



磁気流体プラズマで探る高エネルギー天体現象研究会

2017年8月28日（月）－ 8月30日（水）海洋研究開発機構東京事務所

磁気流体数値解法

三好隆博

広島大学大学院理学研究科

共同研究者：

簗島 敬（JAMSTEC）

松本洋介（千葉大学）



目的

- MHD『数値解法』研究の存在を認知してもらう。
- MHD数値解法の発展と現状を紹介し、来し方行く末を考える。



内容

- 個人的な背景
- 目的
- MHDシミュレーション
- MHD数値解法
 - 衝撃波捕獲
 - 多次元化
 - 高次精度化
- HLLD近似リーマン解法
- まとめ



MHDシミュレーション



MHDシミュレーション

□ MHDシミュレーション

- **MHD方程式**を直接**数值的**に解くことによって、
プラズマのマクロなダイナミクスや構造形成、
MHD乱流などを解明

- 核融合炉心プラズマ
- **宇宙・天体プラズマ**



- 数値流体力学（CFD）の基礎・応用の一大分野



MHDシミュレーション

□ MHD方程式

Euler方程式 + ローレンツ力 + 磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \dots \quad \text{連続の式}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad \dots \quad \text{運動方程式}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) + \mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0 \quad \dots \quad \text{断熱の式}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \dots \quad \text{磁場の誘導方程式}$$



MHDシミュレーション

□ 数値流体力学史

- 『リチャードソンの夢』 [Richardson, 1922]
64,000人をホールに集め整然と計算を行えば、実時間での数値天気予報が可能⇒実際には数値処理にも問題あり
- 数値予報基礎研究の開始@ENIAC [Mauchly, Neumann, Charneyなど, 1940's]
- 数値予報業務の開始 [瑞, 日など, 1950's ~]
- 圧縮性CFDの発展@航空宇宙分野 [1970's ~]
- さて、世界初のMHDシミュレーションは？
cf., Euler方程式：1755年, MHD方程式：1942年～

答え：よくわからない （若すぎました...ご教示ください）



MHDシミュレーション

□ "MHD" + "numerical" + "simulation" @google scholar

← → ⓘ https://scholar.google.co.jp/scholar?q=mhd+numerical+simulation&btnG=&hl=ja&lr=lang_en&lang_ja&as_sdt=1%2C5&as_ylo=1942&as_yhi=1960&as_vis=1

ウェブ 画像 もっと見る... Takahiro.Miyoshi@gmail.com

Google mhd numerical simulation

Scholar 約 26 件 (0.03 秒) マイ引用

記事
マイライブラリ
期間指定なし
2017 年以降
2016 年以降
2013 年以降
期間を指定...
1942 1960
検索
関連性で並べ替え
日付順に並べ替え
すべての言語
英語と日本語のページを検索
☐ 特許を含める
☐ 引用部分を含める
アラートを作成

Magnetohydrodynamic-Hyper sonic Flow Past a Blunt Body
WB Bush - 1958 - arc.aiaa.org
... 1958 shape which is consistent with the spherical shock shape and with the flow conditions in the shock layer. However, the **numerical** solution of the computer for values of Q greater than a certain critical Q, Qcr, where Qcr was about 4.2 for both values of ReM) did not ...
引用元 122 関連記事 全 6 バージョン 引用 保存 [doc] 50.17.198.206

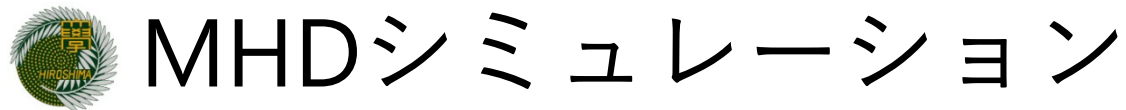
Magnetohydrodynamic effects on the formation of Couette flow
LN Tao - J. Aerospace Sci, 1960 - arc.aiaa.org
... 2011. Time Dependent Pressure Gradient Effect on Unsteady MHD Couette Flow and Heat Transfer of a Casson Fluid. Engineering 03:01, 38-49. [CrossRef] 12. ... Communications in Nonlinear Science and **Numerical Simulation** 13:8, 1596-1604. [CrossRef] 14. Hazem Ali Attia. ...
引用元 106 関連記事 全 2 バージョン 引用 保存

The prospects for magneto-aerodynamics
EL Resler, WR Sears - Journal of the Aeronautical Sciences, 1958 - arc.aiaa.org
... Pure water 0.0000002 mho/cm. On the basis of Fig. 1, we shall adopt the value $a = 1.0$ mho/cm. as a standard for certain **numerical** comparisons below. This value has the virtue that it is easy to change in any **numerical** result by appropriate multiplication. ...
引用元 286 関連記事 全 2 バージョン 引用 保存

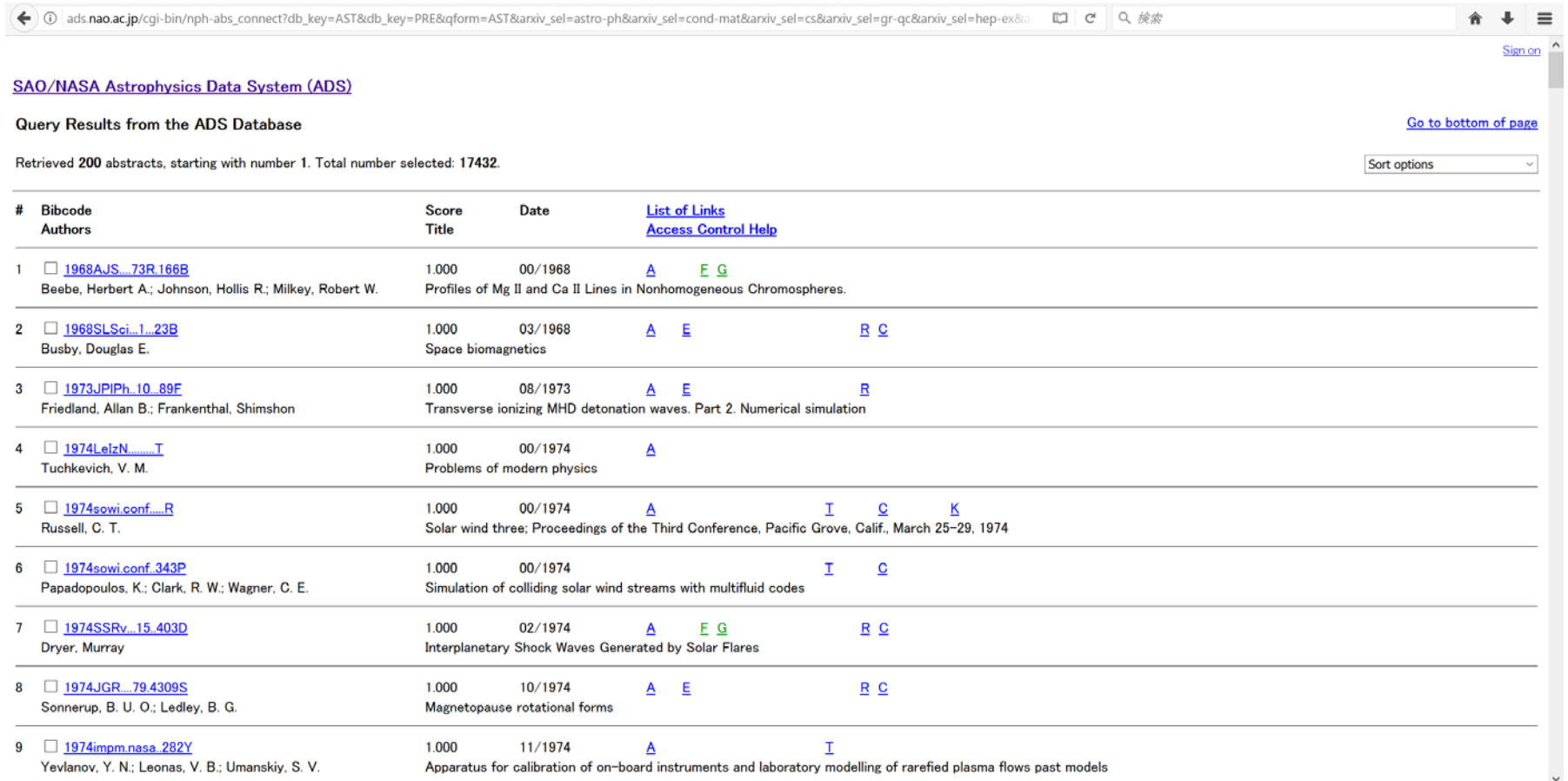
Effects of the chemical reaction model on calculations of supersonic combustion flows
JC McDaniel - Journal of the American Rocket Society, 1948 - arc.aiaa.org
... 5Drummond, GB, "A Two-Dimensional **Numerical Simulation** of a Supersonic, Chemically Reacting Mixing Layer ... Reduced H2-O2 Mechanisms for Use in Reacting Flow **Simulation**," AIAA Paper ... Current Distribution on Isothermal Rod Electrodes in Combustion MHD Generators ...
引用元 3 関連記事 全 5 バージョン 引用 保存

On reducing aerodynamic heat-transfer rates by magnetohydrodynamic techniques
RC Meyer - J. Aerosp. Sci, 1958 - arc.aiaa.org
Page 1. On Reducing Aerodynamic Heat-Transfer Rates by Magnetohydrodynamic

- どれも今ひとつしっくりこない
- 検索年代を広げると目を通すのはまあまあ大変



❑ "MHD"+"simulation" in abstract@ADS





MHDシミュレーション

□ "MHD" + "simulation" in abstract@ADS

ads.nao.ac.jp/cgi-bin/nph-abs_connect?db_key=AST&db_key=PRE&qform=AST&arxiv_sel=astro-ph&arxiv_sel=cond-mat&arxiv_sel=cs&arxiv_sel=gr-qc&arxiv_sel=hep-ex&arxiv_sel=hep-th&arxiv_sel=nucl-th&arxiv_sel=physics		検索		Home Download Menu	
10	☐ 1974SoPh...39_431U Uchida, Y.	1.000	12/1974	A F G	R C U
Apparatus for calibration of on-board instruments and laboratory modelling of rarefied plasma flows past models					
11	☐ 1975JGR...80.1223S Steinolfson, R. S.; Dryer, M.; Nakagawa, Y.	1.000	04/1975	A E	R C
Numerical MHD simulation of interplanetary shock pairs					
12	☐ 1975JGR...80.1357C Cuperman, S.; Sternlieb, A.	1.000	04/1975	E	R C
A computer simulation of cold plasma effects on the whistler instability for geostationary orbit plasma parameters. II - The case of enhancement of the maximum rate of growth					
13	☐ 1975ntep.book...G Goldstein, M. L.	1.000	04/1975	A	C
A nonlinear theory of cosmic ray pitch angle diffusion in homogeneous magnetostatic turbulence					
14	☐ 1975ApJ...198_211L Low, B. C.	1.000	05/1975	A F G	R C
Nonisothermal magnetostatic equilibria in a uniform gravity field. II - Sheet models of quiescent prominences					
15	☐ 1975JGR...80.1989S Steinolfson, R. S.; Dryer, M.; Nakagawa, Y.	1.000	06/1975	A E	R C
Interplanetary shock pair disturbances - Comparison of theory with space probe data					
16	☐ 1975PhFl...18_795B Brocher, E.; Betton, M.	1.000	07/1975	A E	R C
Experiments with the hydraulic analogy of a shock-wave magnetohydrodynamic generator					
17	☐ 1975PhRvL...35_39B Biskamp, D.; Horton, W., Jr.	1.000	07/1975	A E	R C
Current filamentation in parallel-field turbulent plasmas					
18	☐ 1975KosIs...13_730K Korolev, Iu. S.; Novskova, T. A.; Popovich, V. P.; Rogashkov, S. A.; Kharchenko, I. F.; Shustin, E. G.	1.000	09/1975	A	C Q
Laboratory simulation of the interaction effects of intense electron fluxes with a neutral atmosphere					
19	☐ 1975KosIs...13_914P Podgornyi, I. M.; Andrianov, Iu. V.; Kulikov, G. B.	1.000	11/1975	A	
Laboratory modeling of the interaction of the solar wind with the moon					
20	☐ 1975ApJS...29_467Y Yoshimura, H.	1.000	12/1975	A F G	R C U
A model of the solar cycle driven by the dynamo action of the global convection in the solar convection zone					
21	☐ 1975PhDT.....85C Colwill, W. H.	1.000	12/1975	A	
Investigation of the magnetohydrodynamic damping of turbulent jet wave sources, using a shallow wave simulation for jet noise					

■ 1960's～70's初頭のどこか 200年差を20年差に！

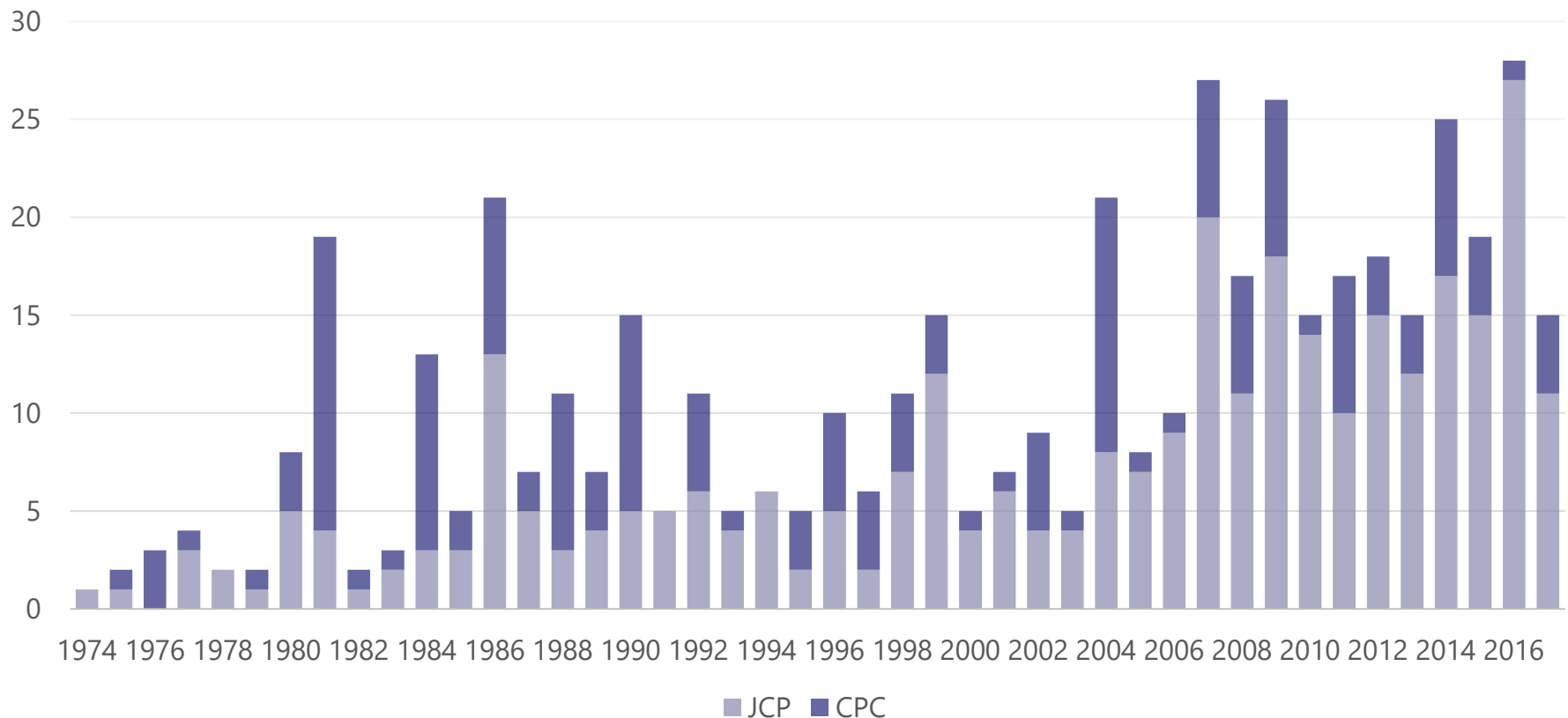


MHDシミュレーション

□ MHD『数値解法』に関する研究の動向

数値計算雑誌での傾向≡数値解法の傾向

"MHD" in title/abstract/keyword





MHD数值解法



MHD数值解法

□ 1次元MHD方程式 (保存形式)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ B_y \\ B_z \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + p_T - B_x^2 \\ \rho v u - B_x B_y \\ \rho w u - B_x B_z \\ B_y u - B_x v \\ B_z u - B_x w \\ (e + p_T)u - B_x(uB_x + vB_y + wB_z) \end{pmatrix}$$

$$B_x = \text{const.}, \quad p = (\gamma - 1) \left(e - \frac{\rho v^2}{2} - \frac{B^2}{2} \right), \quad p_T = p + \frac{B^2}{2}$$



MHD数値解法

□ 1次元MHD方程式（非保存形式）

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = 0, \quad \mathbf{A}(\mathbf{U}) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = 0, \quad d\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1} d\mathbf{U}, \quad \mathbf{A} \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{A} \quad \text{ほか}$$

■ $\mathbf{A}$ の固有値（特性速度）

$$\mathbf{A} \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_7)$$

$$\lambda_1 = u - c_f \leq \lambda_2 = u - c_a \leq \lambda_3 = u - c_s \leq \lambda_4 = u \leq \lambda_5 = u + c_s \leq \lambda_6 = u + c_a \leq \lambda_7 = u + c_f$$



MHD数值解法

— 衝擊波捕獲法 —



地上での衝撃波 = HD衝撃波



Vapor cone (F-14)



Afterburner (SR-71)



Meteor (Chelyabinsk)



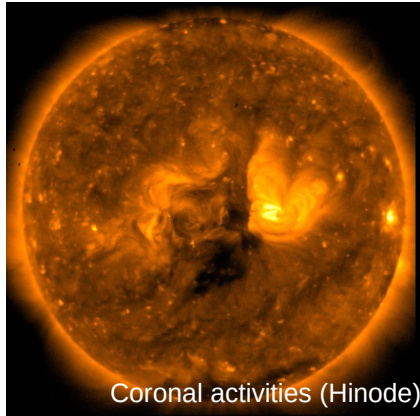
Schlieren image (.30-06 Springfield)



Volcanic eruption (Sarychev Peak: 芙蓉山)



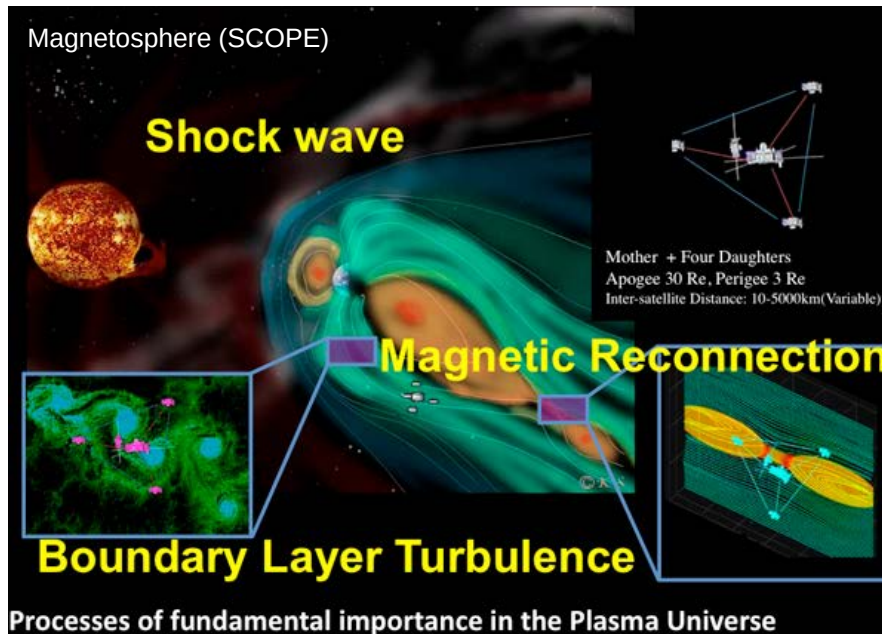
宇宙での衝撃波 = MHD衝撃波



Coronal activities (Hinode)



Ubiquitous reconnection / jet (Hinode)



Magnetosphere (SCOPE)

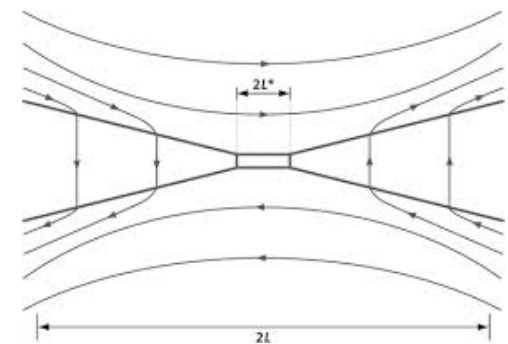
Shock wave

Magnetic Reconnection

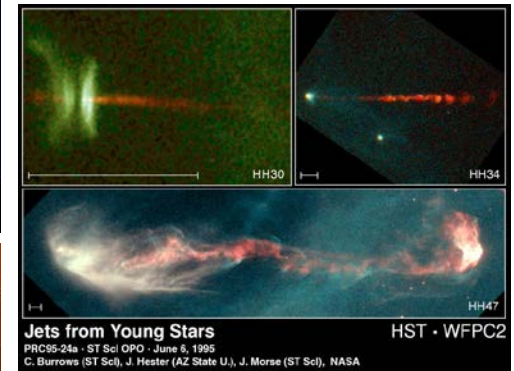
Boundary Layer Turbulence

Processes of fundamental importance in the Plasma Universe

Mother + Four Daughters
Apogee 30 Re, Perigee 3 Re
Inter-satellite Distance: 10-5000km(Variable)



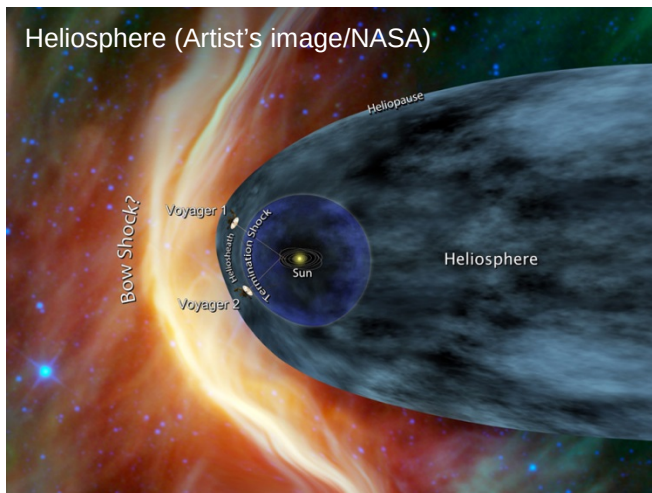
Petschek-type reconnection



Jets from Young Stars

PRC95-24a · ST ScI OPD · June 5, 1995
C. Burrows (ST ScI), J. Hester (AZ State U.), J. Morse (ST ScI), NASA

HST · WFPC2



Heliosphere (Artist's image/NASA)

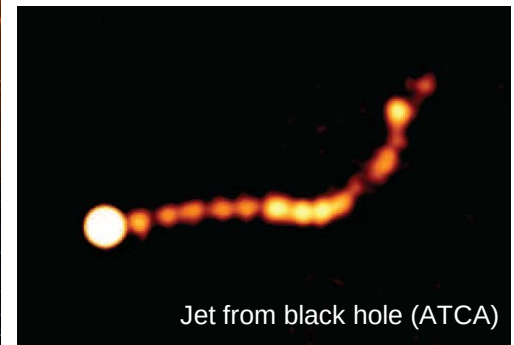


Astrospheres

LL Orionis
Visible
Hubble

BZ Cam
Visible
R. Casalegno

Mira
Ultraviolet
GALEX



Jet from black hole (ATCA)



衝擊波捕獲法

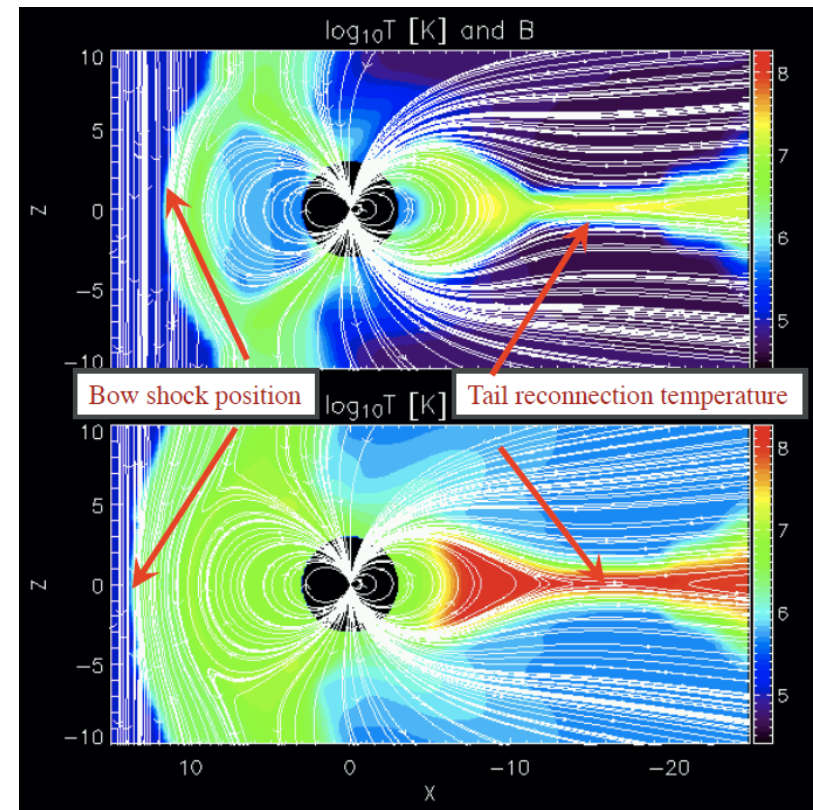
□ 保存型数值解法

- 支配方程式が保存形式
- 保存則を数值的に満足
- 物理的不連続解に収束
Lax & Wendroff [1960]
Harten [1980]

□ 非保存型数值解法

- 支配方程式が非保存形式
- 非物理的不連続解に収束
Hou & LeFloch [1994]

Conservative vs Non-conservative





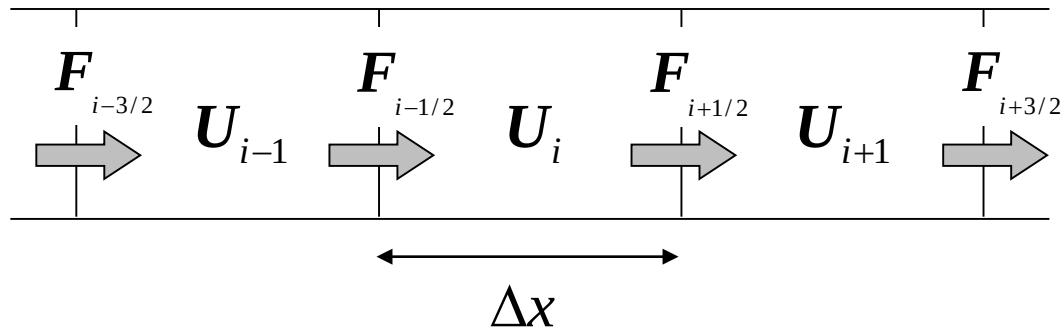
衝擊波捕獲法

□ 保存型数值解法

- 有限差分法
- 有限要素法
- 有限体積法

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} U dx + F(U(x_{i+1/2}, t)) - F(U(x_{i-1/2}, t)) = 0$$

$$\Delta x \frac{\Delta U_i}{\Delta t} + F_{i+1/2} - F_{i-1/2} = 0 \quad F_{i+1/2} : \text{数值流束}$$





衝撃波捕獲法

□ 流束ベクトル分離法 (FVS法)

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^+ + \mathbf{F}^-, \mathbf{A}^\pm \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{A}^\pm, \mathbf{A}^\pm = \frac{\partial \mathbf{F}^\pm}{\partial \mathbf{U}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{F}_{i+1/2} = \mathbf{F}_i^+ + \mathbf{F}_{i+1}^-$$

■ Lax-Friedrichs法 [1954]

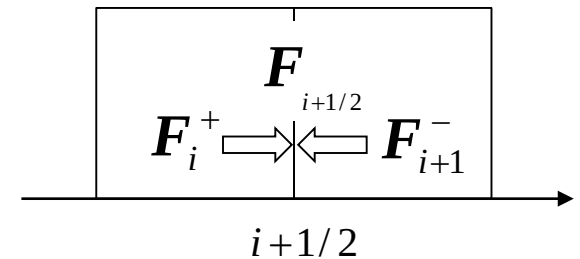
■ Rusanov法 [1961]

■ Steger-Warming法 [1981]

■ van Leer法 [1982]

■ Hänel法 [1989]

ただし、現状、高解像度FVS法はHDのみ



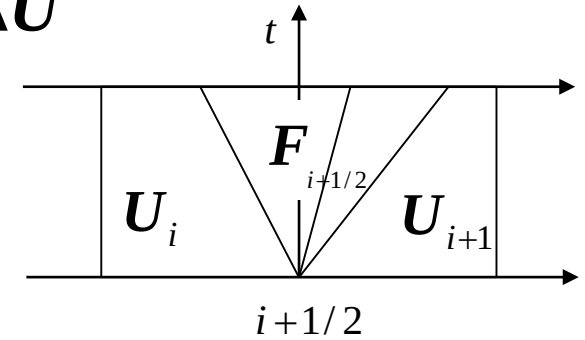


衝撃波捕獲法

□ 近似リーマン解法

$$\Delta \mathbf{F} = \Delta \mathbf{F}^+ + \Delta \mathbf{F}^-, \mathbf{A}^\pm \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{A}^\pm, \mathbf{A}^\pm = \frac{\Delta \mathbf{F}^\pm}{\Delta \mathbf{U}}$$

$$\Rightarrow \Delta \mathbf{F}_{i+1/2} = \Delta \mathbf{F}_{i+1/2}^+ + \Delta \mathbf{F}_{i+1/2}^-$$



■ Godunov法 [1959]

■ Osher法 [1981]; Roe法 [1981]

■ Harten-Lax-van Leer (HLL) 法 [1983]

■ Roe法 (MHD) [Brio & Wu, 1988]

■ HLLC法 [Toro+, 1994; Batten+, 1997]

■ HLLC法 (MHD) [Gurski, 2004; Li, 2005]

■ HLLD法 (MHD) [Miyoshi & Kusano, 2005]



衝撃波捕獲法

□ 移流上流分離法（AUSM法）

$$\mathbf{F} = \rho u \Phi + \mathbf{P}$$

$$\Rightarrow \mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{\rho u + |\rho u|}{2} \Phi_i + \frac{\rho u - |\rho u|}{2} \Phi_{i+1} + \mathbf{P}_{i+1/2}$$

■ AUSM法 [Liou+, 1993]

ほか

■ AUSM法（MHD） [Xistro+, 2013]

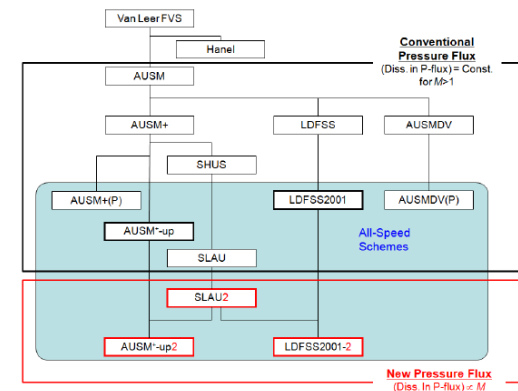
■ MWPS法（MHD） [Borah+, 2016]

■ TV-FVS法（MHD） [Balsara+, 2016]

[北村+, 2014]

□ Artificially Upstream FVS法（AUFS法） [Sun+, 2003]

$$\mathbf{F} = (1 - M) \mathbf{F}_1 + M \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_{1,2} = (u - s_{1,2}) \mathbf{U} + \mathbf{P}, M = \frac{s_1}{s_1 - s_2}$$





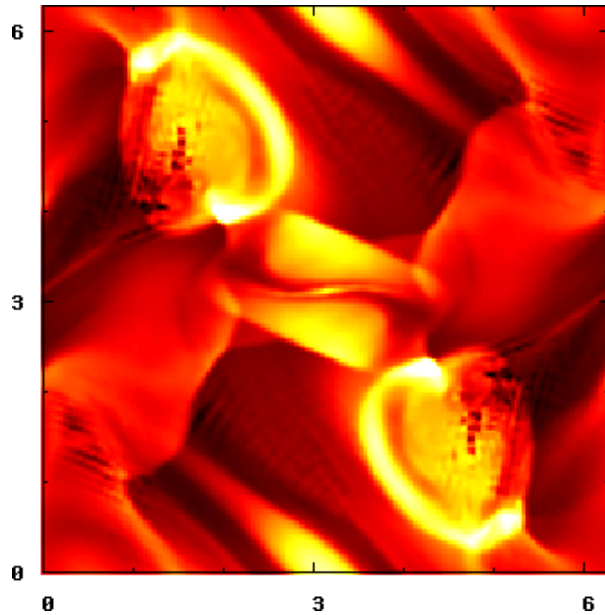
MHD数值解法

— 多次元化 —

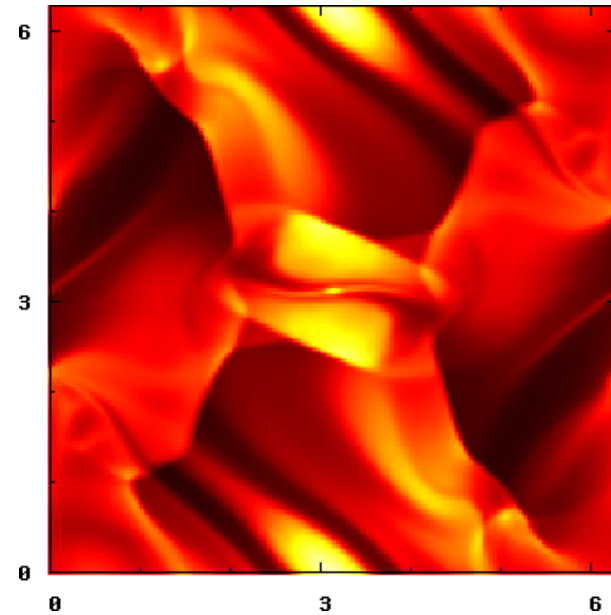


多次元化

□ 数値的な磁場発散の生成



(補正なし)



(補正あり)

- 非物理的な磁気力が数値解全体に影響

$$-\nabla \cdot (\mathbf{B}^2 / 2 \mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}) = (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{B})$$

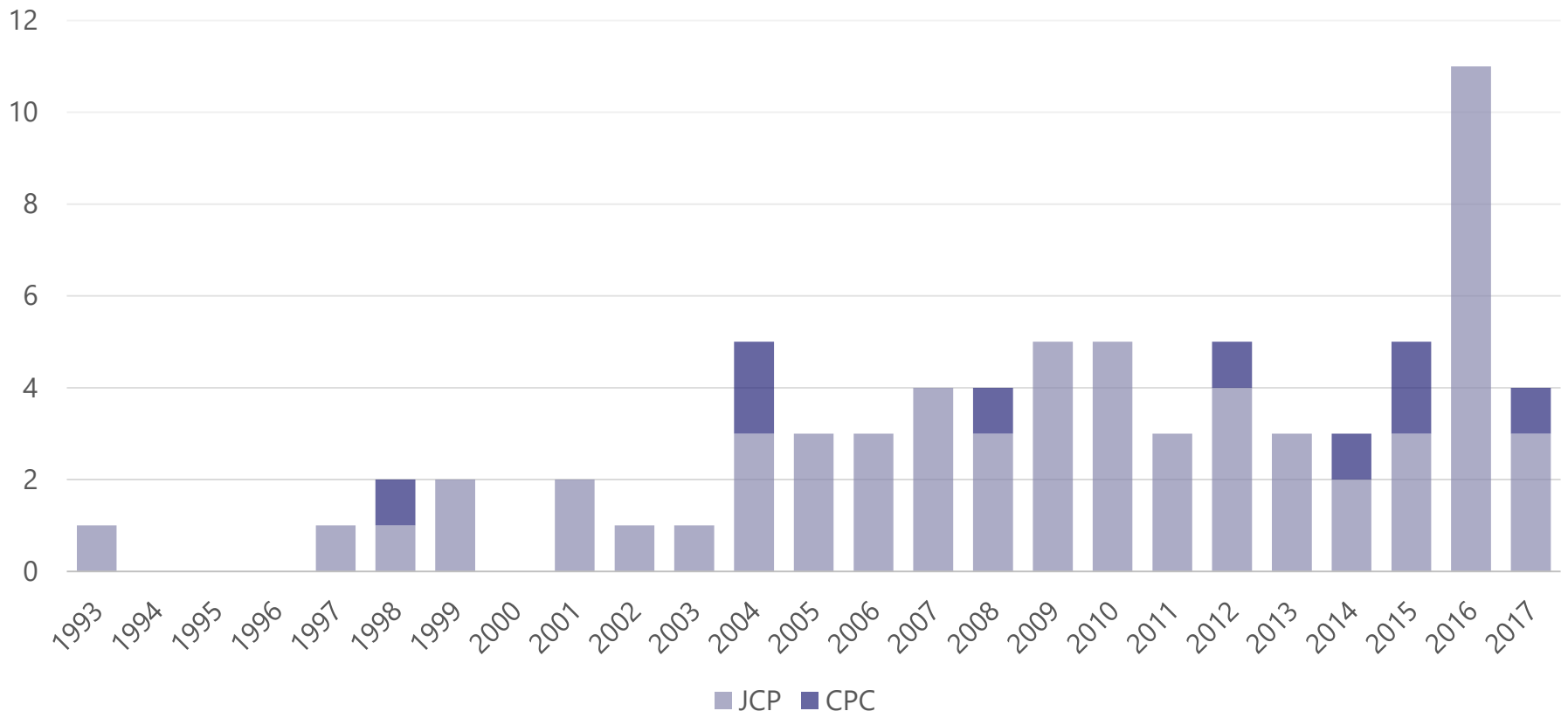
- 数値的な磁場発散の処理は不可欠！



多次元化

□ 数値的磁場発散に関する研究の動向

"MHD" + "divergence" in title/abstract/keyword





多次元化

- 連立方程式を追加して解く $\mathbf{B} = \mathbf{B}^* + \nabla \phi, \Delta \phi = -\nabla \cdot \mathbf{B}^*$
 - Projection法 [Brackbill+, 1980]
 - Face-Projection法 [Miyoshi+, 2011]
- 誘導方程式に対して特別な離散化をする
 - CT法 [Evans+, 1988; Balsara+, 1999; ...]
 - CD法 [Toth, 2000] $\mathbf{B}_i^{n+1} = \mathbf{B}_i^n + \mathbf{L}_i(\mathbf{U}_{i+j}^n), (\nabla \cdot \mathbf{B}_{i+j}^{n+1})_i = 0$
- 発散の時間発展を追う $(\nabla \cdot \mathbf{B})_t + a(\nabla \cdot \mathbf{B})_x = 0$
 - 移流法 [Powell, 1994]
 - 双曲型発散除去法 [Dedner+, 2002]



多次元化

物理学会のチャレンジ企画をどうぞ

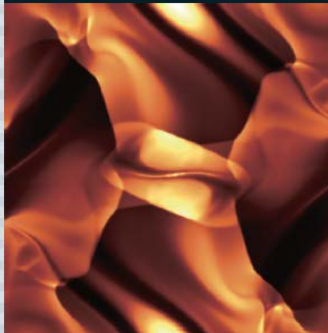
第69巻第7号(通巻777号) ISSN 0022-0181
 発行30年4月13日 第3巻第4号発行
 平成24年7月5日発行 毎月5日発行

•宇宙の加速膨張
•暗黒エネルギーと修正重力理論
•数値シミュレーションは $\nabla \cdot B = 0$ を守れるか?

NO. 7

2014 | VOL-69

BUTSURI
日本物理学会誌





日本物理学会 | www.jps.or.jp

実験技術 

数値シミュレーションは $\nabla \cdot B = 0$ を守れるか?



三好 隆博
広島大学大学院理学研究科

—Keywords—

磁気流体力学 (MHD): プラズマを構成する正イオンと電子に対する流体方程式とマクスウェル方程式を結合し、低周波数・長波長の漸近挙動をとった方程式系が磁気流体力学 (MHD) モデルである。変位電流や電荷密度はゼロと近似される。慣性項を棄とした電子流体方程式がオームの法則となっており (本文中式 (3))、電場 E は空間的に決められる。ただし、電場 E をマクスウェル方程式の誘導方程式 (本文中式 (1)) に代入すれば、 E を方程式系から消すことができる。このため「電場」流体力学でなく「磁気」流体力学と呼ばれることが多い。

(シア) アルヴェン波: 磁化されたプラズマ中で、磁力線方向に伝播する横波。この磁気流体波に名前が付いているハンス・アルヴェンは、「the equational work and discoveries in magnetohydrodynamics and fruitful applications in different parts of plasma physics」という業績によって1970年にノーベル物理学賞

拘束条件を内在する時間発展方程式に対する数値シミュレーション技法について、磁気流体力学 (MHD) における磁場の誘導方程式を具体例にひとつの直観的な分析を試みよう。

MHD は核融合プラズマや宇宙・天体プラズマなどのマクロな挙動を非常によく表す理論モデルである。MHD では、流体 (プラズマ) の圧力に加え、磁気的な力であるローレンツ力によって流体が変形する。一方で磁場は流体の運動に応じて変動する。磁場と流体の相互作用によって、通常の流体と類似の音波 (速い磁気音波、遅い磁気音波) のみならず、アルヴェン波と称される磁力線を伝わる横波が存在可能となる。特に宇宙空間や天体周辺環境においては、プラズマはしばしば局所的に波よりも大きい速度を獲得し得るため、これらの波に関わる多彩な衝撃波構造が普遍的に観測・予測される。

衝撃波などの不連続解を非物理的な運動なく正しく数値的に解くには、数値解法として支配方程式の数学的特性を適切に考慮する必要がある。双曲型方程式に対する特性曲線理論に基づく数値解法、いわゆる衝撃波捕捉法は、長年にわたり数値流体力学分野における重要な研究開発課題であった。MHD に対しても、衝撃波捕捉法に関する知見が近年急速に深まりつつあり、基礎研究、応用研究が活発に進められている。衝撃波捕捉法では、必要となるにのみ、必要十分な数値的粘性が自動的に付与される。この数値的粘性によって不連続解を正確に解くことができる一方で、特に MHD では、衝撃波捕捉法の多次元化において重大な問題が生じることになる。磁場に関するガウスの法則、 $\nabla \cdot B = 0$ 、の破綻である。数値的に生ずる磁気単極子 $\nabla \cdot B$ の存在は、最終的に数値シミュレーションの破綻を導く。したがって、磁場 B の時間発展方程式たる誘導方程式を解き進みつつ、同時に磁場の拘束条件 $\nabla \cdot B = 0$ を満足する。これがここで課せられた問題設定である。

本稿では、MHD 数値シミュレーションにおける数値的磁気単極子の影響とその処方箋を示す。ここでは特に、数値的磁気単極子の影響を取り除くための数値シミュレーション技法を3つのアプローチに分け、具体的に紹介する。3つのアプローチとは、

1. 連立方程式を付け加えて解く、
2. 誘導方程式を特別に離散化する、
3. 磁気単極子の時間発展を追う、

である。第1のアプローチでは、時間発展の数値シミュレーションに加え、ガウスの法則に関する連立1次方程式を解いて磁場を補正する。第2のアプローチでは、離散的なガウスの法則を満足するよう、誘導方程式に対してのみ特別な離散化を行う。第3のアプローチでは、数値的磁気単極子の存在を強く認め、数値的磁気単極子の時間発展方程式を考える。それぞ

があり、未だ決定版はなく、の技術と言える。

本稿で示す拘束条件を守るアプローチが、拘束条件を内在発展方程式の多くに対して、数値シミュレーションを実現するための有効な手段である。

天野さん@東大



篠島さん

撮影: 松本さん



MHD数值解法

— 高次精度化 —

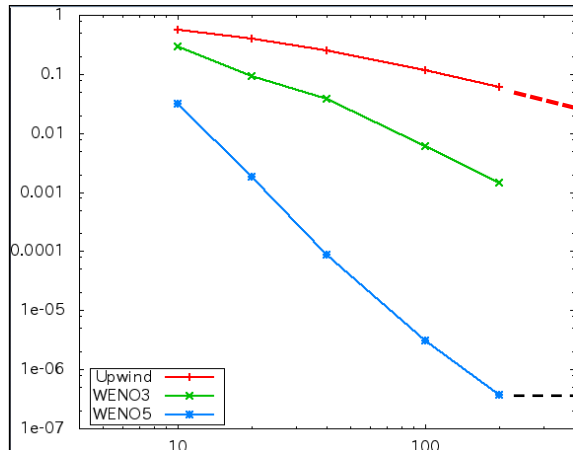


高次精度化

□ 高次精度化（誤差 $\propto \Delta x^r$ ）の重要性

$\log \varepsilon$

線形移流問題の誤差評価



$\log N$

手間は惜しむべからず

限度はありますが... [Gerolymos+, 2009]

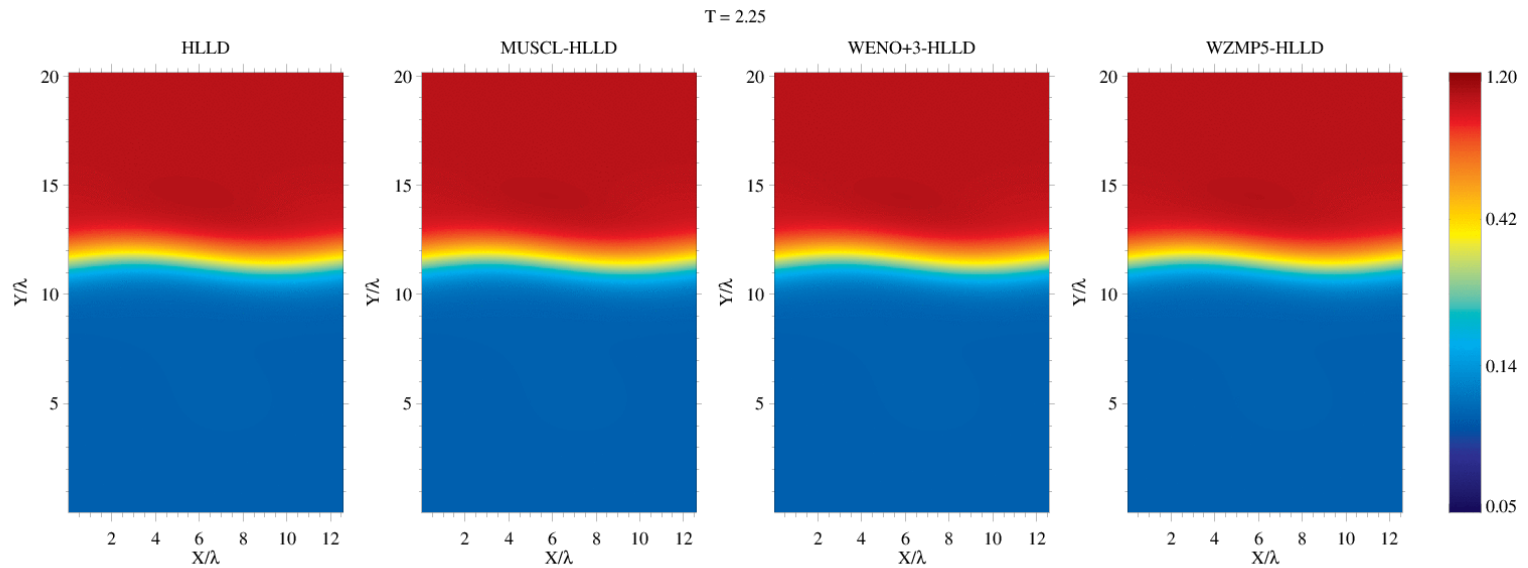
very high-order ("17th"-order!) scheme



高次精度化

□ 高次精度化（誤差 $\propto \Delta x^r$ ）の重要性

KH不安定性の非線形発展 [簗島さん]



高次精度化は世界を変える！



高次精度化

□ 移流方程式の高次精度化

■ 単調スキーム [Lax, 1950's]

■ Godunovの定理 [1959]

移流方程式に対する2次以上高次のどんな線形スキーム解の単調性を維持できない

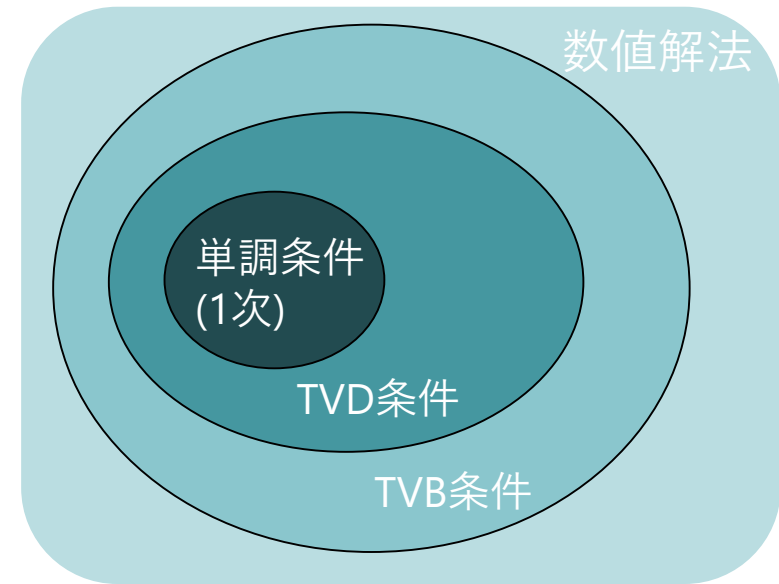
■ TVD法 [Harten, 1983]

離散的全変動 $TV^n \equiv \sum_i |u_{i+1}^n - u_i^n|$ が時間に対して減少 ($TV^{n+1} \leq TV^n$: TVD条件) するスキーム

■ MUSCL法 [van Leer, 1979]

■ FV/FD-WENO法 [Liu+, 1994/Jiang+, 1994]

■ RKDG法 [Cockburn+, 2001] ほか

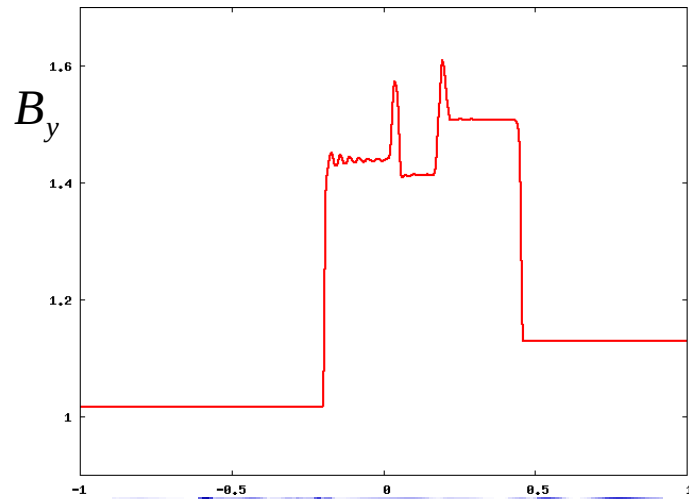




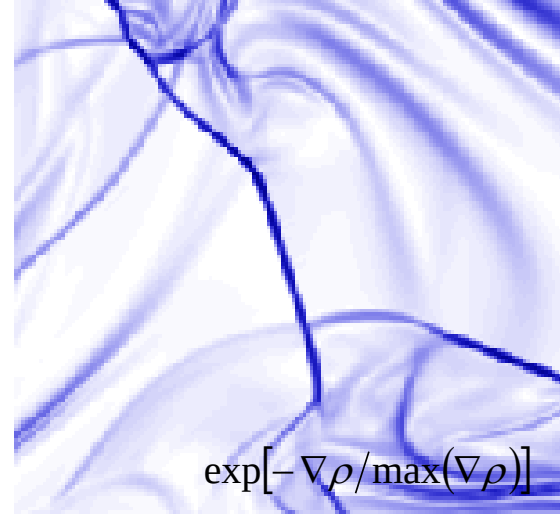
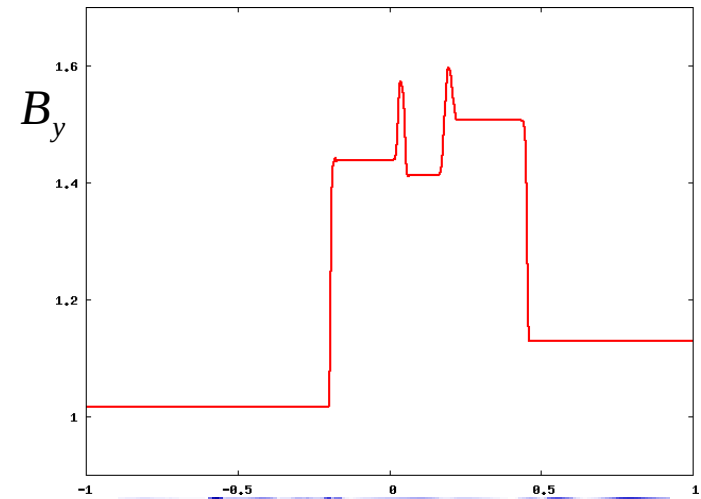
高次精度化

□ MHD方程式の高次精度化

MUSCL-MC (基本変数補間)



MUSCL-MC (近似特性変数補間)

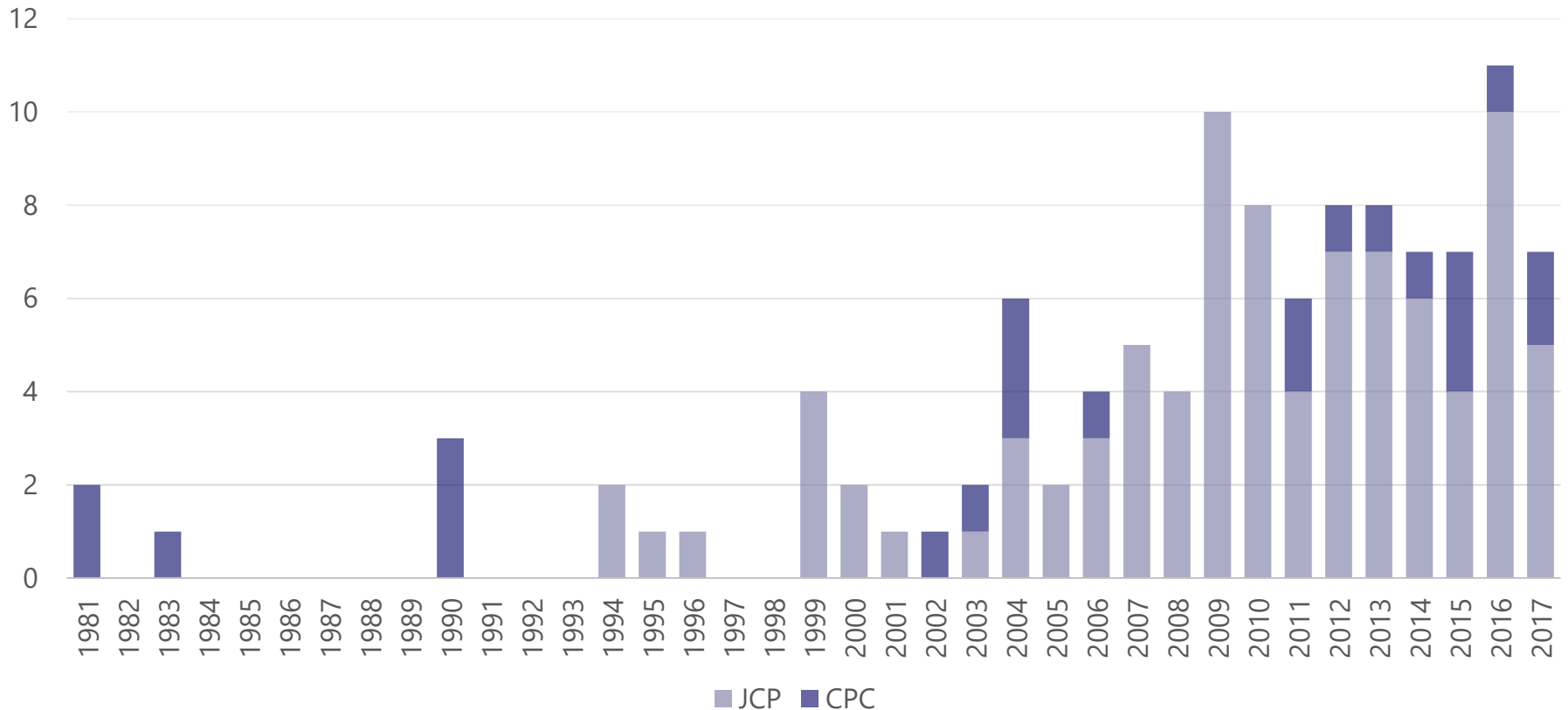




高次精度化

□ 高次精度化に関する研究の動向

"MHD" + "high" + "order" in title/abstract/keyword





HLLD近似リーマン解法



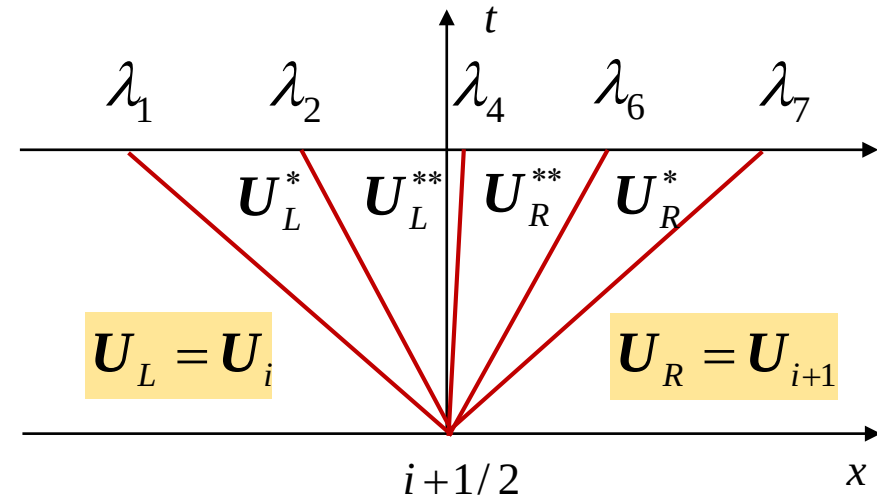
HLLD近似リーマン解法

□ HLL型法 [Harten+, 1983]

- 非線形保存則
- 衝撃波近似
 - 2-wave: HLL法
 - 3-wave: HLLC法
 - 5-wave: HLLD法

□ HLLD法 [Miyoshi+, 2005]

- 高解像, 高効率, ロバスト
- 正值性保存を厳密に保証
- MHD専用機



$$\lambda_1(U_L^* - U_L) = F_L^* - F_L$$

$$\lambda_2(U_L^{**} - U_L^*) = F_L^{**} - F_L^*$$

$$\lambda_4(U_R^{**} - U_L^{**}) = F_R^{**} - F_L^{**}$$

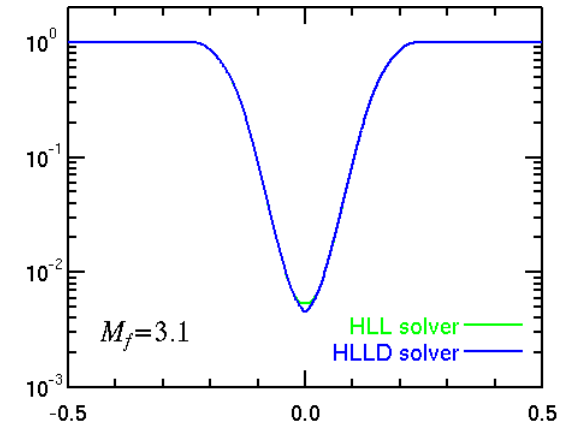
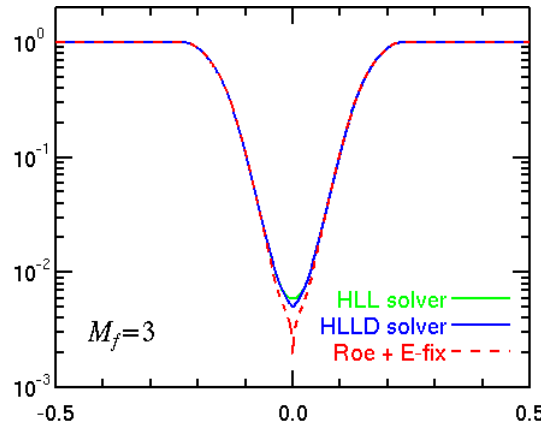
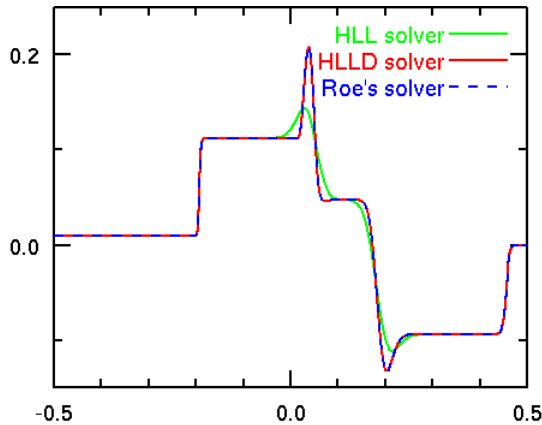
$$\lambda_6(U_R^* - U_R^{**}) = F_R^* - F_R^{**}$$

$$\lambda_7(U_R - U_R^*) = F_R - F_R^*$$



HLLD近似リーマン解法

□ 数値実験による検証



■ CANS+をはじめ世界中のMHDソフトウェアパッケージの標準解法として採用

Table 2
Solver Design Specifications for the Eulerian Methods^a

Name	Base Scheme ^b	Spatial Order ^c	Source Terms ^d	MHD ^e	Time Integration ^f	Directional Splitting ^g
ENZO	FV, HLL	Second	Dedner	Dedner	Second-order RK	Direct
FLASH	FV, HLLD	Second	Derivative	Third-order CT	Forward Euler	⊥ Reconstruction
KT-MHD	FD, CWENO	Third	KT	Third-order CT	Fourth-order RK	Direct
LL-MHD	FV, HLLD	Second	None	Athena CT	Forward Euler	Split
PLUTO	FV, HLLD	Third	Powell	Powell	Fourth-order RK	Direct
PPML	FV, HLLD	Third	None	Athena CT	Forward Euler	⊥ Reconstruction
RAMSES	FV, HLLD	Second	None	2D HLLD CT	Forward Euler	⊥ Reconstruction
STAGGER	FD, Stagger	Sixth	Tensor	Staggered CT	Third-order Hyman	Direct
ZEUS	FD, van Leer	Second	von Neumann	MOC-CT	Forward Euler	Split

[Kritsuk+, 2011]



HLLD近似リーマン解法

□ HLLD近似リーマン解法の展開

- 等温MHD [Mignone, 2007]
- 相対論的MHD [Mignone, 2008]
- 背景磁場を含むMHD [Miyoshi+, 2010]
- Boris修正MHD
- ラグランジュ質量座標系MHD
- カーバンクルフリーHLLD法
- 弾塑性力学 [Ortega+, 2013]



まとめ



まとめ

- 詳細に立ち入らず、MHD『数値解法』研究の動向を紹介した。
 - 『衝撃波捕獲法』研究：落ち着きつつ見えて、また盛り上がる（もういい？）
 - 『多次元化』研究：最近盛り上がりつつある、が、発散処理はほぼ3つのカテゴリー
(ここで紹介していない衝撃波数値不安定性問題あり)
 - 『高次精度化』研究：盛り上がってるし、重要だが、私には結構難しい（若い人は結構得意）
- MHD数値解法の研究を認知いただけましたか？