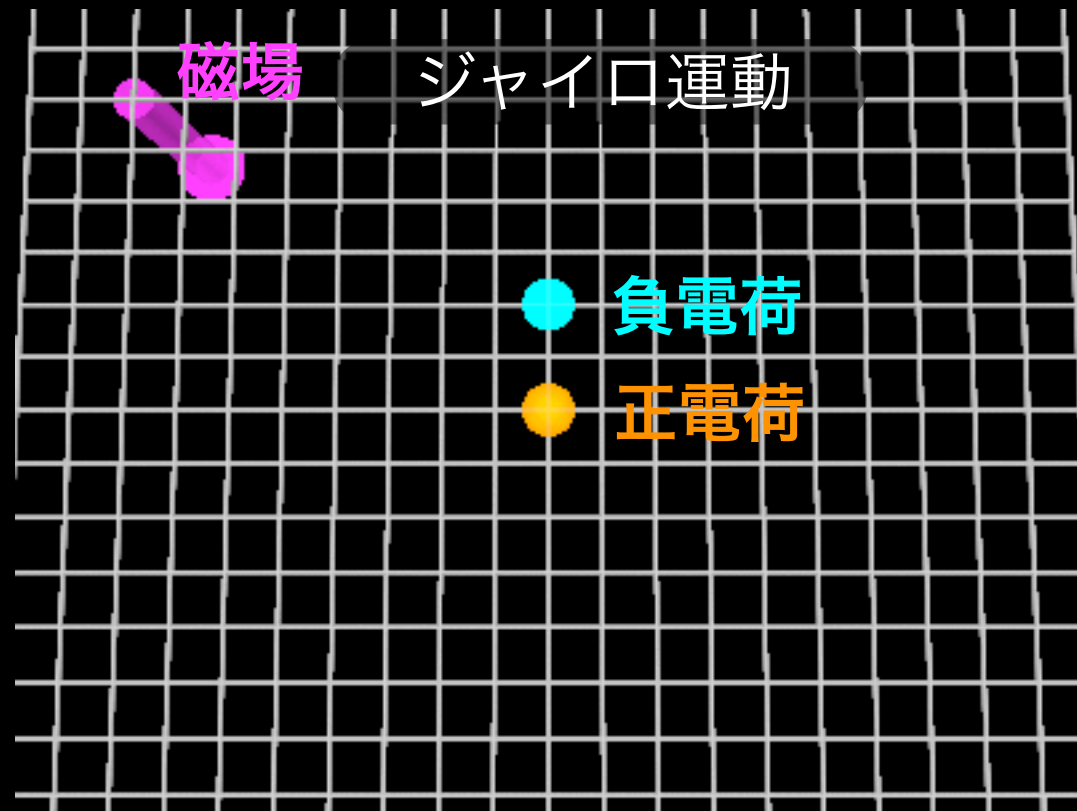
$$\epsilon_\gamma = 0.1 \left(\frac{R_c}{R_l} \right)^{-1} \left(\frac{\gamma}{\gamma_7} \right)^3 \text{ GeV}$$

$$R_l \equiv \frac{Pc}{2\pi} = 1.6 \times 10^2 \left(\frac{P}{P_{0.03}} \right) R_{\text{NS}}, \quad \gamma_7 \equiv 10^7$$

放射の反作用; アブラハム-ローレンツの式

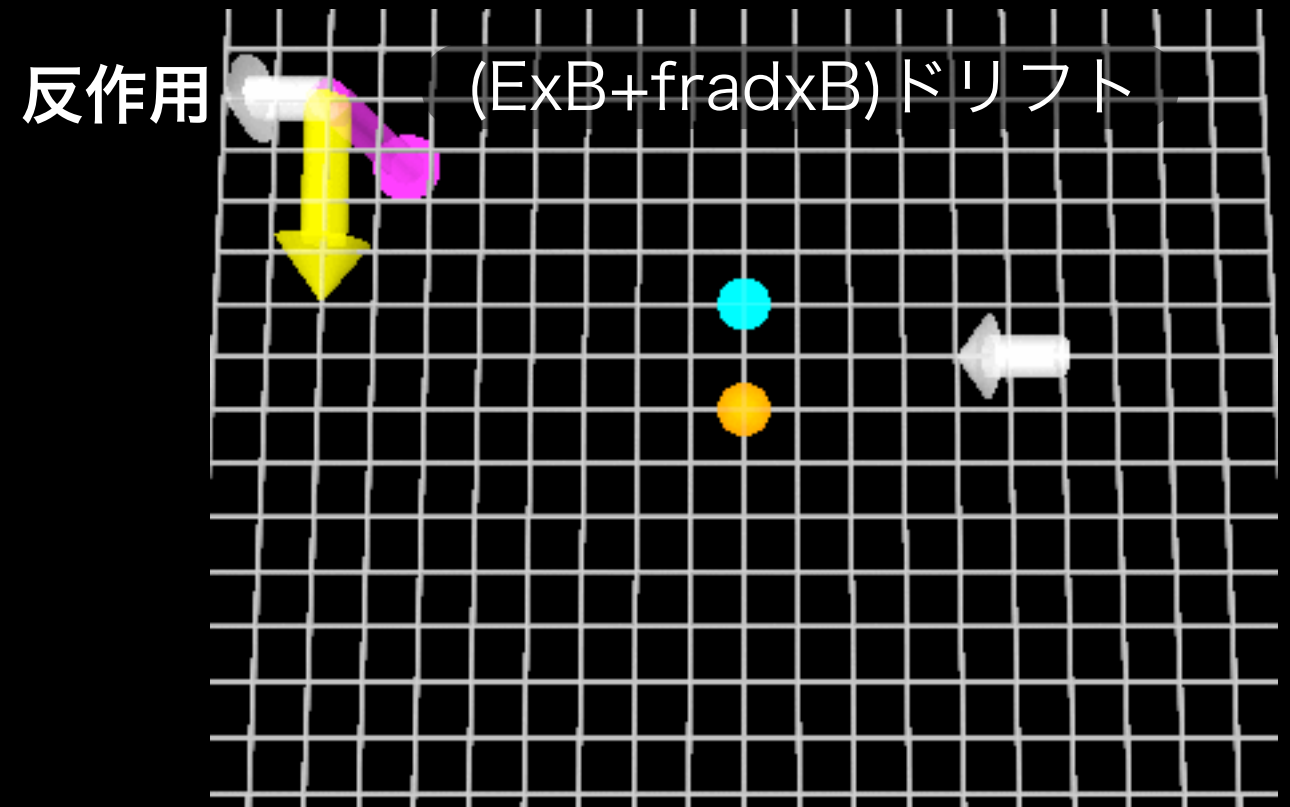
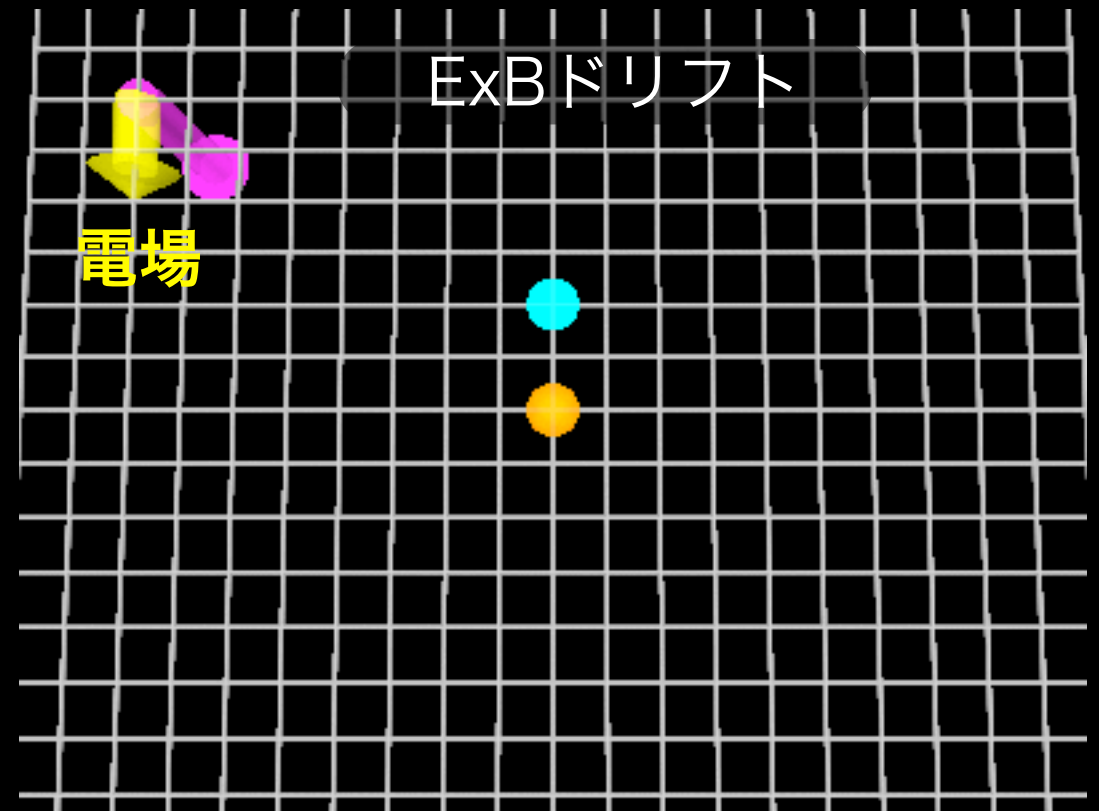
$$\begin{aligned} \vec{f}_{\text{rad},i} = & \frac{2q_i^3}{3mc^3} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_i \cdot \nabla \right) \vec{E}_i + \frac{\vec{v}_i}{c} \times \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_i \cdot \nabla \right) \vec{B}_i \right] \\ & - \frac{2q_i^4}{3m_i^2 c^4} \left[\vec{E}_i \times \vec{B}_i + \frac{1}{c} \vec{B}_i \times (\vec{B}_i \times \vec{v}_i) + \frac{1}{c} \vec{E}_i (\vec{v}_i \cdot \vec{E}_i) \right] \\ & - \frac{2q_i^4 \gamma_i^2}{3m_i^2 c^5} \left[\left(\vec{E}_i + \frac{\vec{v}_i}{c} \times \vec{B}_i \right)^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{E}_i \cdot \vec{v}_i)^2 \right] \vec{v}_i \end{aligned}$$

プラズマの運動論的効果

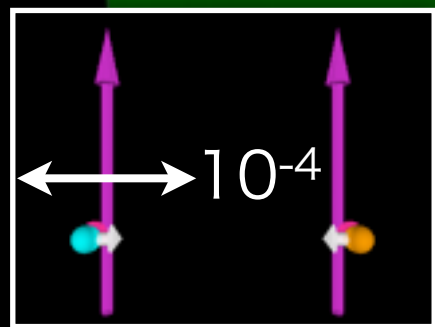


$$v_d = \frac{E_{\perp}}{B}c, \quad v_d = \frac{\vec{f}_{\text{rad}} \times \vec{B}}{qB^2}c$$

$|\mathbf{B}| \sim |\mathbf{E}|$ になると、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトの速さは光速に近づき、旋回中心に働く放射の反作用による $\mathbf{f}_{\text{rad}} \times \mathbf{B}$ ドリフトが現れる



静的磁気圏解 (ディスク-ドーム-ギャップ構造)



1

星から誘導電場によって電荷分極して引き出されたプラズマは磁力線に沿って動き、力学的平衡位置へ落ち着く

e.g.,

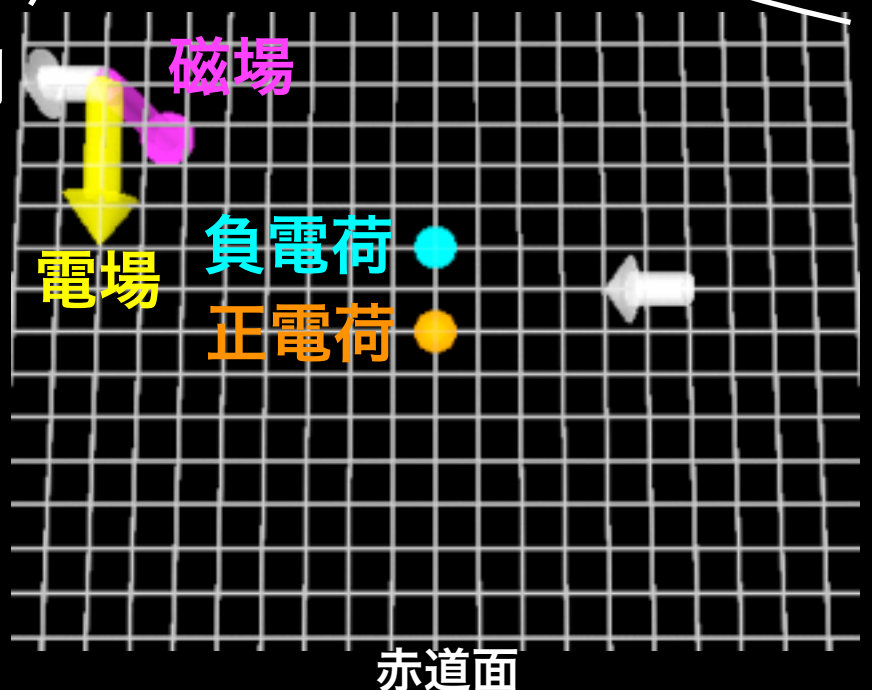
-Krause & Michel 1985 MNRAS

-Pétri 2002 A&A

-Yuki & Shibata 2012 PASJ

-Wada & Shibata 2007, 2011 MNRAS

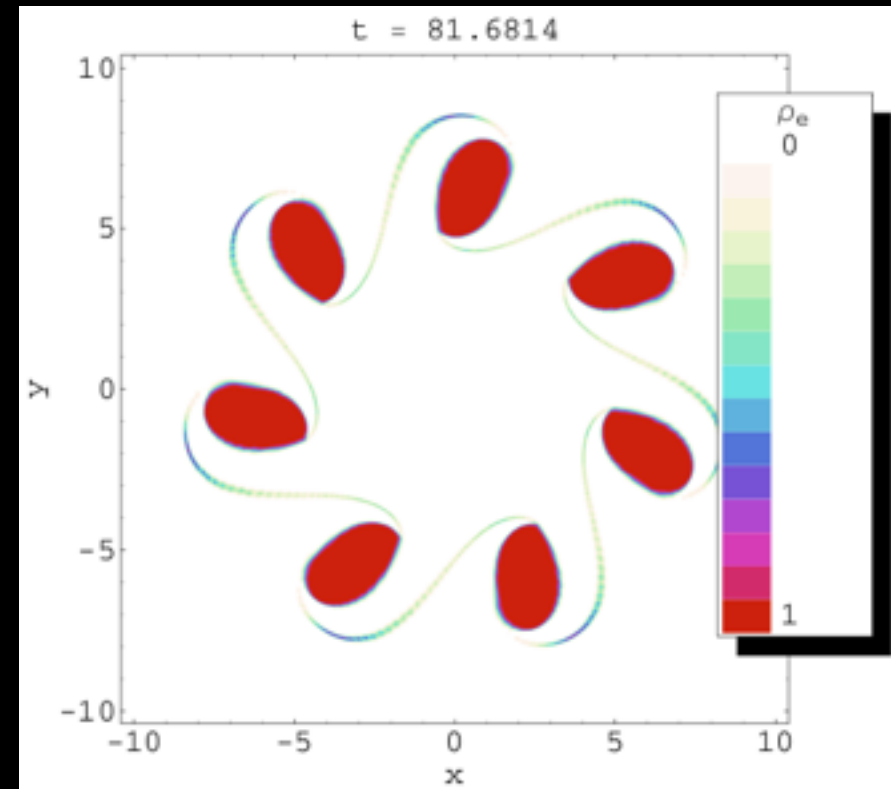
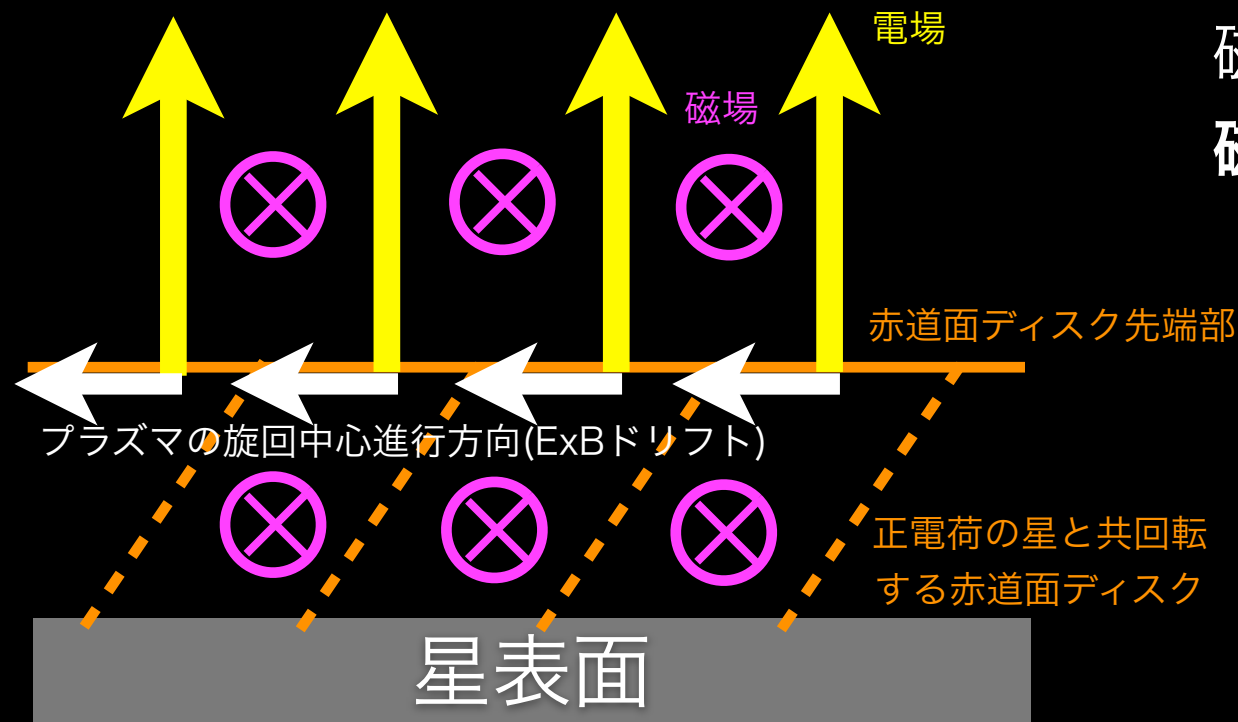
反作用



赤道面

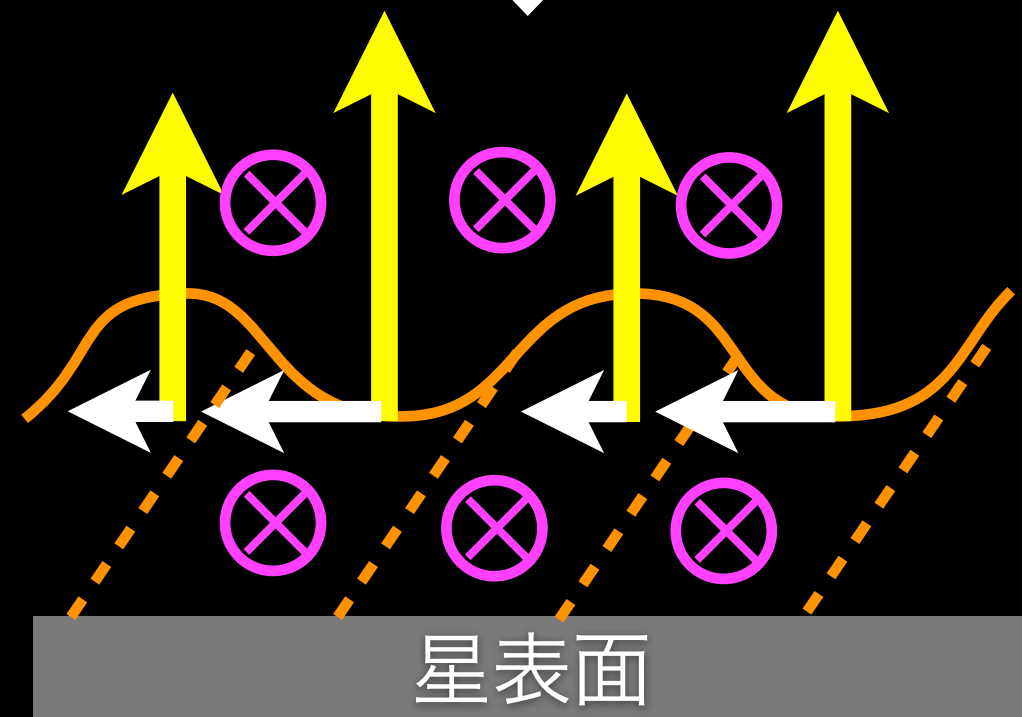
ダイオコトロン不安定性

磁力線に閉じ込められているプラズマが
磁場を横切って拡散する



- Pétri 2002 A&A(線形解析)、Pétri 2009 A&A(2D静電PIC)
- 自転周期程度で成長し、ディスクを拡散させる -> 電荷損失
 - 相対論的になると成長が抑えられる**
 - 対生成によるプラズマ供給があれば**定常にアウトフロー可能**

赤道面ディスクのみに着目したので全体の構造
への影響は未確認

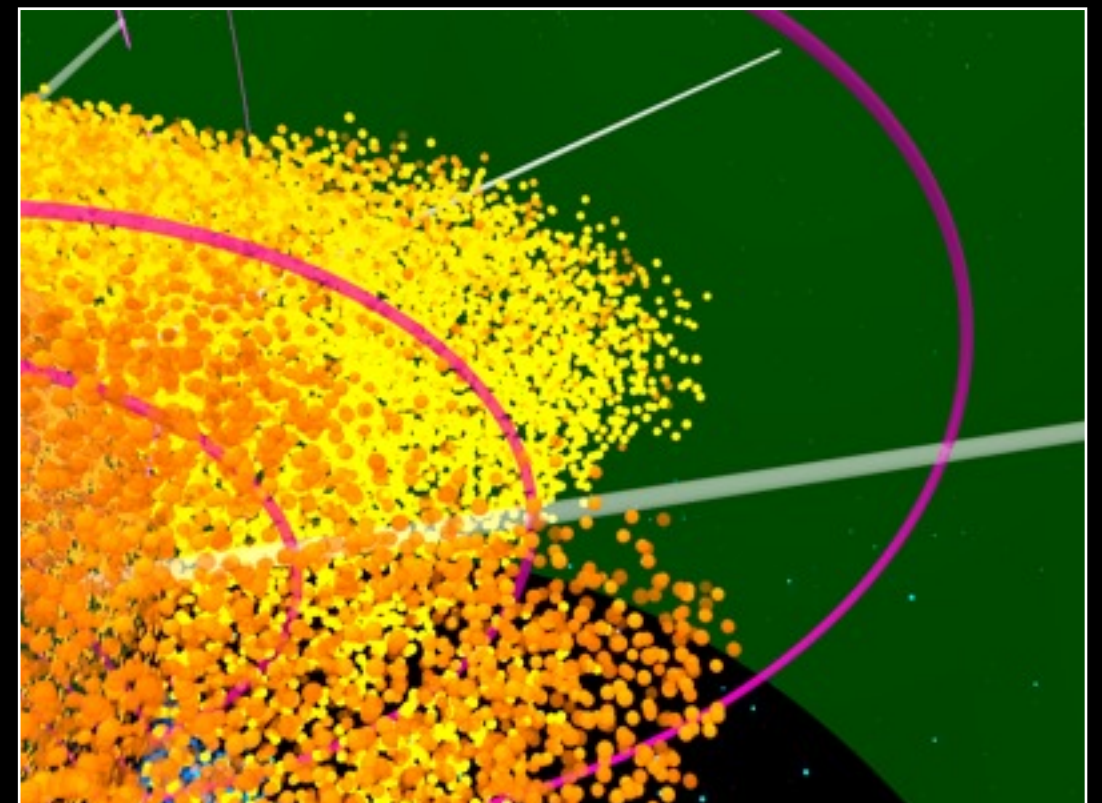
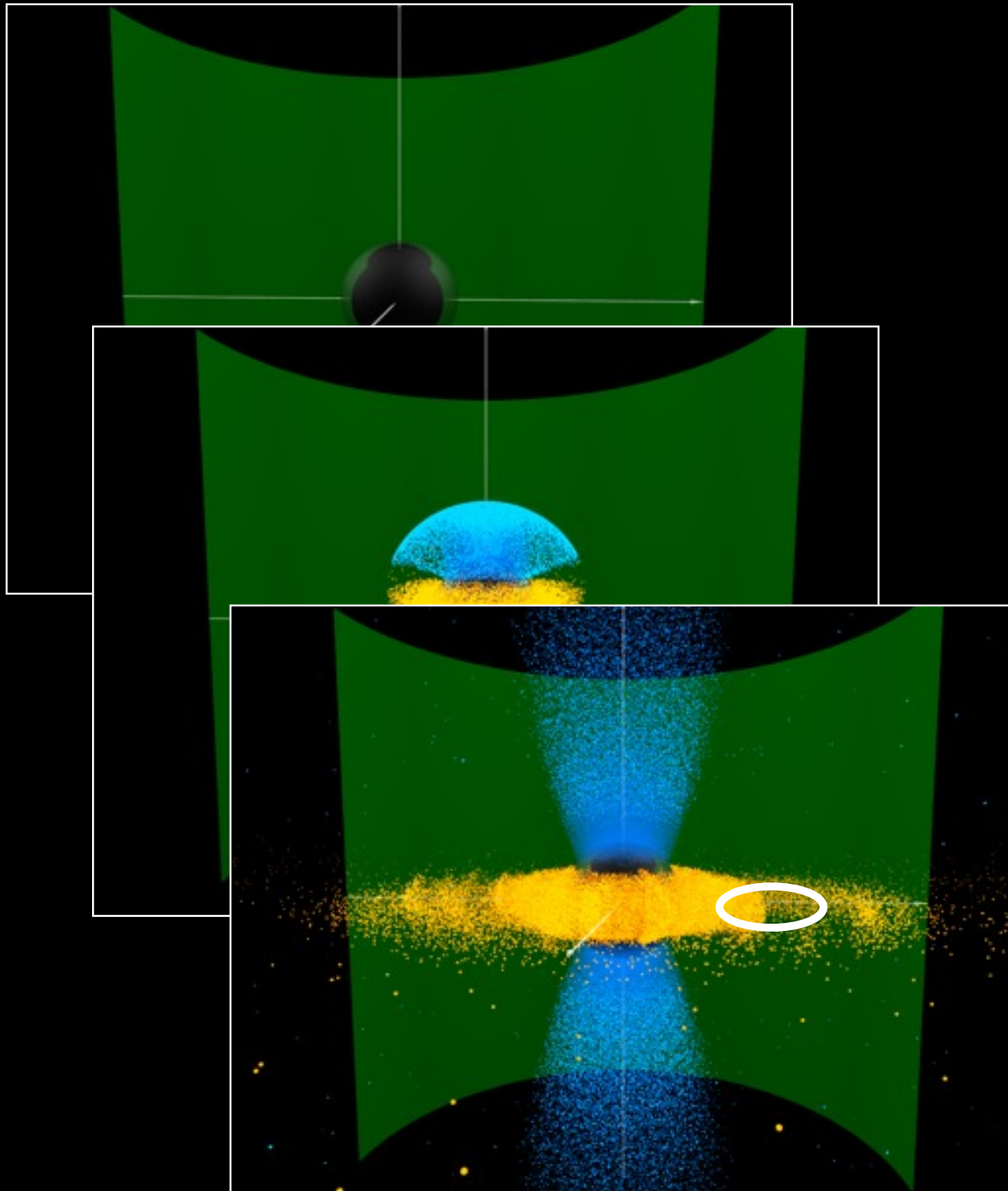


結果

電荷分極した磁気圏内でプラズマが
磁力線に垂直にドリフトしていく様
子が再現されている。

分類した計算領域を横切る粒子の運
動も滑らかにつながっている。

動画で確認します。



弱いアウトフローを持つ解

P; 自転周期

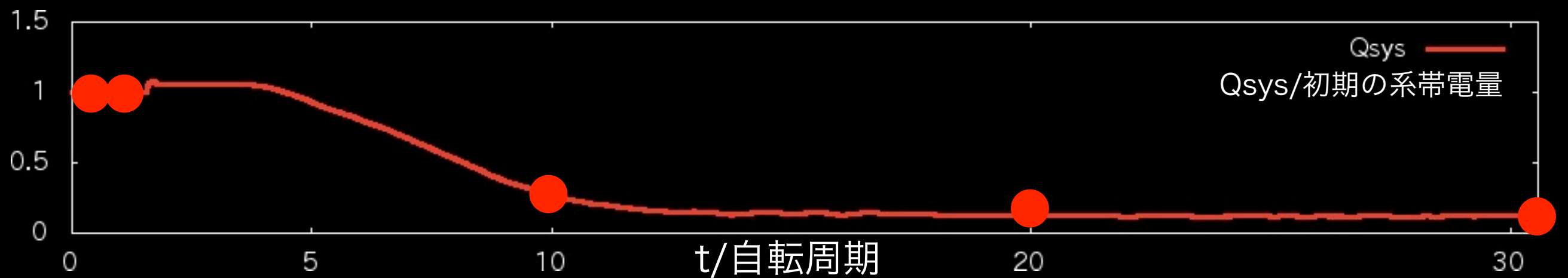
0.5P

1P

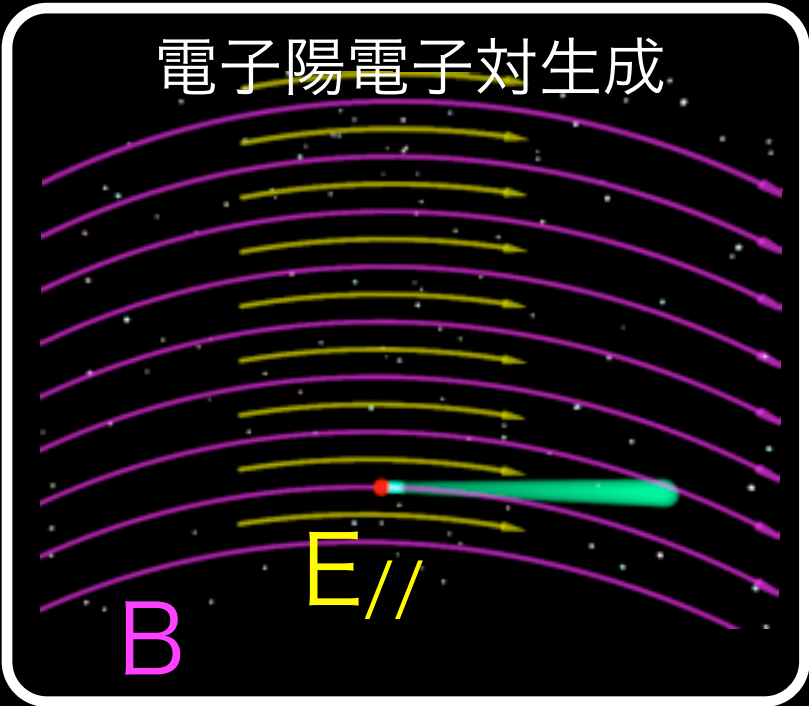
10P

20P

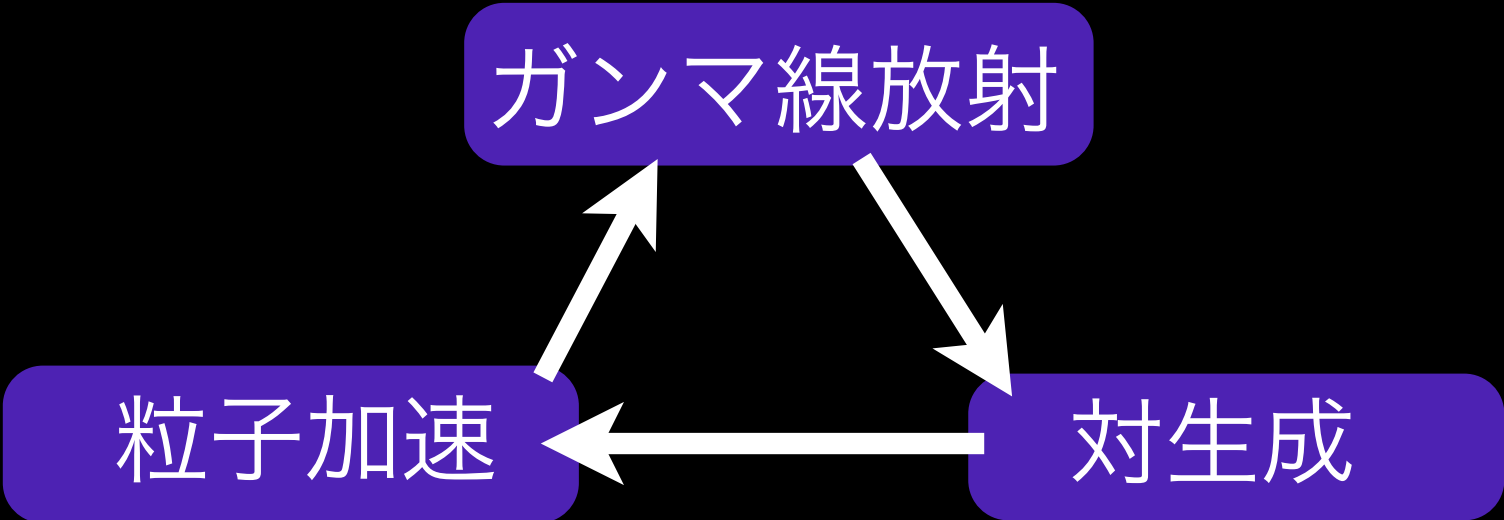
30P



電子陽電子対生成



※対生成を起こしやすいのはGeVのガンマ線



ρ, j, E, B

- 曲率輻射
- シンクロトロン放射
- 逆コンプトン放射

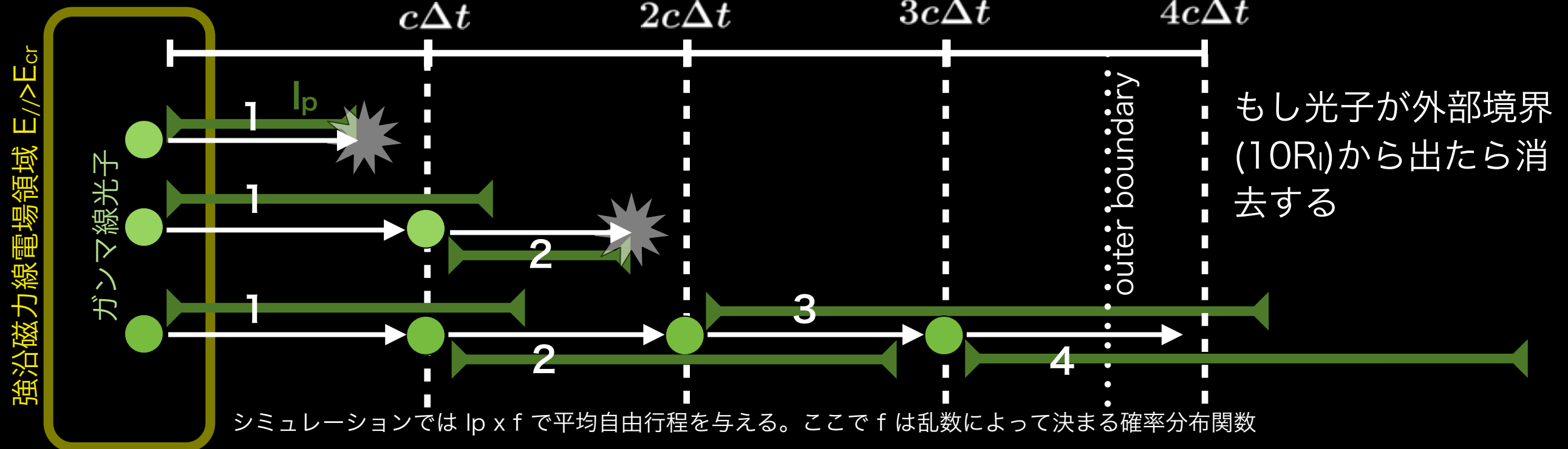
$$\epsilon_c = 0.1 \gamma_7^3 \left(\frac{R_c}{R_l} \right)^{-1} \text{ GeV}$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2 c}{R_c^2} (\beta \gamma)^4$$

- 光子衝突(X- γ)
- 磁気対生成(B- γ)

$n_\gamma, \epsilon_\gamma$

確率的な対生成過程の取り扱い



X-gamma

$$l_p = \frac{1}{n_X \sigma_p}$$

$$\sigma_p = \frac{3}{16} \sigma_T (1 - v^2) \left[(3 - v^4) \ln \frac{1 + v}{1 - v} - 2v(2 - v^2) \right]$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{2}{1 - \mu_c} \frac{(mc^2)^2}{\epsilon_\gamma \epsilon_X}}$$

$$\mu_c = \cos^{-1} \theta ; \text{衝突角}$$

$$\sigma_T ; \text{トムソン散乱断面}$$

B-gamma

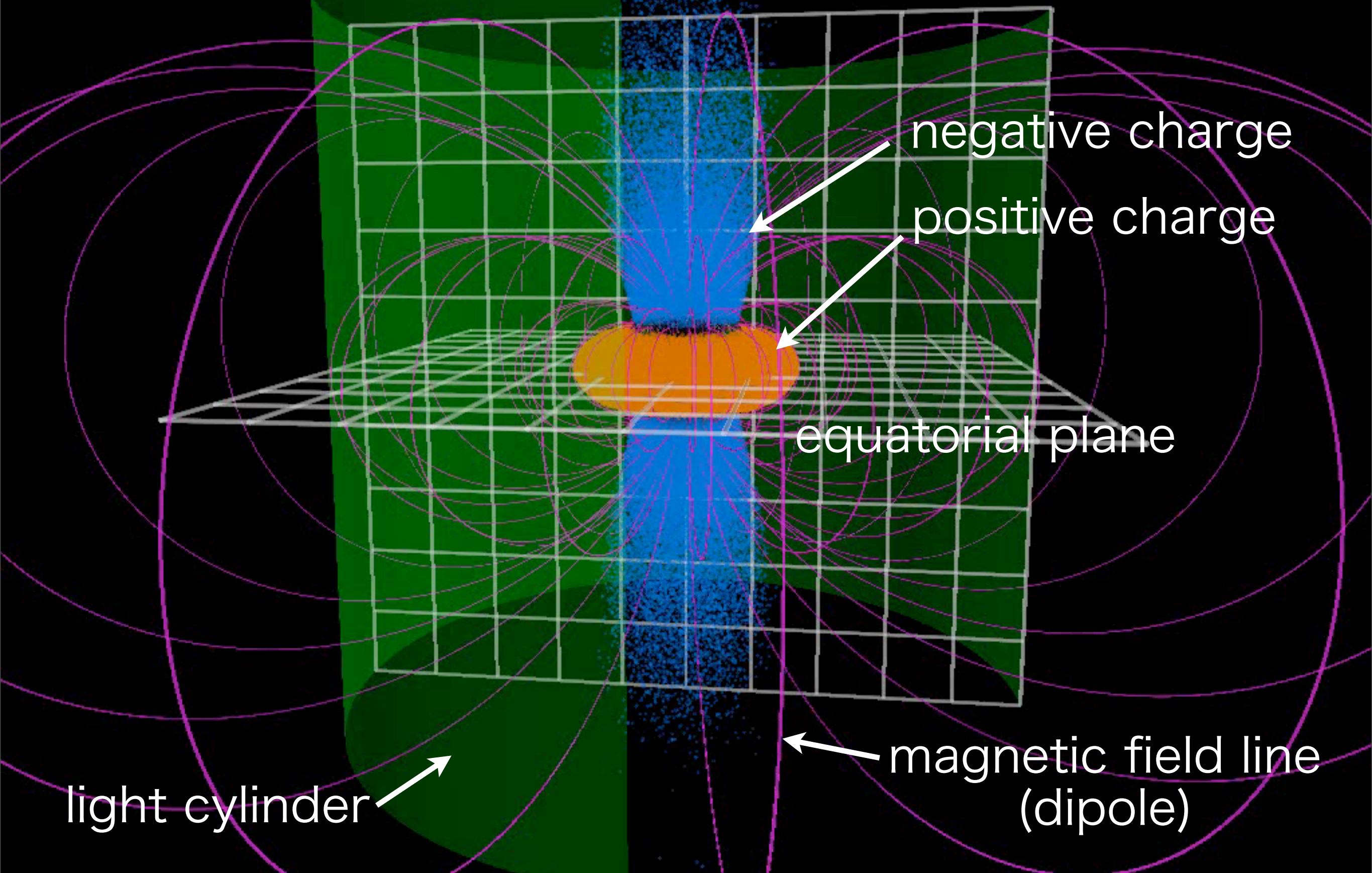
$$l_p = \frac{4.4}{\alpha} \frac{\hbar}{mc} \frac{B_q}{B_\perp} \exp \left(\frac{4}{3\chi} \right)$$

$$B_\perp = B \sin \theta ; \text{光子の伝搬方向に対する磁場の垂直成分の大きさ}$$

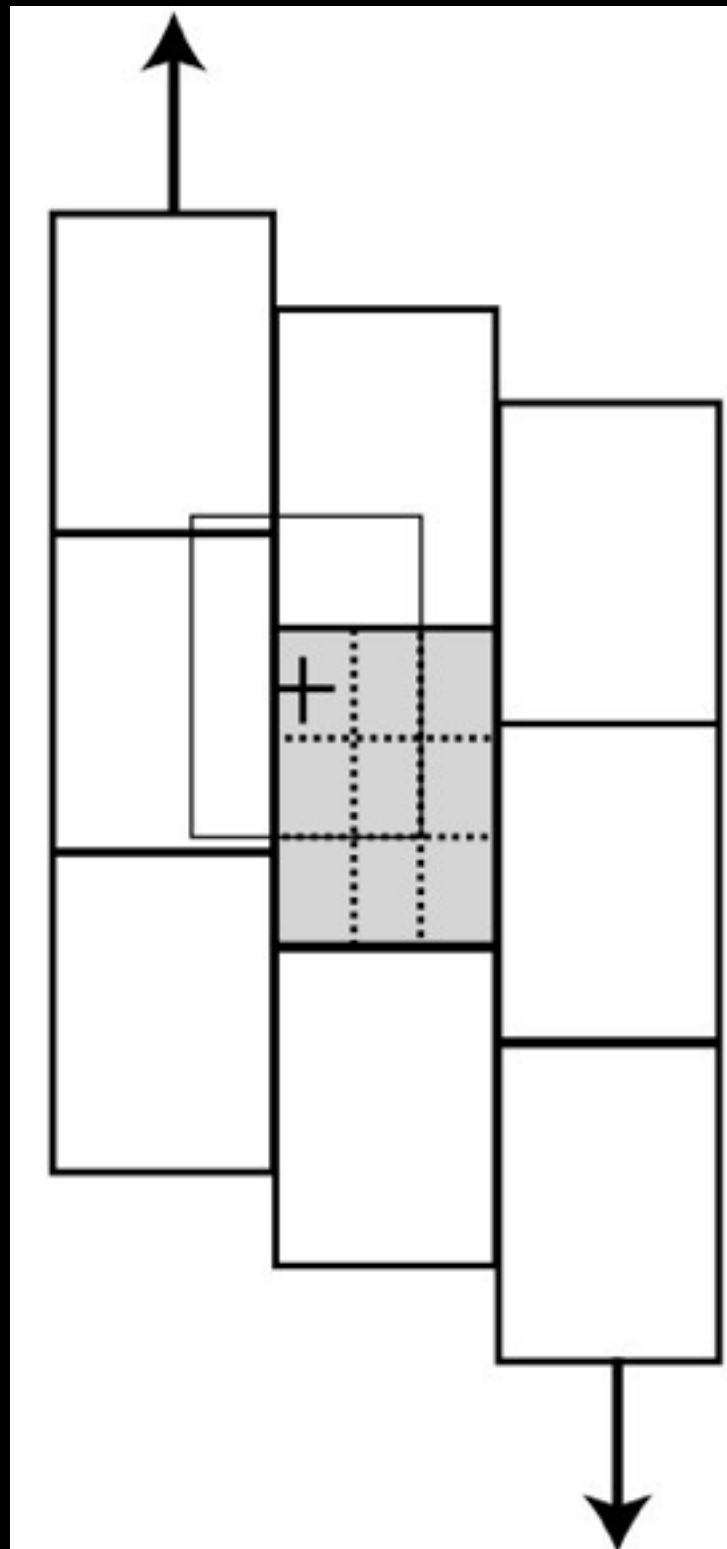
$$\chi = \frac{\epsilon_\gamma}{2mc^2} \frac{B_\perp}{B_q}$$

$$B_q = \frac{m^2 c^3}{c\hbar} = 4.41 \times 10^{13} \text{ G}$$

Outer Gaps & Wind



局所領域での計算例

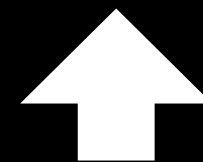


Michikoshi et al, ApJ 2007



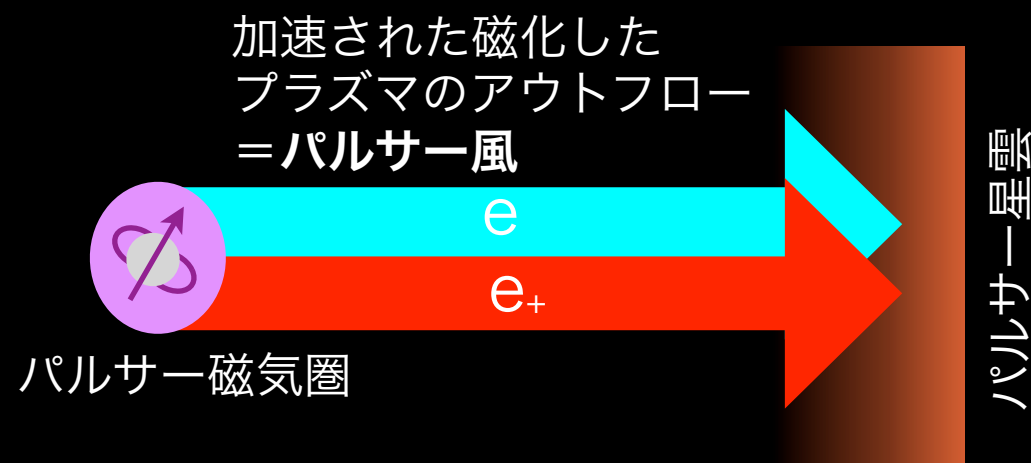
画像参考: NASA

作動回転する薄いディスクに周期境界条件を課して
GRAPEを使った衝突系N体シミュレーションを実行
Michikoshi et al ApJ 2007



計算領域の影響、カットオフ長の考察
Salo 1995, Icarus

まとめ



パルサー風を持つ定常なパルサーの磁気圏構造の解明(発見から40年以上続く未解決問題)に焦点を当て、粒子法によって調査している)。そのための数値計算をGRAPE-DRを用いること、専用コードを開発して実現している

長所

- 流体近似で取り扱えない問題を扱える(密度0, $E > B$; WS2011)
- 高精度でプラズマ間相互作用(ポワソン方程式)を解くことができる
(特に丸い形をした星表面付近で正確に場を計算できることが重要)
- 簡略化により中性子磁気圏の大局的な構造におけるプラズマの運動を追う事ができる
- コーディングが比較的容易

短所

- 仕様上、定常解を得るためにのみ使える。非定常な磁気圏構造の調査はできない



謝辞

私達の研究を推進するにおいて国立天文台プラズマセミナーの皆様から多くの議論をいただきました。また数値シミュレーションの実行とその可視化においては国立天文台CfCAの資源を活用させていただきました。また当日研究会に参加頂いた皆様からは多くの議論をいただきましたことを合わせて感謝申し上げます。

-CfCA: <http://www.cfca.jp/>

-4D2U: <http://www.4d2u.nao.ac.jp/>



超新星爆発の中心エンジン1(データ提供, 滝脇さんら)が近日中に一般公開を予定しております。また研究者の皆様には天文台へ来られた際に視察としてご覧頂くことも可能です。ご興味ありましたらぜひお声がけください。