

標準降着円盤の第一原理モデル

JAMSTEC東京事務所

August 28 2017

廣瀬重信 (JAMSTEC)

Collaborators:

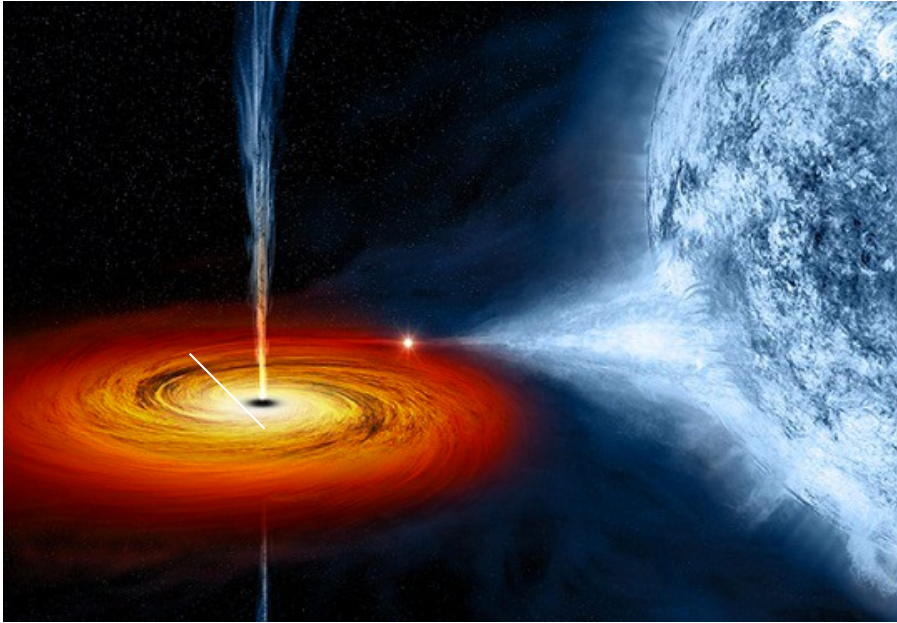
Julian Krolik (JHU), Omer Blaes, Matt Coleman (UCSB), Takayoshi Sano (Osaka), Jiming Shi (Princeton)

アウトライン

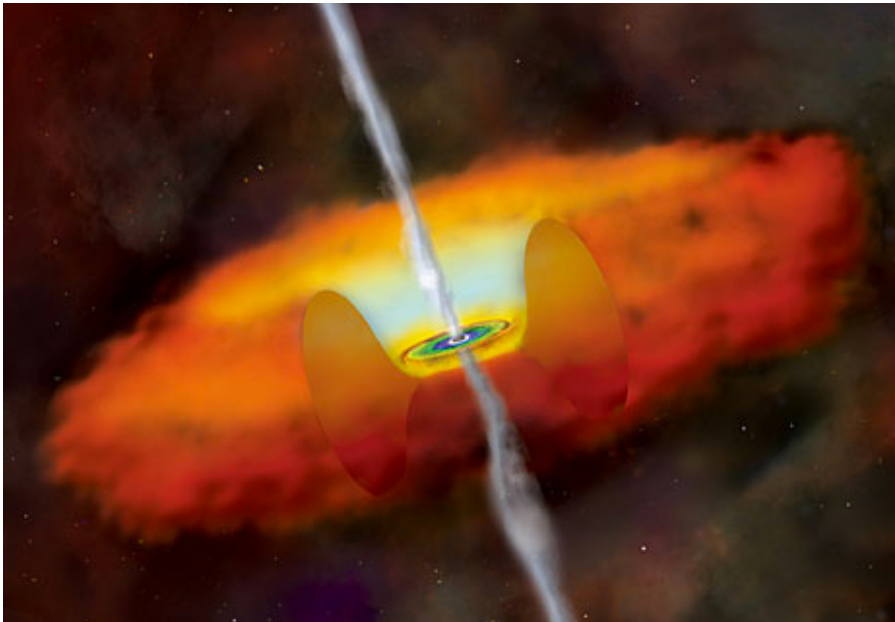
1. 標準降着円盤： α モデル vs. 第一原理モデル
2. 矮新星降着円盤（磁気乱流と熱対流の相互作用）
3. 原始惑星系円盤（自己重力による乱流と分裂条件）

The standard disk appears in many systems

binary system



star formation



active galactic nuclei

The alpha model for the standard disk

- The framework of the standard disks (geometrically thin and optically thick disks) was constructed by Shakura & Sunyaev (1973).
- The vertical and radial structures are decoupled due to the timescale difference.
- The vertical structure of an annulus of surface density Σ and angular velocity $\Omega(r)$ is governed by

$$2\sigma_{\text{B}}T_{\text{eff}}^4 = -\frac{3}{2}W_{r\phi}\Omega$$

thermal balance

$$\frac{P/2H}{H} = \frac{\Sigma\Omega^2}{2}$$

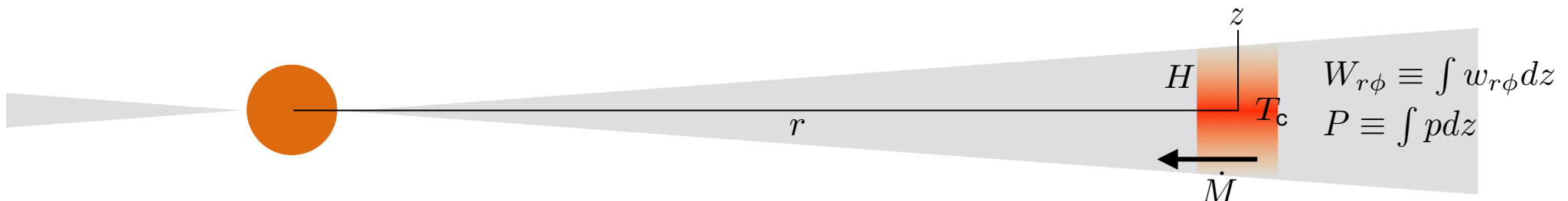
hydrostatic balance

$$\frac{P}{2H} = \frac{a}{3}T_{\text{c}}^4 + \frac{\Sigma k_{\text{B}}T_{\text{c}}}{2\mu H}$$

equation of state

$$W_{r\phi} = -\alpha P$$

α prescription $0 < \alpha < 1$



Thermal equilibrium curve

- By solving the vertical structure, the effective temperature T_{eff} is obtained as a function of Σ , Ω , and α :

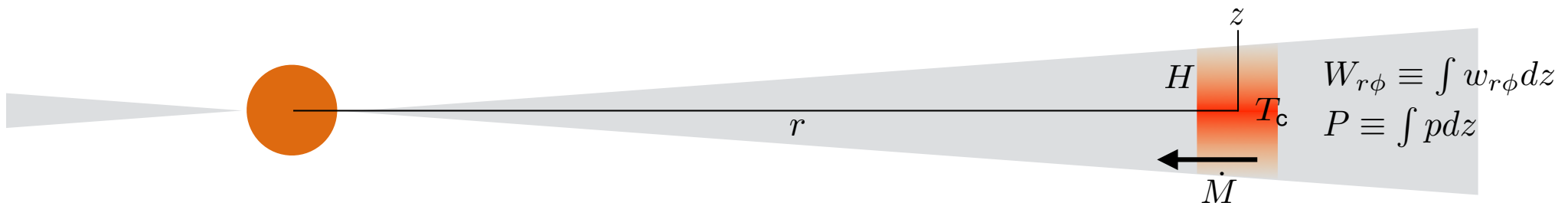
$$T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}(\Sigma; \Omega; \alpha),$$

thermal equilibrium curve

just as the mass-luminosity" relation $L = L(M)$ is obtained for stars from their internal structures.

- The thermal equilibrium curve $W_{r\phi} = W_{r\phi}(\Sigma; \Omega; \alpha)$ also controls time evolution of the disk in the radial direction.

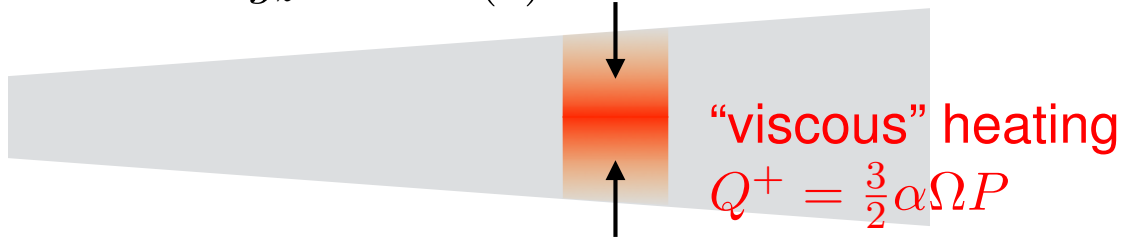
$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2}{r\Omega} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 W_{r\phi}(\Sigma; \Omega; \alpha)) \right) = 0$$



Standard Disks vs. Stars

confined by external gravity

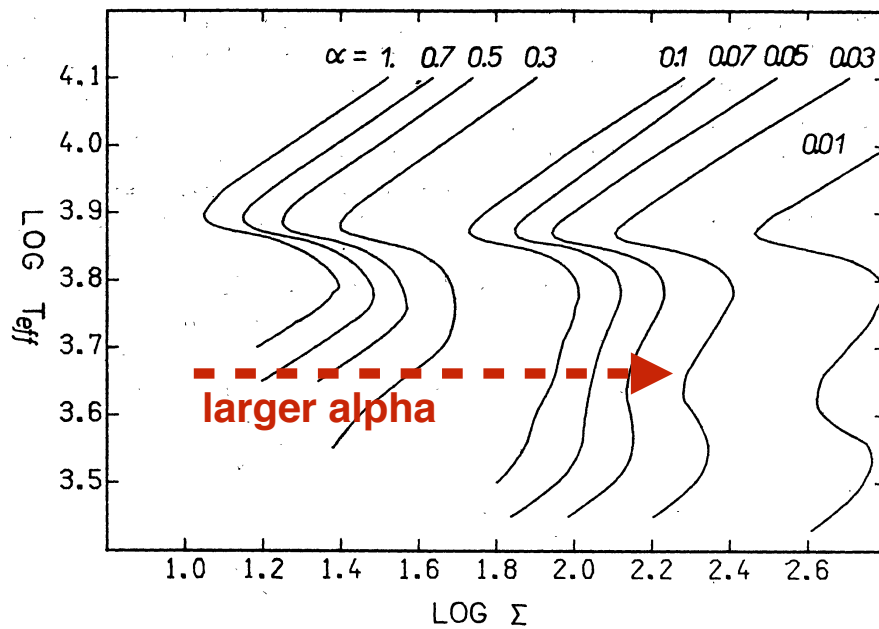
$$g_z = -\Omega^2(r)z$$



角速度 Ω (とパラメータ α) に依存する

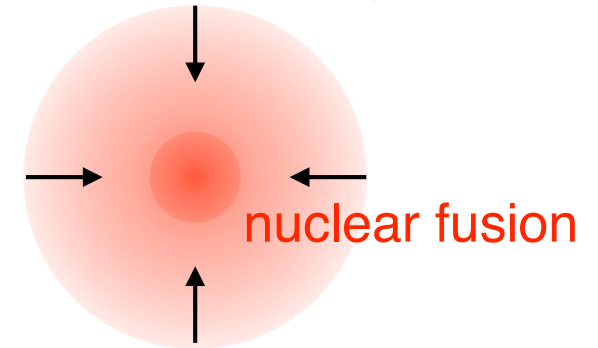
thermal equilibrium curves

($M = M_{\text{sol}}$, $r = 10^{10}$ cm)



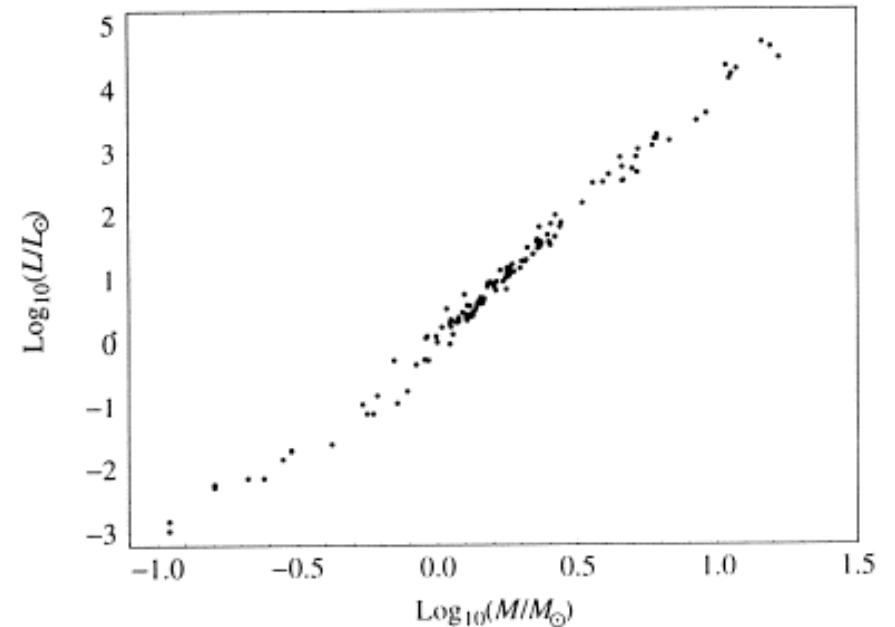
Pojmanski 1986

confined by self-gravity



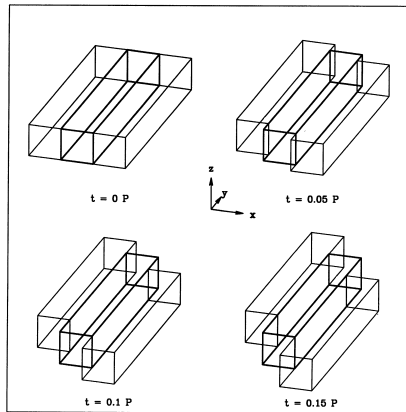
mass-luminosity relation

(main sequence stars)

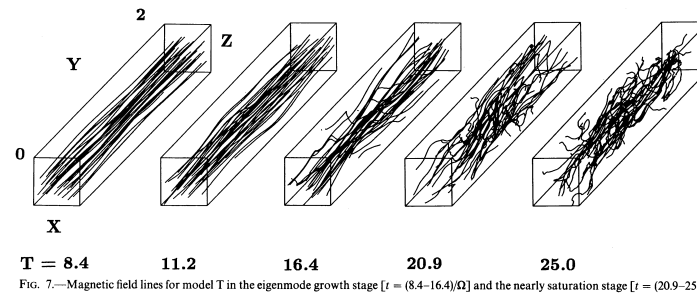


Exploring thermal equilibrium curves by radiation MHD simulations

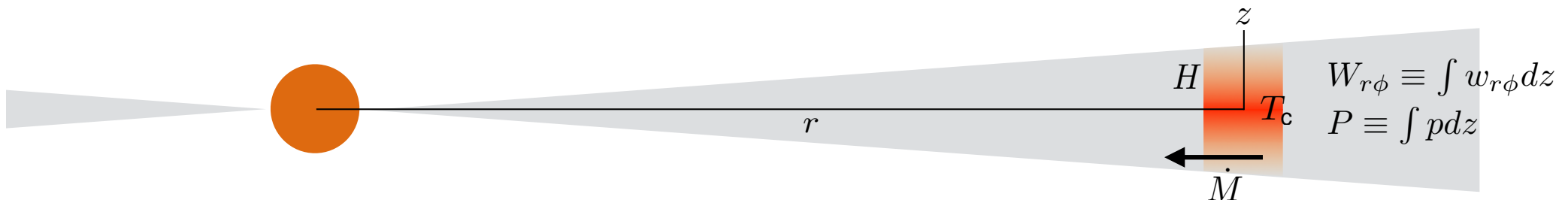
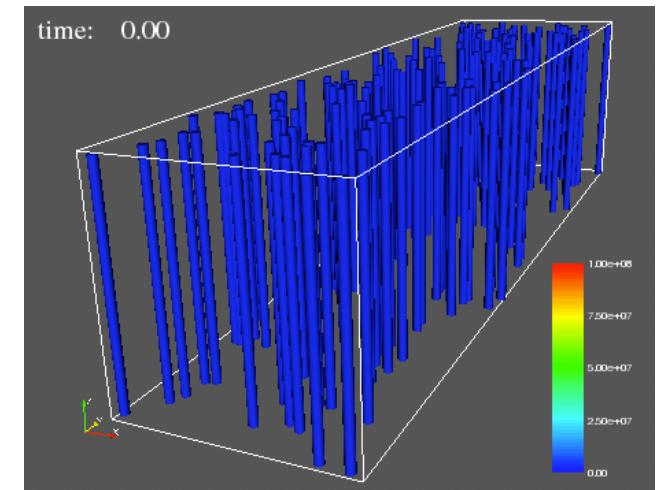
- The discovery of MRI (Balbus & Hawley 1991) and the invention of the shearing box (Hawley, Gammie & Balbus 1995, Matsumoto & Tajima 1995) opened a path to calculate the thermal equilibrium curves from “first principles”.
- Radiative transfer needs to be solved with magnetohydrodynamics.



Hawley, Gammie & Balbus (1995)

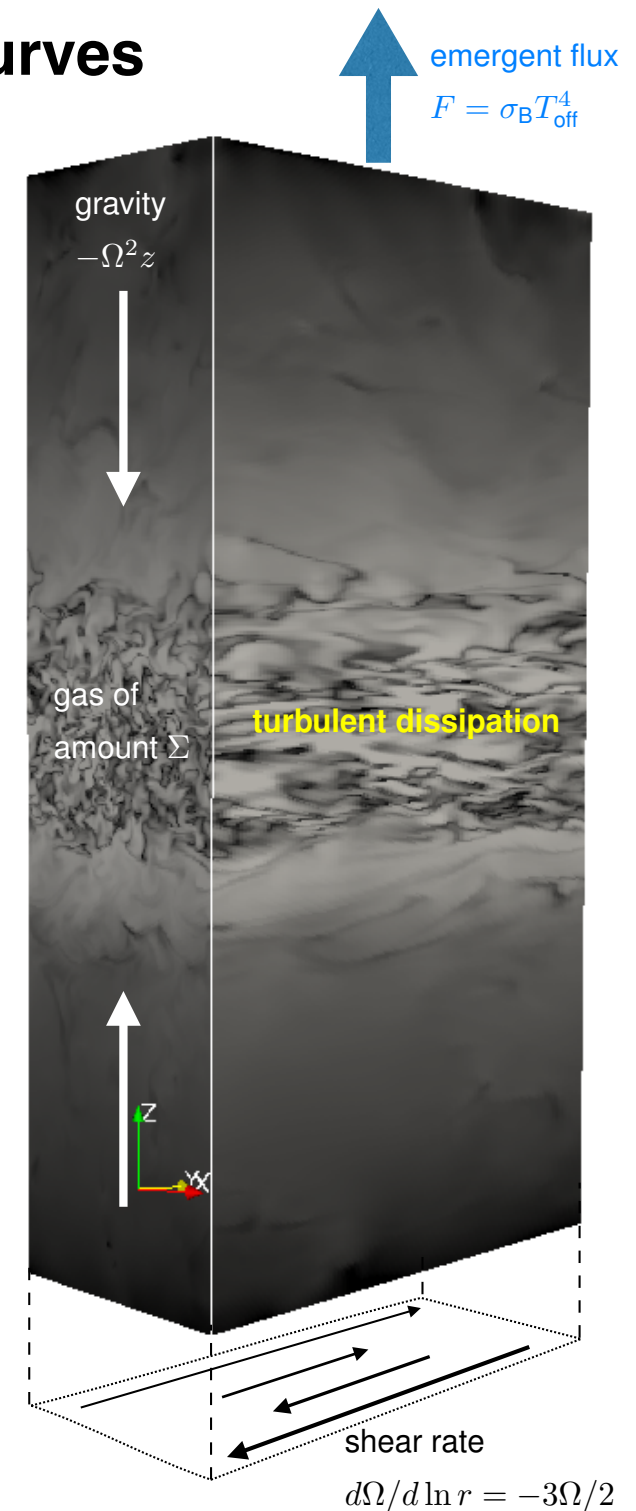


Matsumoto & Tajima (1995)



Recipe for computing the thermal equilibrium curves by radiation MHD simulations

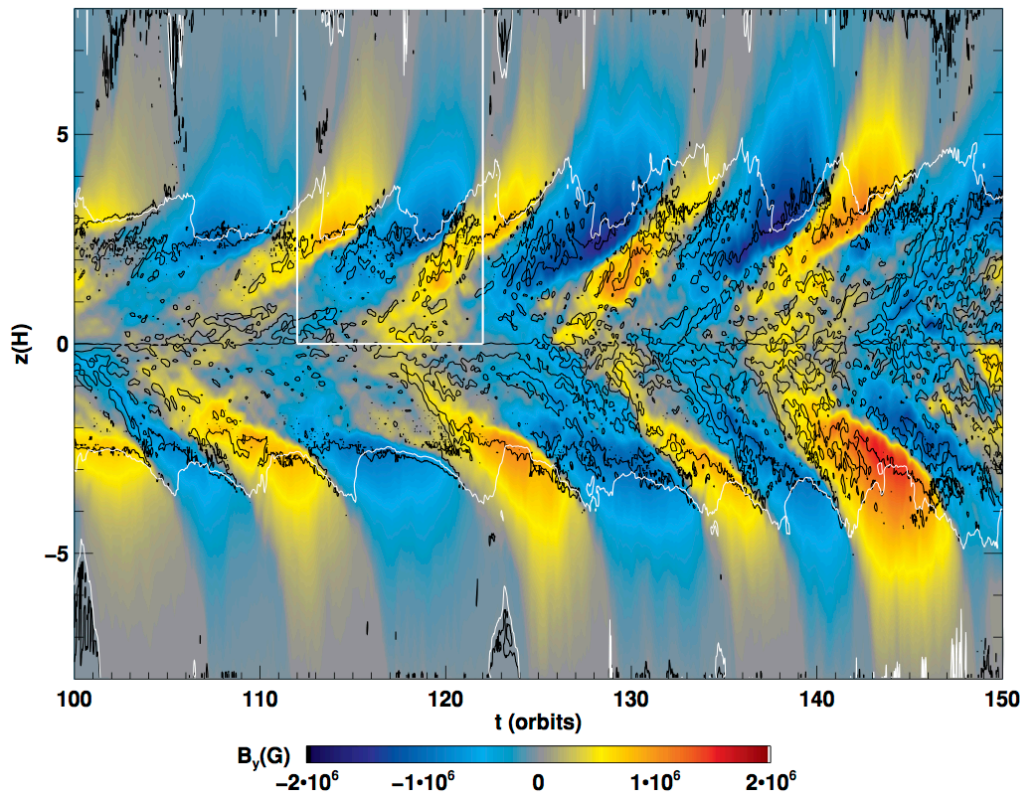
1. Prepare a shearing box of an appropriate size.
2. Set Ω (vertical gravity and shear rate) in the box.
3. **Put gas of amount Σ in the box.**
4. Start simulation and wait until it reaches a *quasi-steady* state, where turbulent dissipated energy is exactly radiated away from the box — **this is equivalent to solving the thermal and hydrostatic balance in the vertical direction.**
5. **Measure the energy flux F out of the box.**
6. Repeat 3 to 5, and compile the results to get $F = F(\Sigma)$ (or, $T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}(\Sigma)$) for the set Ω .



MRI Dynamo in Local Shearing Box Simulations with Zero Net Flux

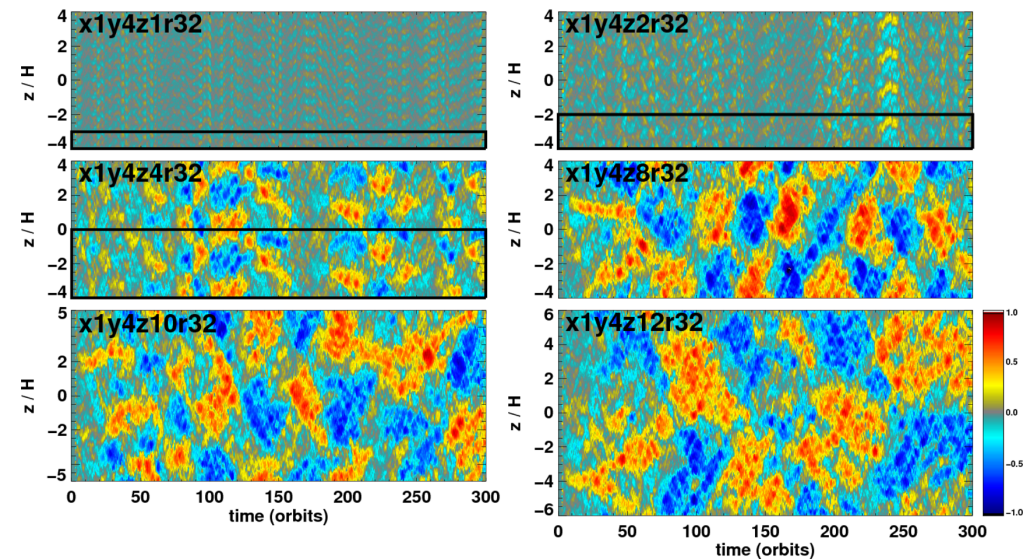
Stratified simulations

Shi, Krolik, & Hirose (2009)



Unstratified simulations

Shi, Stone, & Huang (2016)



- **MRIダイナモ**：MRIが駆動する磁気乱流の計算では、 B_y （方位角方向磁場）の**コヒーレント**な構造（バタフライパターン）が特徴的に現れる
- この B_y 反転パターンは、unstratified simulationsでも現れる

Universal value of alpha in Stratified Shearing Box Simulations with Zero Net Flux

Table 1
Shearing Box Simulations

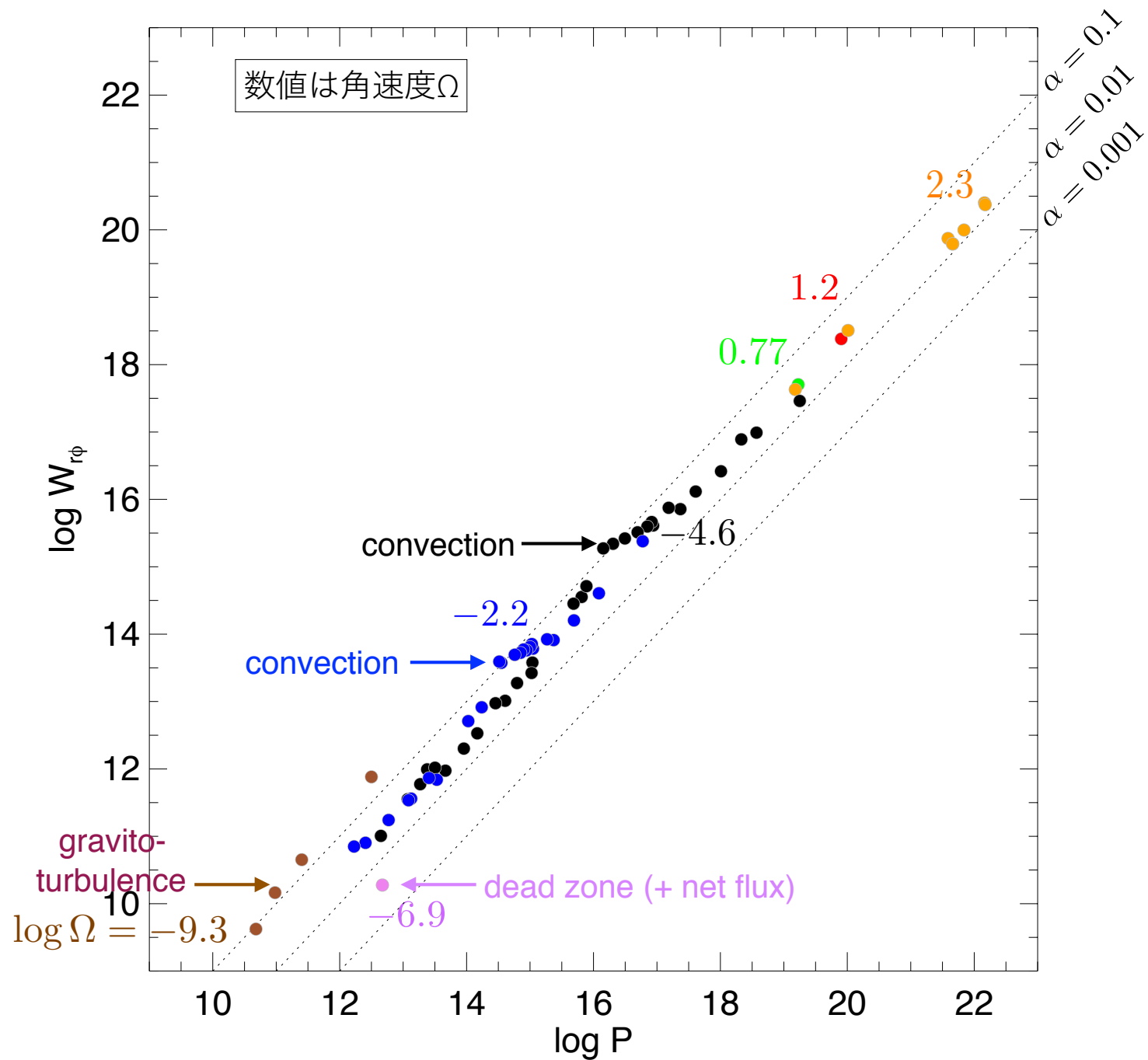
$\alpha \sim 0.01 - 0.03$

Reference	Zones/ H	Q_z	Q_y	B_x^2/B_y^2	B_z^2/B_x^2	β^{-1}	α_{mag}	α
Simon8 (unpub)	8	0.08	1.7	0.016	1.0	0.015	0.08	0.001
Simon16 (unpub)	16	2.0	13.	0.075	0.53	0.057	0.30	0.016
Simon32	32	5.7	27.	0.13	0.53	0.072	0.37	0.025
Simon64	64	11.	44.	0.17	0.53	0.056	0.40	0.020
Davis32	32	4.5	23.	0.12	0.41	0.078	0.33	0.020
Davis64	64	10.	40.	0.16	0.47	0.051	0.36	0.012
Davis128	128	26.	98.	0.18	0.50	0.053	0.36	0.018
ShiSTD	27	4.8	13.	0.10	0.65	0.075	0.27	0.020
ShiZ512	53	11.	13.	0.12	0.56	0.130	0.30	0.029
ShiDBLE	50	15.	32.	0.15	0.63	0.098	0.22	0.029
Guan std16	12.8	2.6	15.	0.07	0.58	0.035	0.28	0.013
Guan s16a	25.6	6.8	34.	0.12	0.58	0.057	0.32	0.023

Hawley, Guan, & Krolik (2011)

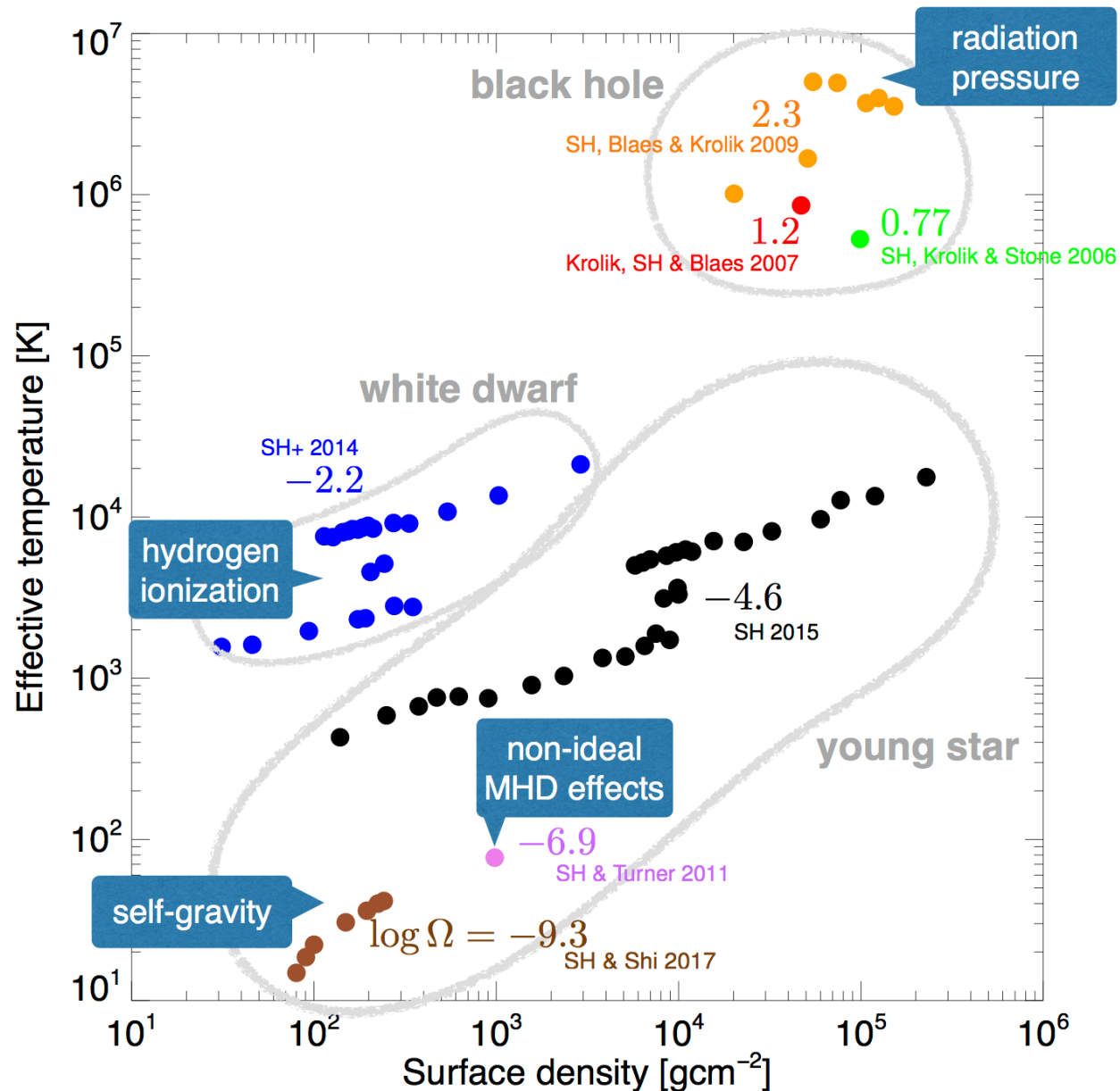
- 成層したシアリングボックスでは、MRI磁気乱流における（時間・空間平均した） α は、シミュレーションコードや熱力学（等温 or FLD）、解像度に依らず、ユニバーサルな値0.01~0.03になる

(time and space-averaged) Stress vs. Thermal Pressure

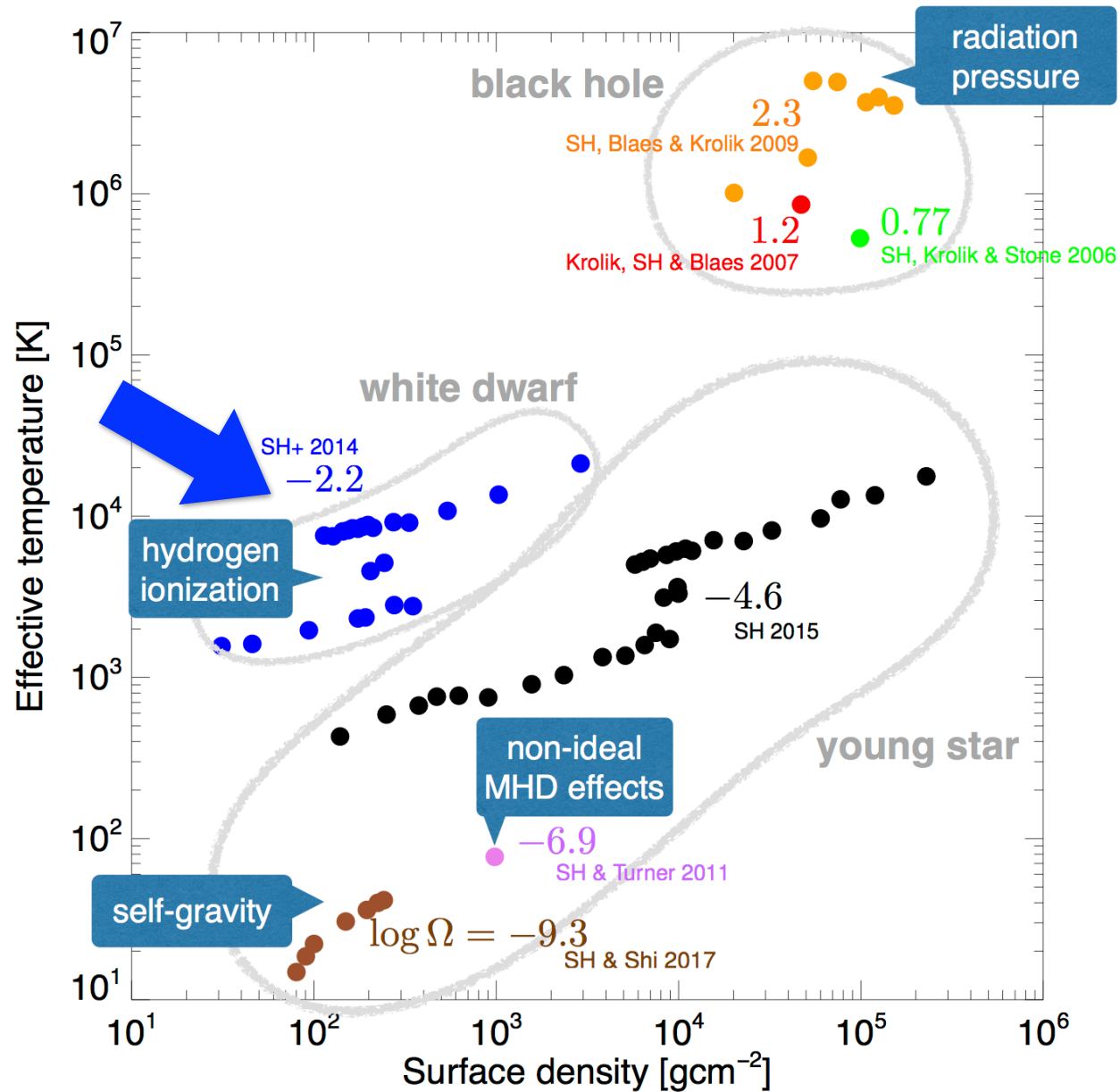


第一原理計算から求まる標準降着円盤の「熱平衡曲線」

軌道周波数 Ω ごとに、典型的な温度が異なり、それにより、熱平衡曲線の形に関わる物理が異なる

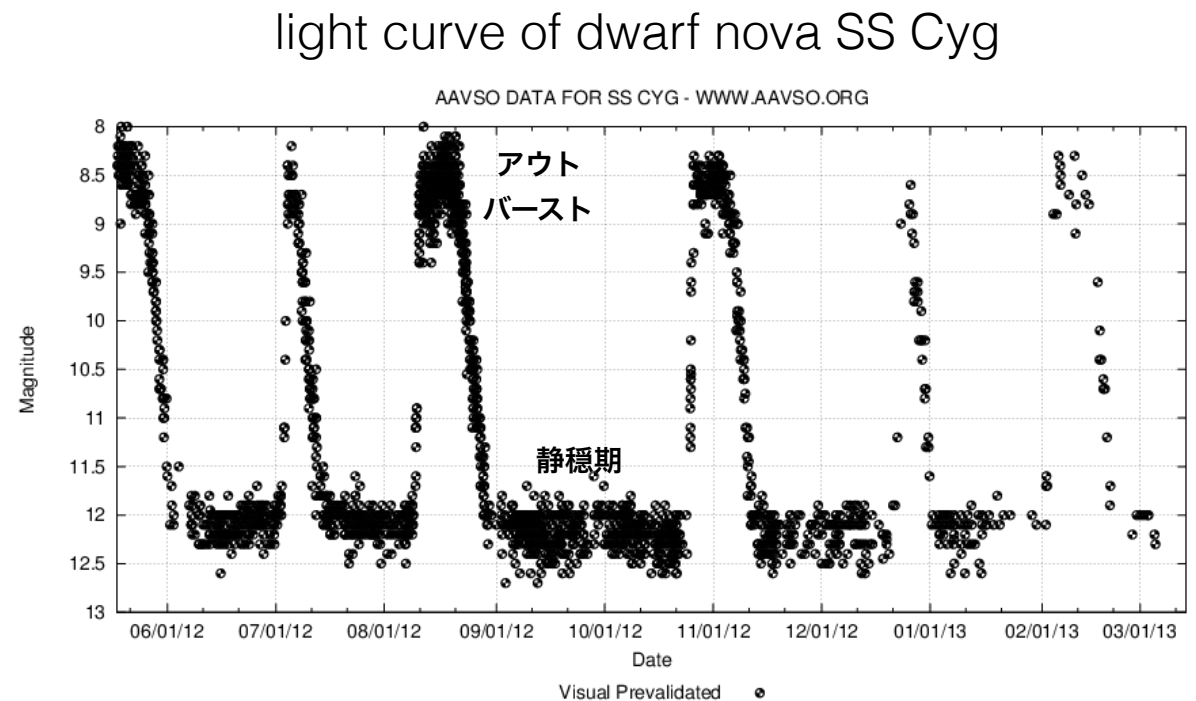
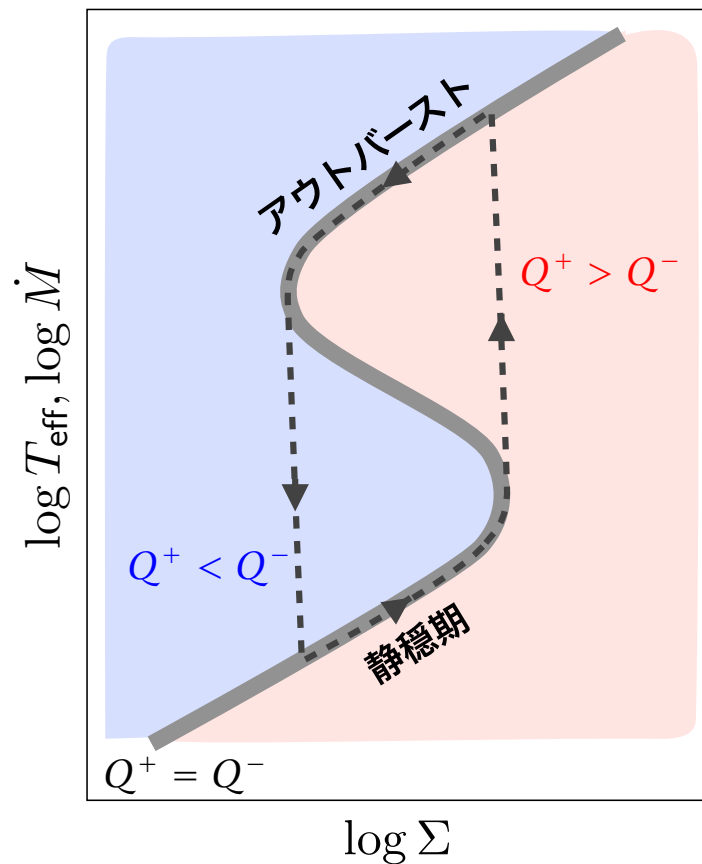


矮新星降着円盤（磁気乱流と熱対流の相互作用）

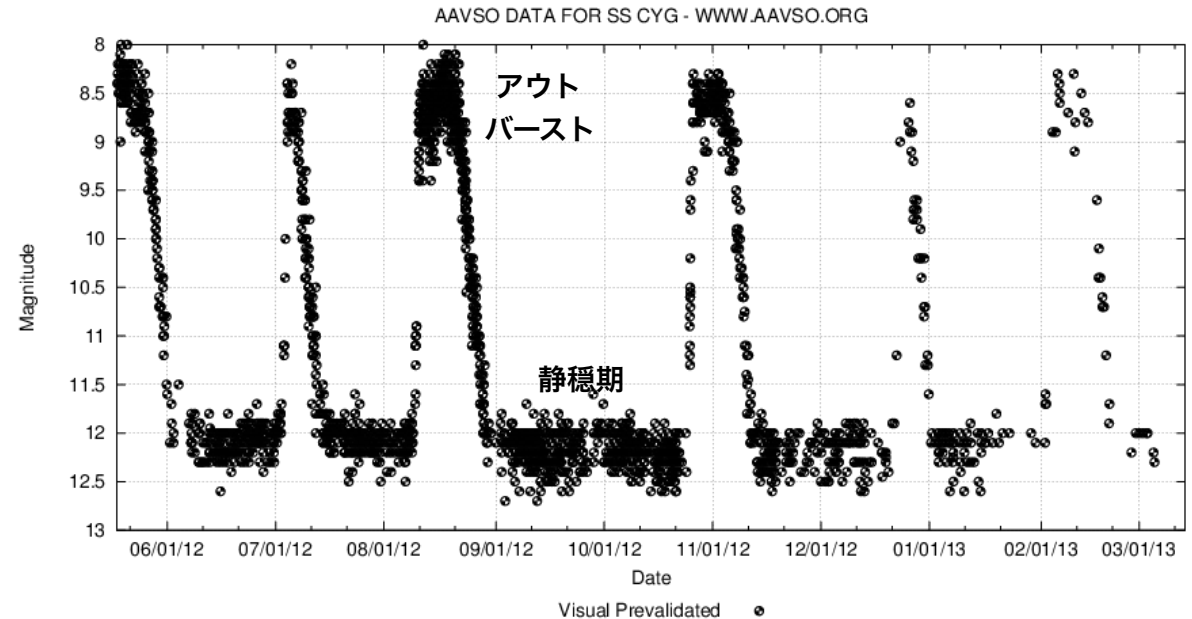
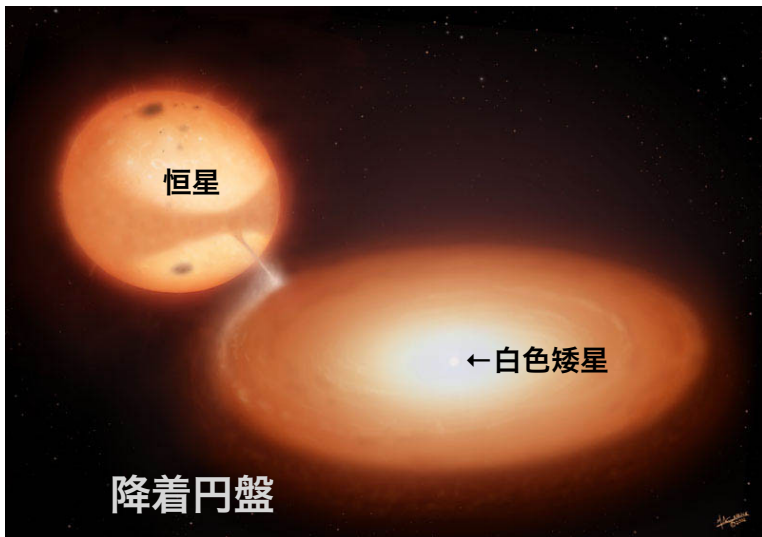


矮新星の（ α モデルに基づく）円盤不安定モデル

- A thermal equilibrium curve is S-shaped around $T \sim 10^4$ K, and a limit cycle is expected, switching between hot and cool states.
- DIMs that explain dwarf nova outbursts as the thermal-viscous limit cycle have been successful.



円盤不安定モデルと観測との比較から α 値を推定



- α 値は円盤の定常状態に関与しないため、 α 値を知るには時間変動現象が必要
— アウトバーストの減衰を、円盤スケール R_{disk} の粘性拡散プロセスとみる

$$t_{\text{decay}} \sim \frac{R_{\text{disk}}^2}{\nu} \sim \frac{R_{\text{disk}}}{\alpha c_s (c_s / v_K(R_{\text{disk}}))}$$

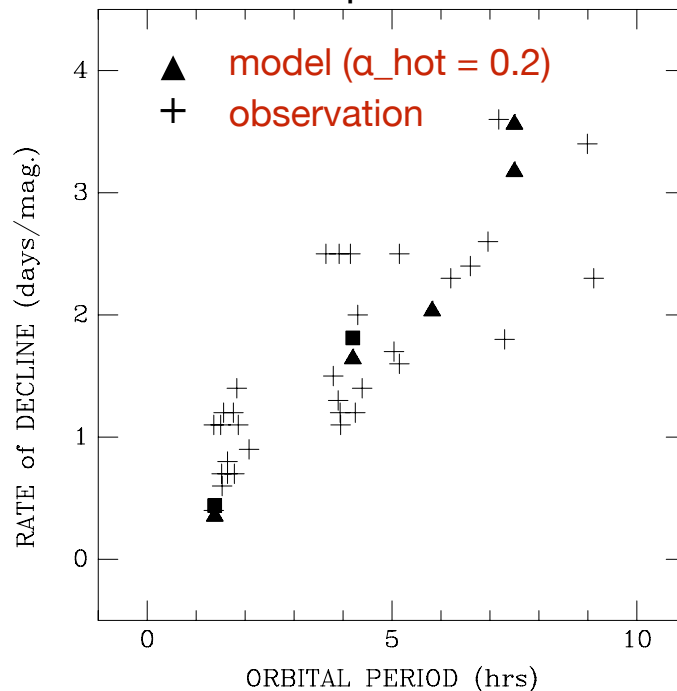
- アウトバースト減衰のモデリングと観測との比較から $\alpha_{\text{hot}} = 0.1 \sim 0.2$
- アウトバーストのマグニチュードを説明するには α_{cool} は α_{hot} の $1/4 \sim 1/10$ 、したがって $\alpha_{\text{cool}} = 0.01 \sim 0.05$

MRIは本当に降着円盤の乱流の起源なのか？

- ・ アウトバーストの減衰から推定した $\alpha_{\text{hot}} = 0.1 \sim 0.2$ は、MRIの典型値 $0.01 \sim 0.03$ と有意に異なる (King et al. 2007, Kotko & Lasota 2012)
- ・ ただし、これまでのMRI計算では、等温あるいは単純な熱力学を仮定していた

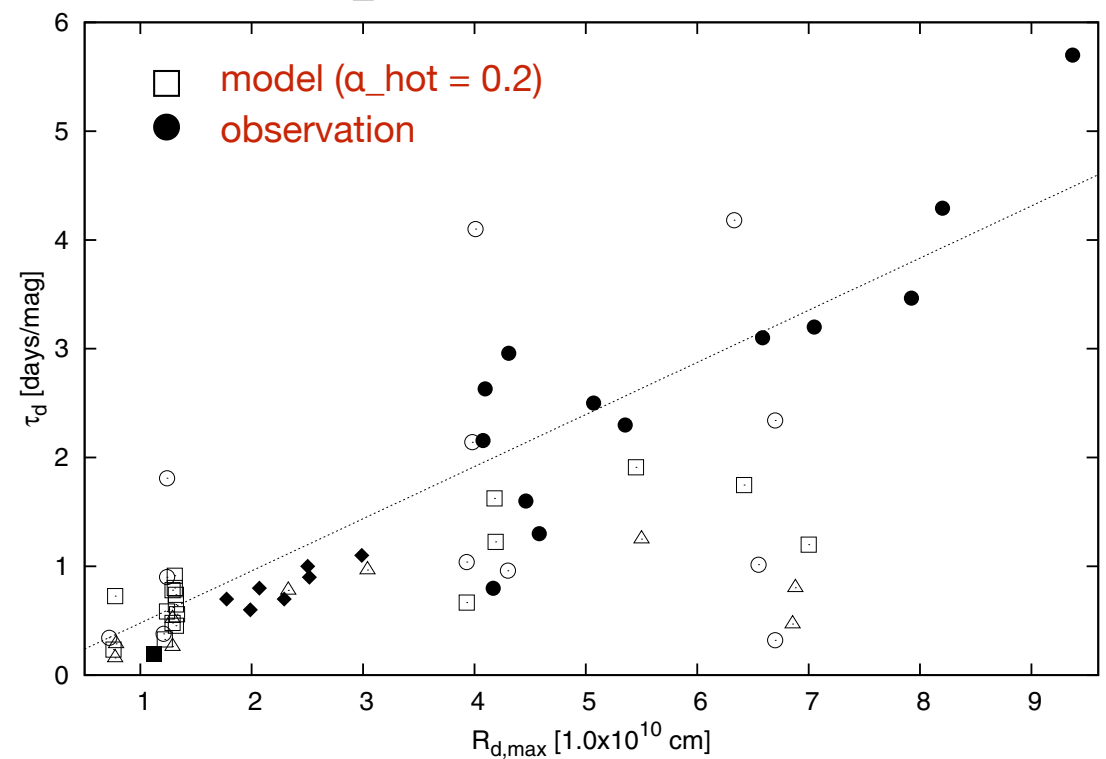
Smak (1999)

rate of decline of outburst
vs. orbital period



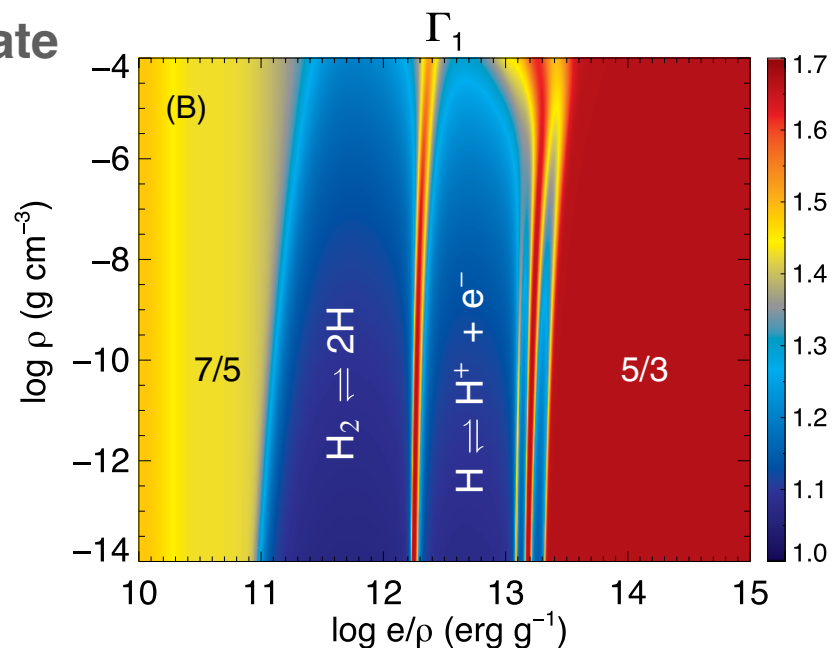
Kotko & Lasota (2012)

rate of decline of outburst
vs. R_{disk}

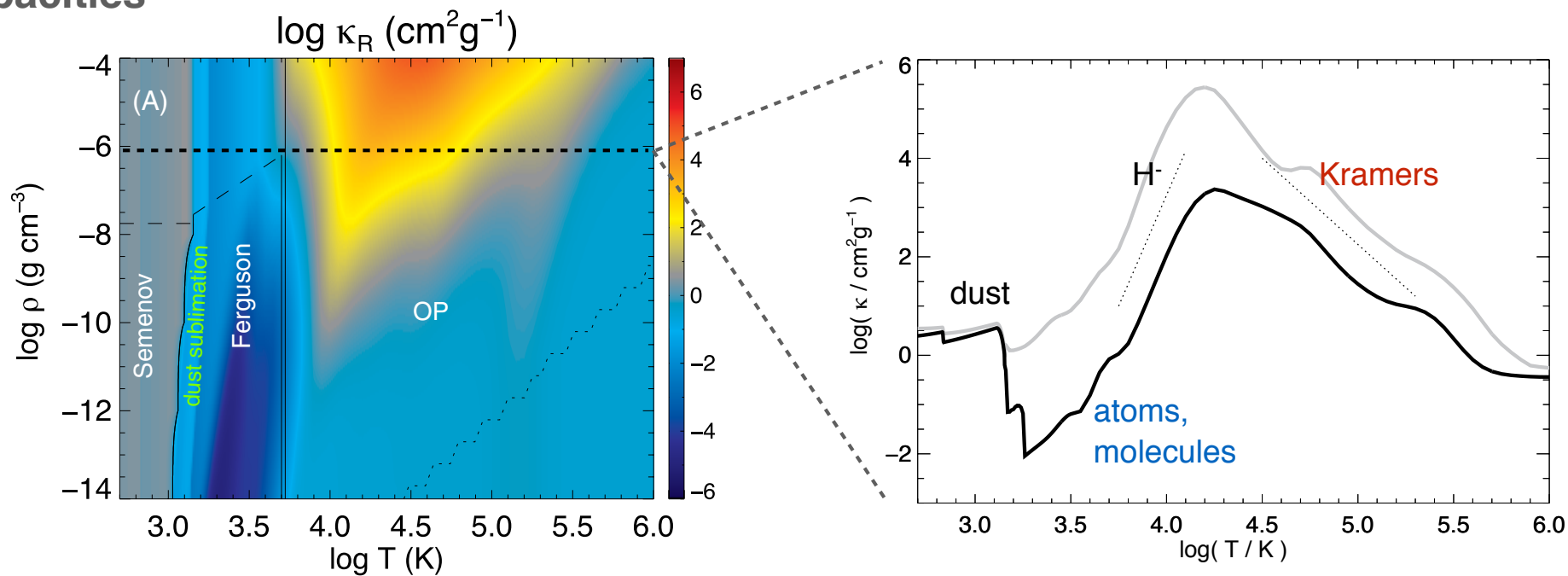


水素電離温度近傍の熱力学を取り入れたMRI計算を行う

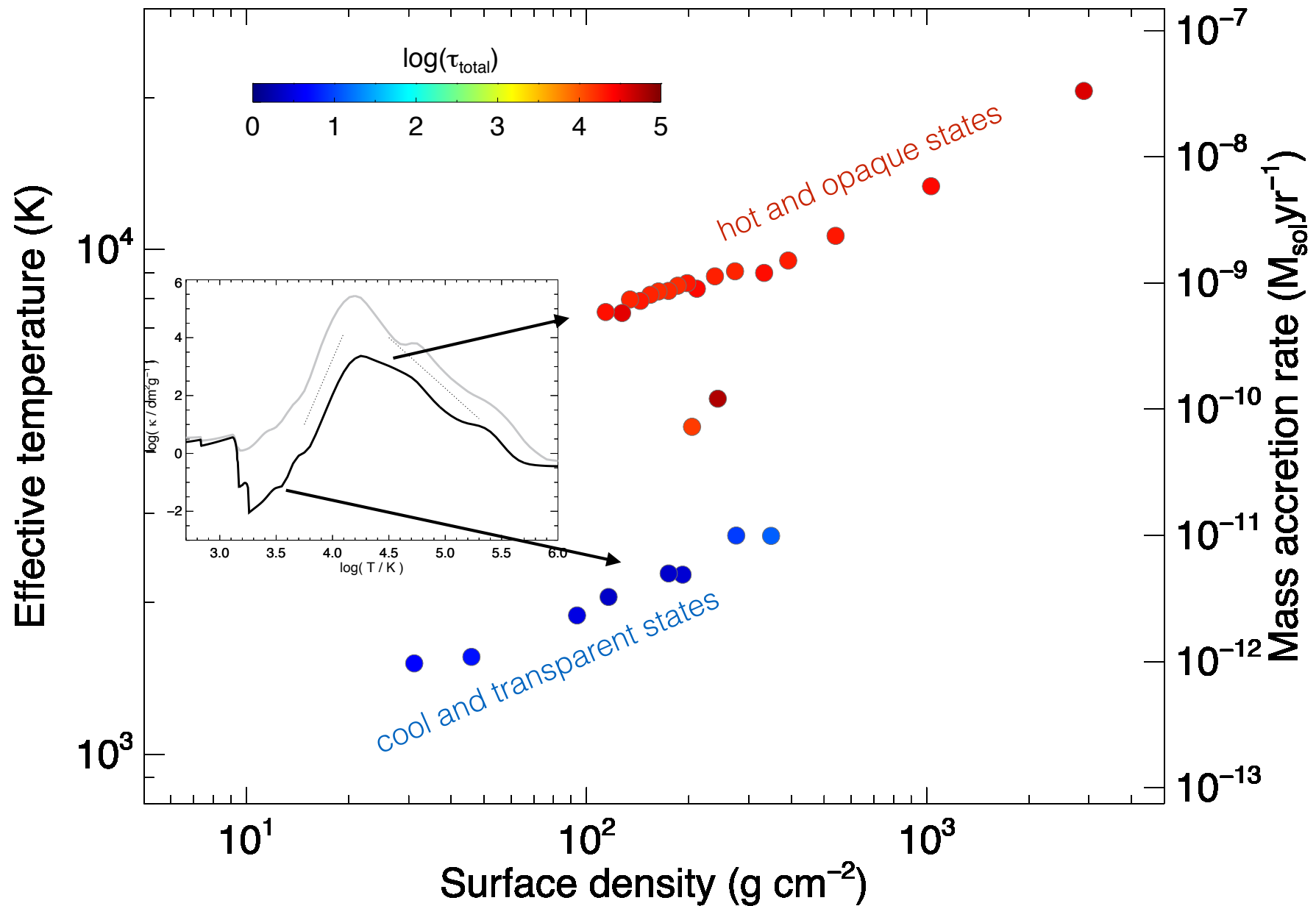
Equation of state



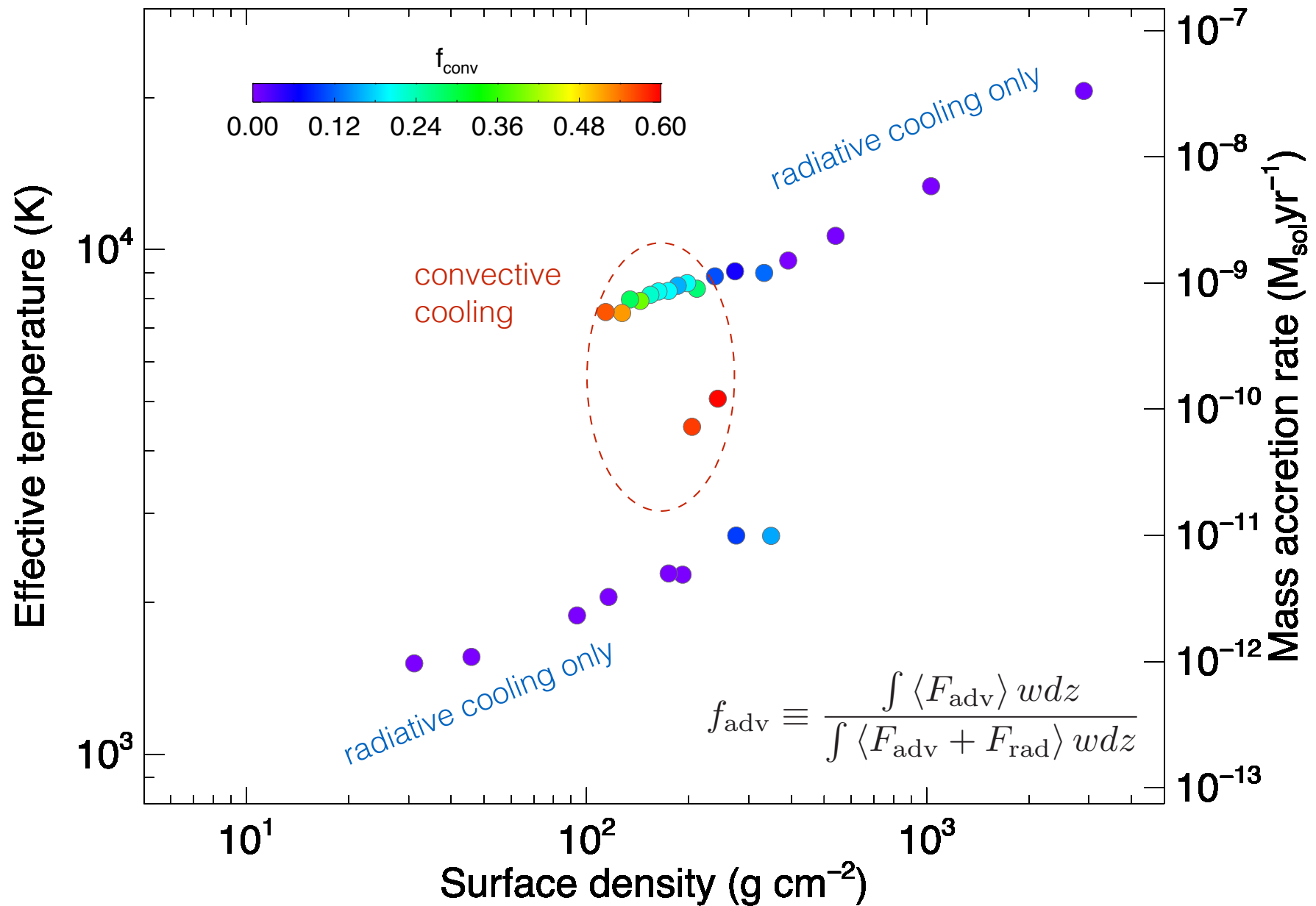
Opacities



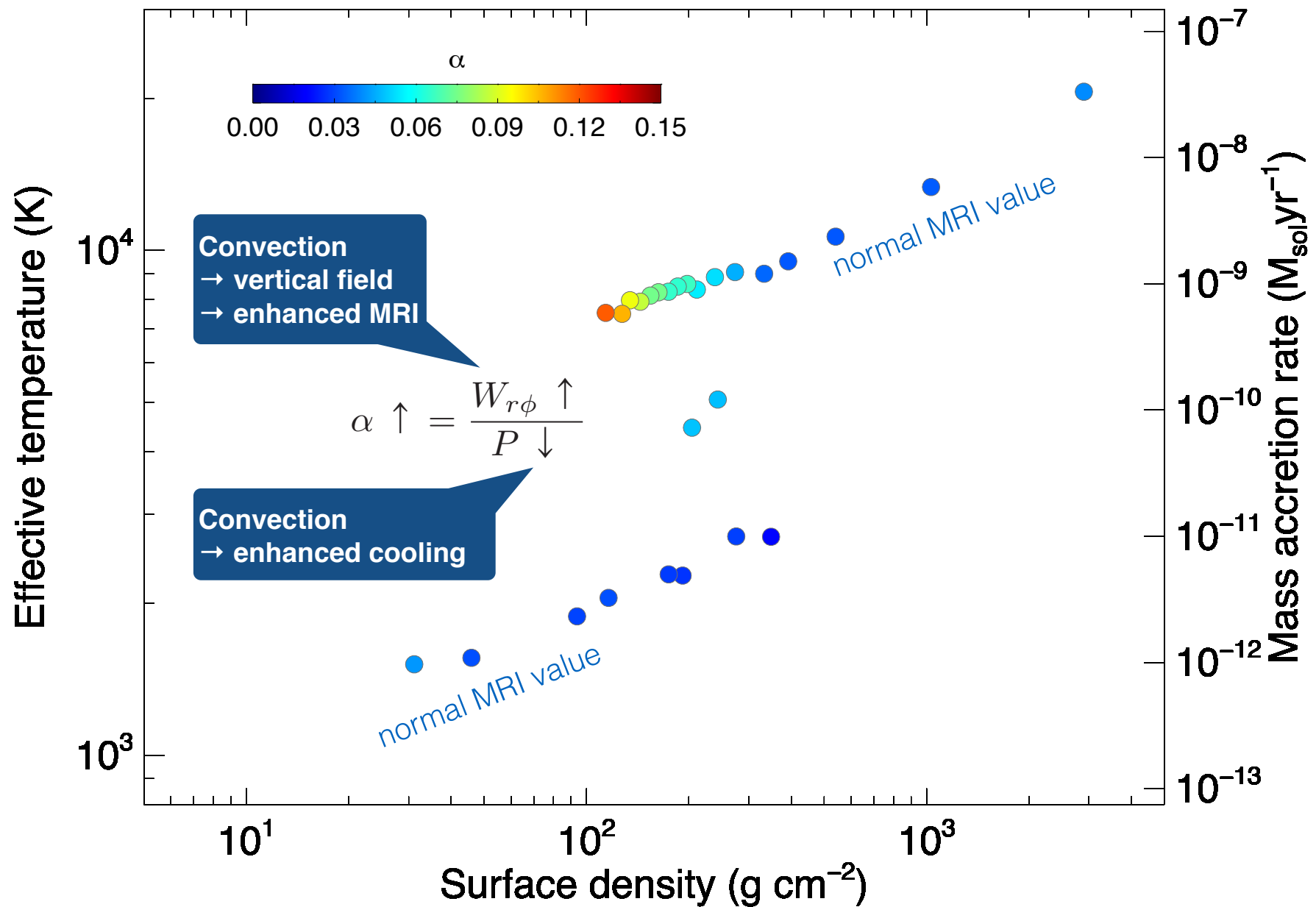
S-shaped thermal equilibrium curve obtained from first principles



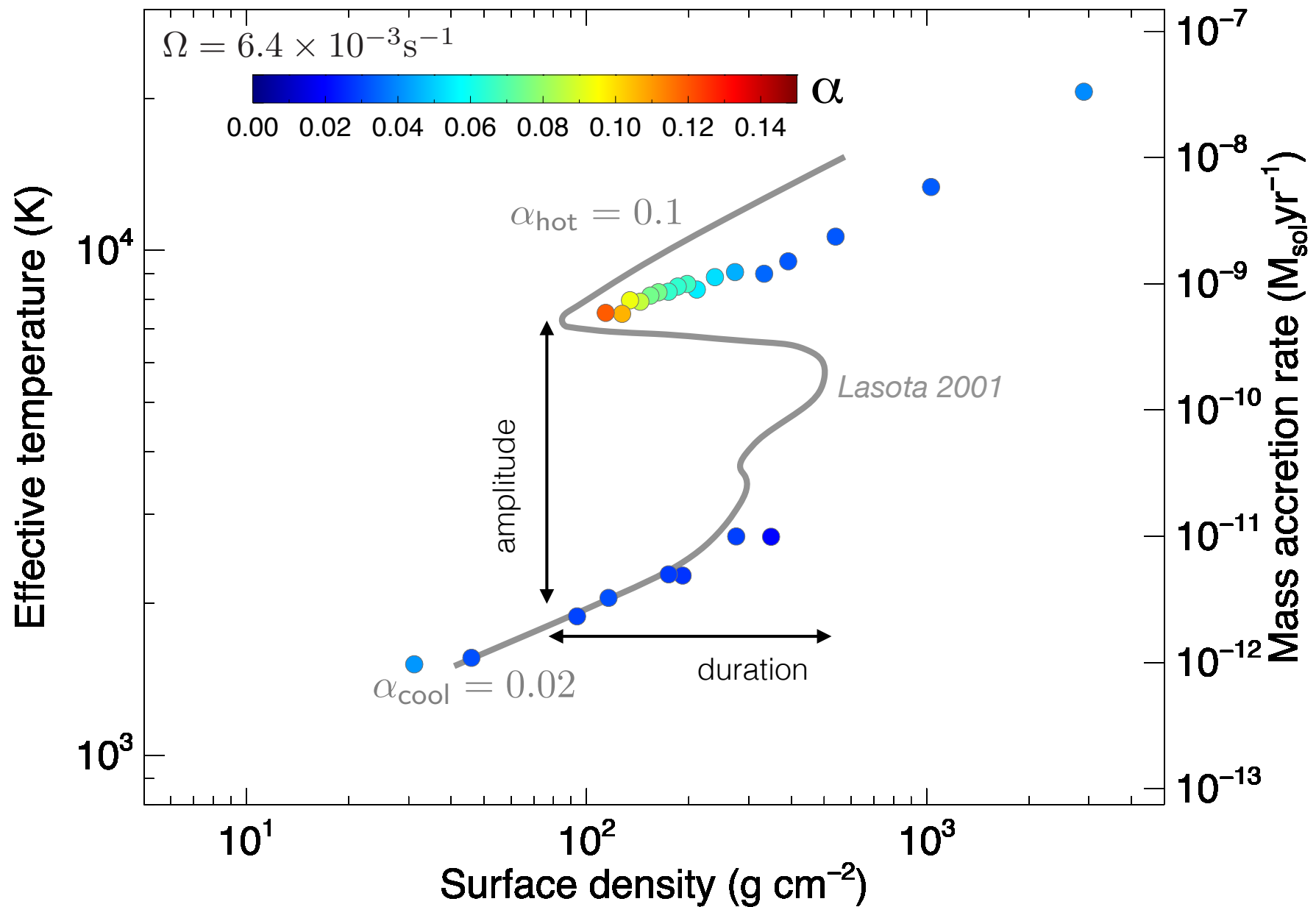
Heat transport: convection vs. radiative diffusion



Enhancement of alpha



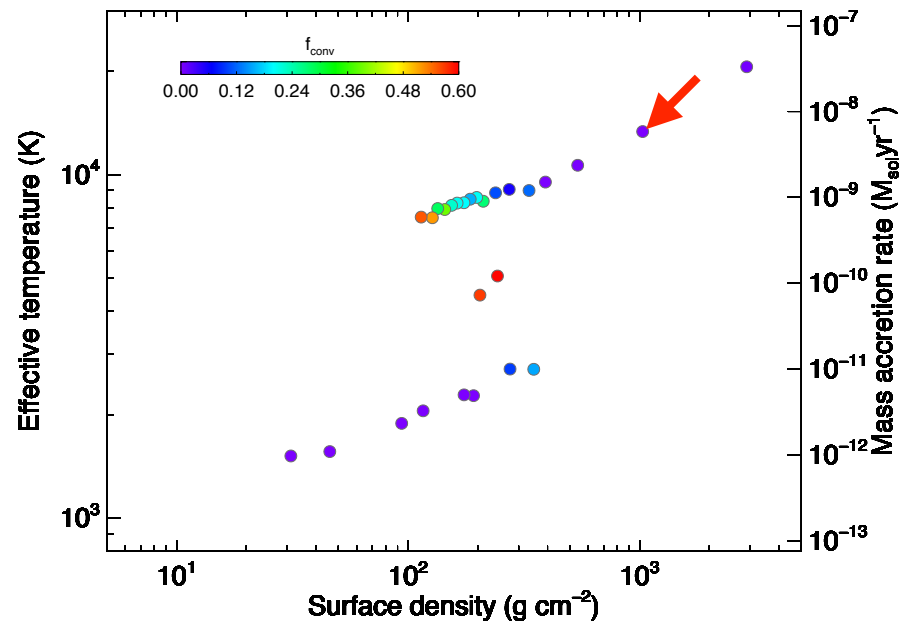
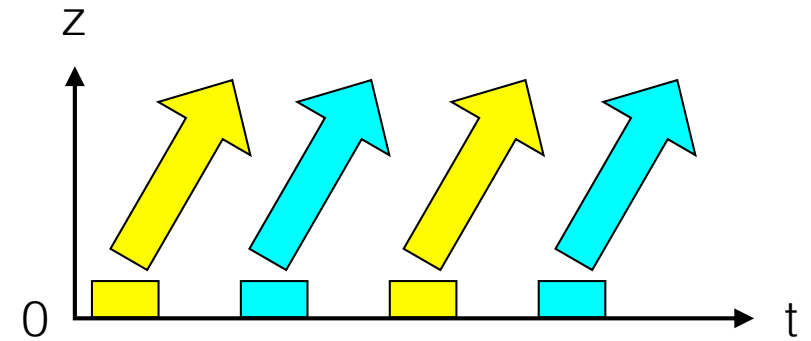
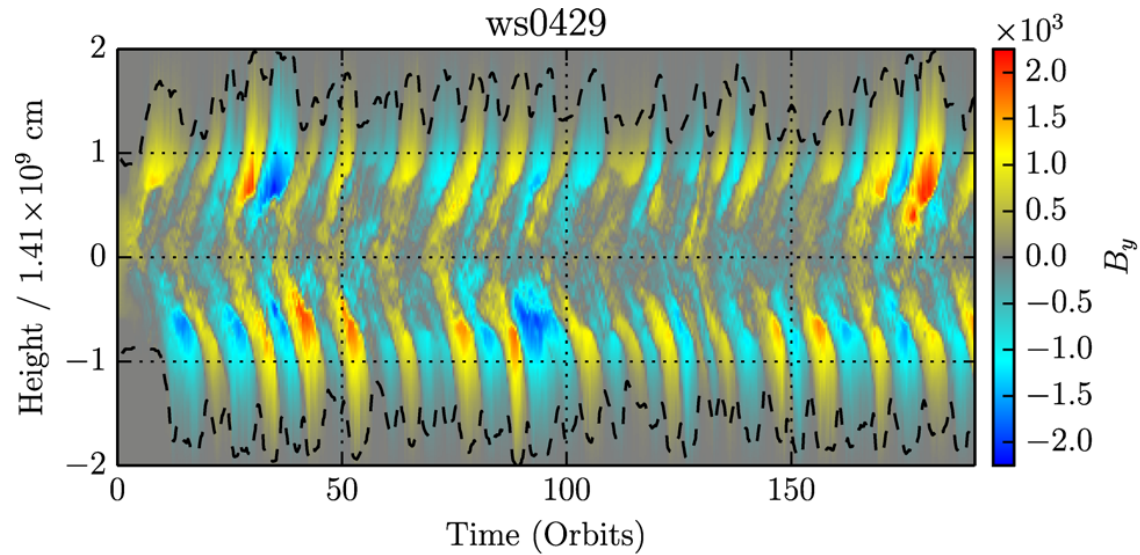
Comparison with a DIM



Convective quenching of field reversals

Coleman+ 2017

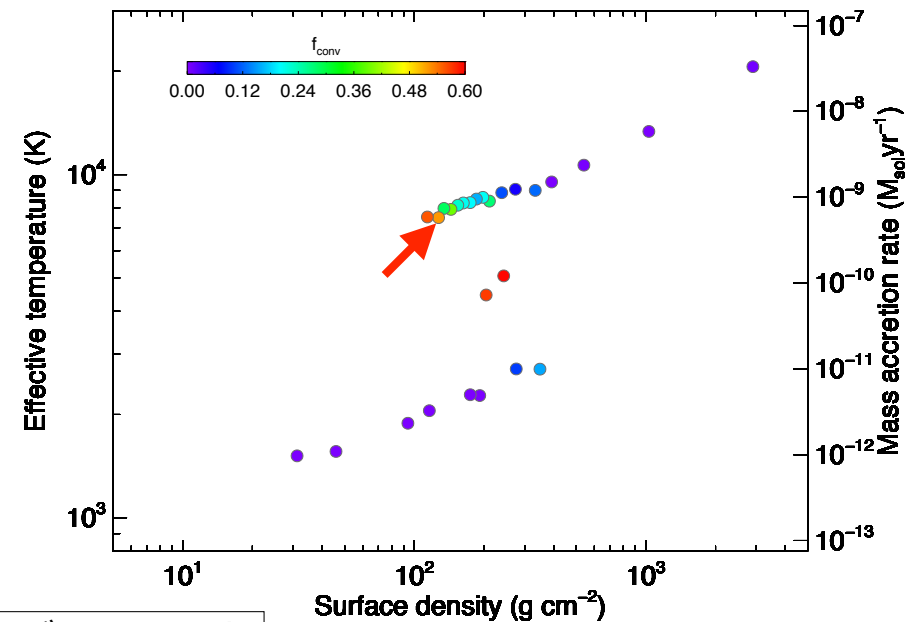
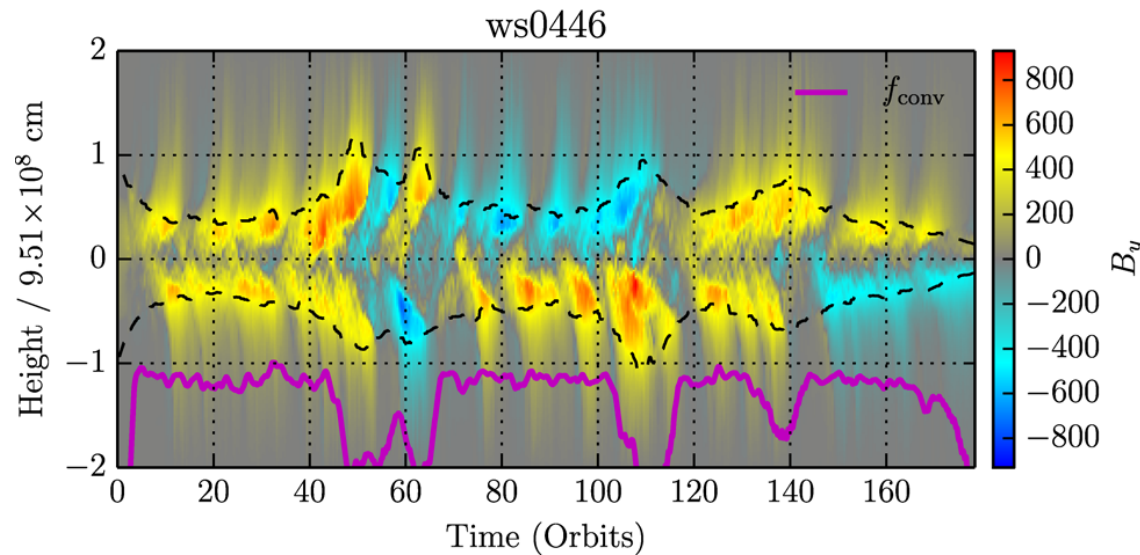
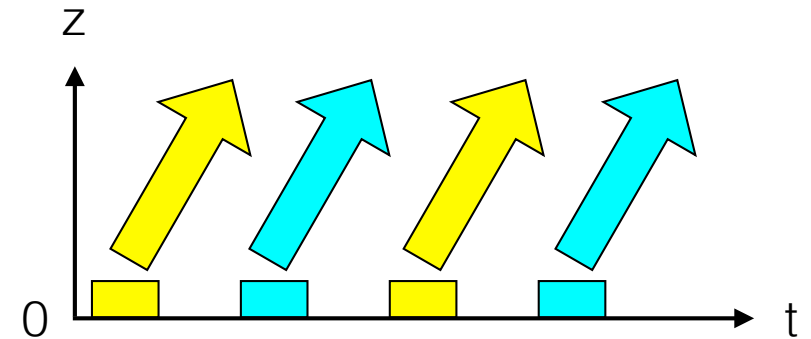
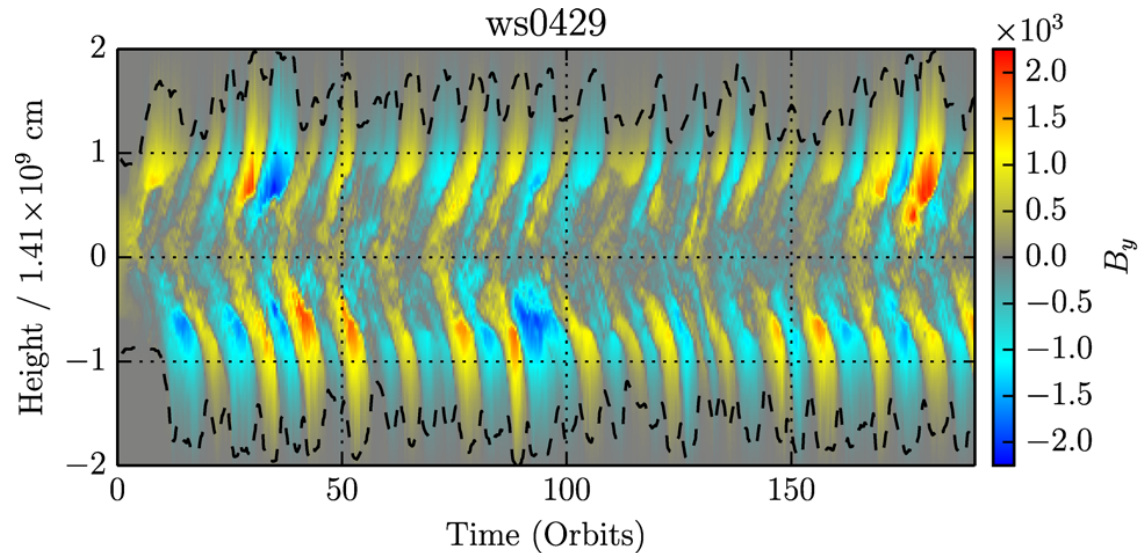
主に輻射拡散でエネルギーが運ばれる場合



Convective quenching of field reversals

Coleman+ 2017

主に輻射拡散でエネルギーが運ばれる場合

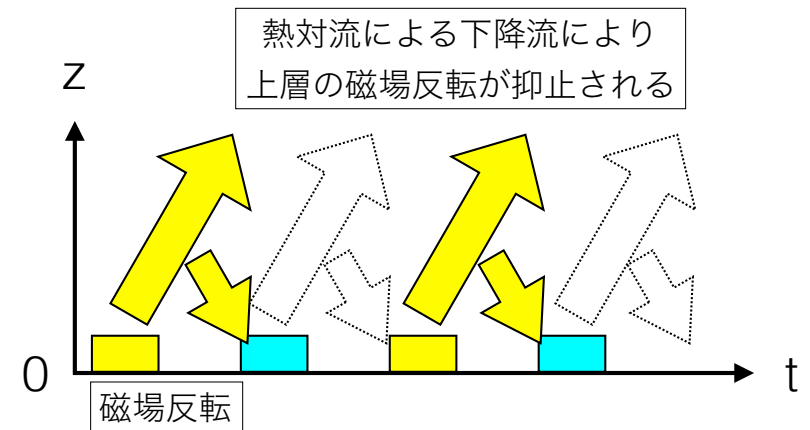
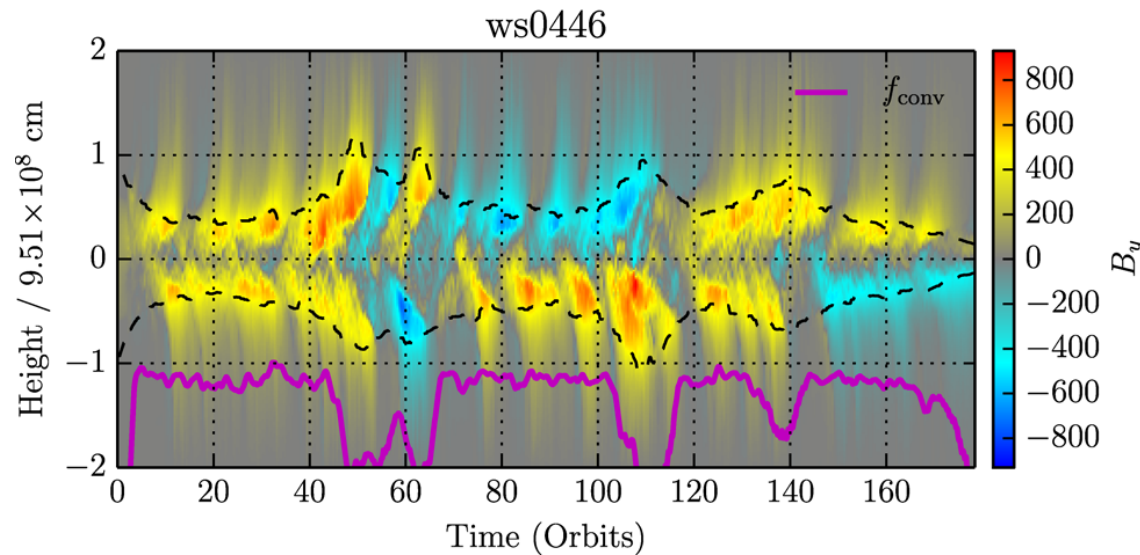
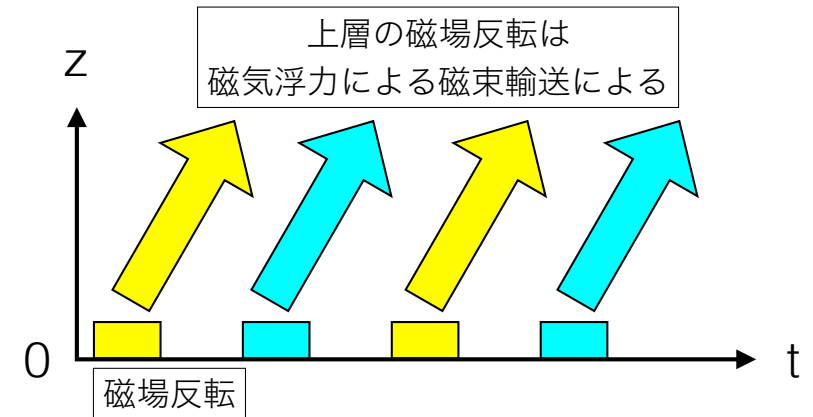
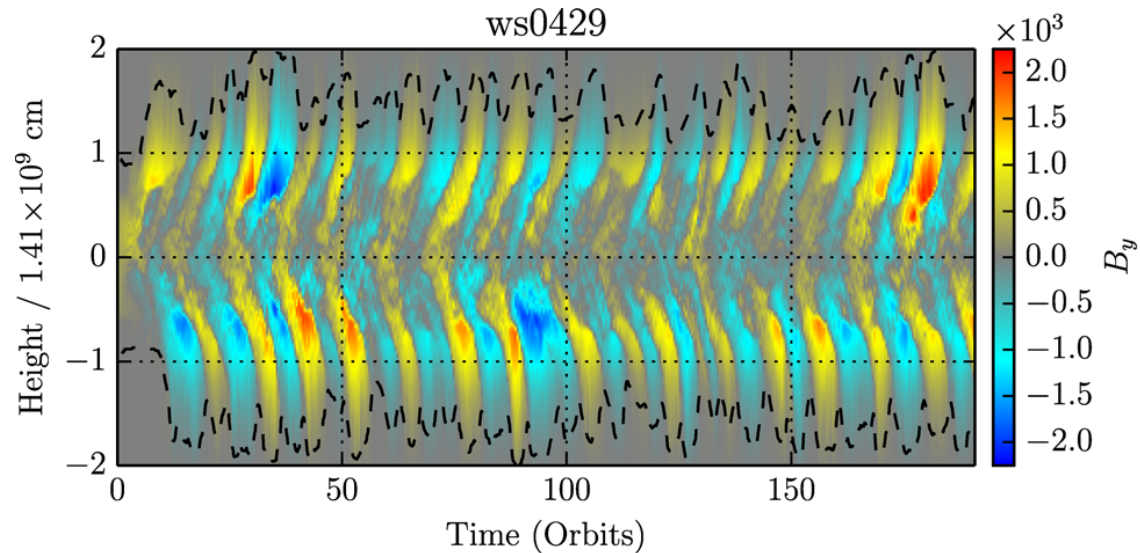


主に対流でエネルギーが運ばれる場合

Convective quenching of field reversals

Coleman+ 2017

主に輻射拡散でエネルギーが運ばれる場合

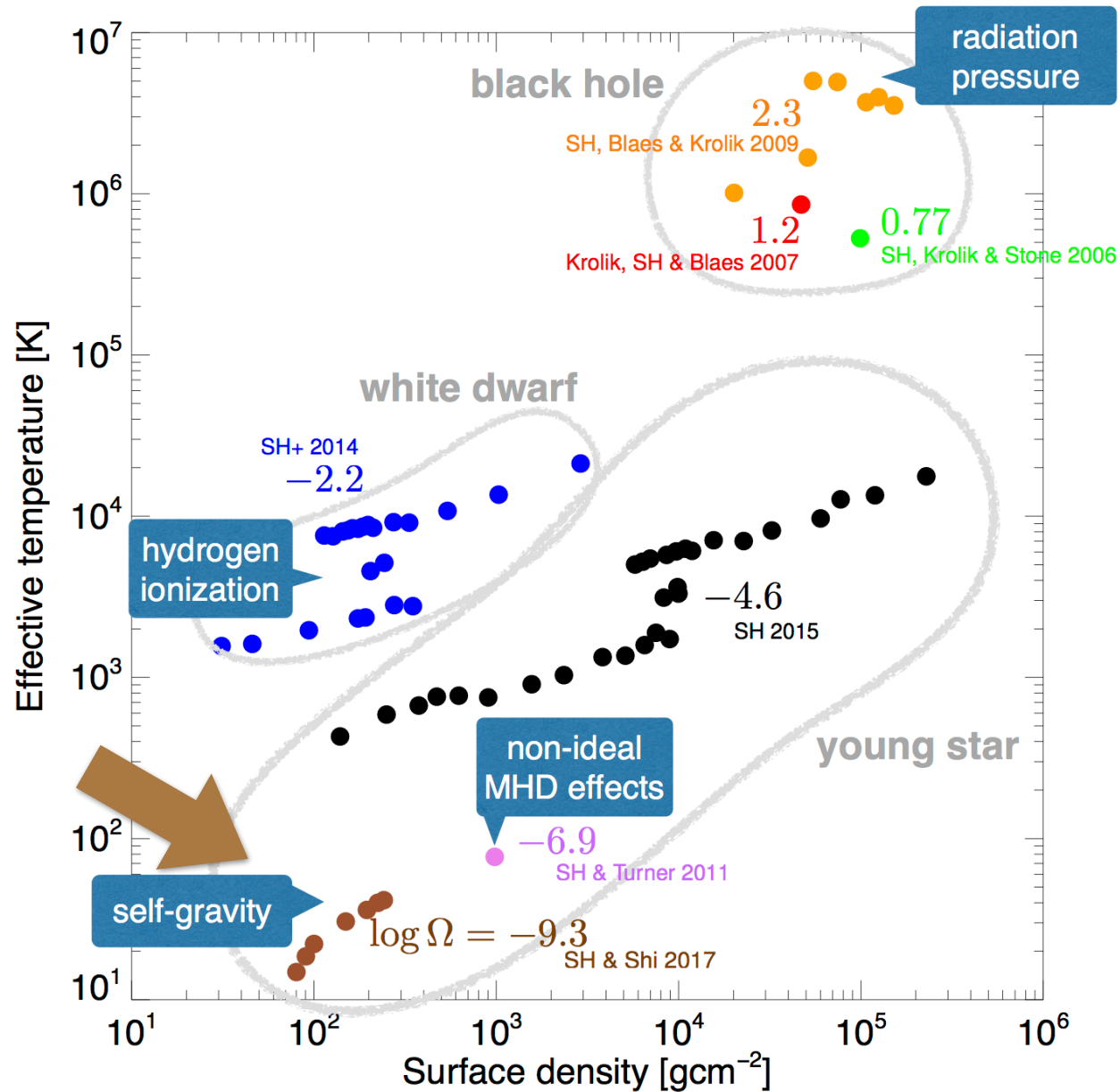


主に対流でエネルギーが運ばれる場合

まとめ：矮新星降着円盤（磁気乱流と熱対流の相互作用）

1. 観測から矮新星アウトバースト期の α 値は0.1~0.2と推定される。この値は、MRI数値計算から得られる α 値0.01~0.03と有意に異なる。
2. 高温ブランチの端（アウトバースト期の終わり）では、熱対流による垂直磁場の増幅と、熱対流による冷却効率の増幅により、MRIの飽和値が高められる（ $\alpha \sim 0.12$ ）
3. 熱対流の下降流により、MRIダイナモの特徴であるバタフライダイアグラムの磁場反転が抑止される。

原始惑星系円盤（自己重力による乱流と分裂条件）



降着円盤における重力不安定

- 回転と自己重力を考慮した音波の分散関係式 (Toomre 1964)

$$(\omega - m\Omega)^2 = c_s^2 (k - k_{\text{crit}})^2 + \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right)$$

$$\text{Toomre パラメータ } Q \equiv \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} < 1 \quad \text{不安定条件}$$

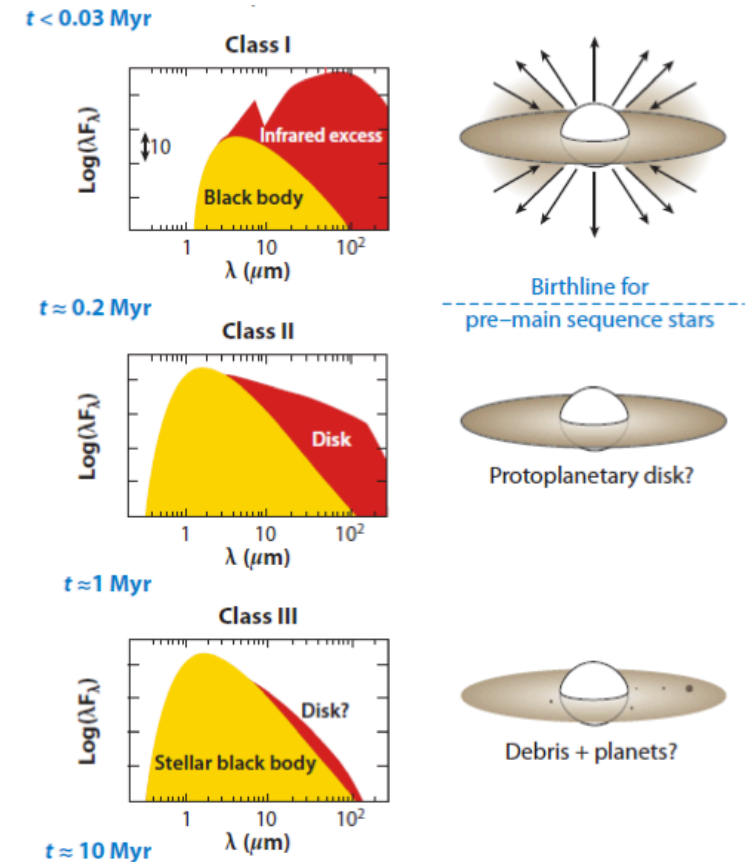
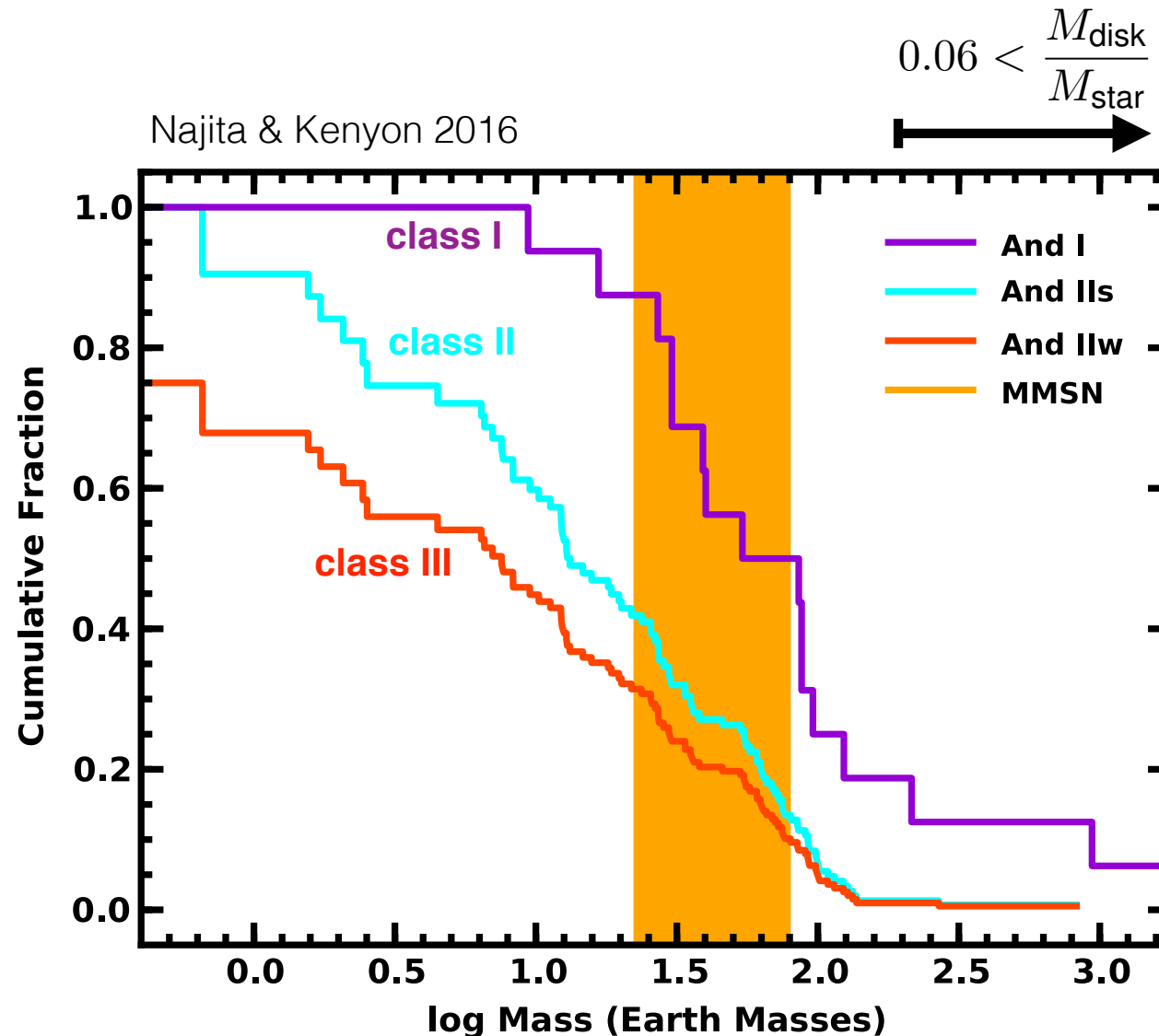
$$k_{\text{crit}} \equiv \frac{\pi G \Sigma}{c_s^2} \approx \frac{1}{QH} \quad \text{最大成長波数} \approx \text{スケールハイト}^{-1}$$

- 線形不安定条件 ($Q < 1$) を、円盤と中心星の質量比を用いて表すと

$$\frac{M_{\text{disk}}}{M_{\text{star}}} > 0.06 \left(\frac{f}{1}\right) \left(\frac{T}{10 \text{ K}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r}{100 \text{ AU}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_*}{M_{\odot}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

原始惑星系円盤質量の時間進化

- 初期段階では、ある程度の割合の原始惑星系円盤が、自己重力の影響が無視できない質量を持つことが推定される



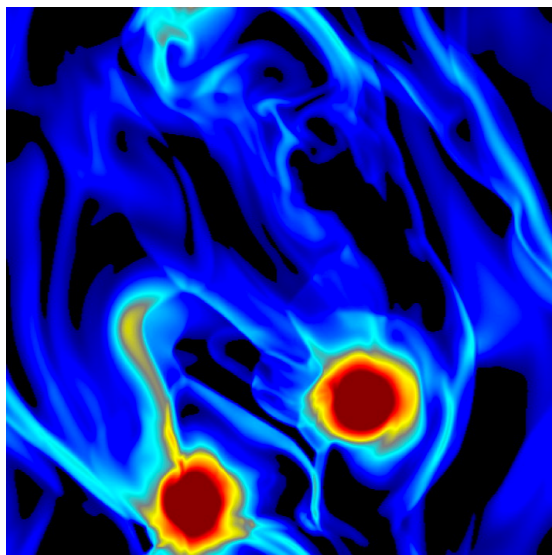
重力不安定の非線形発展: 重力乱流 vs. 分裂

- Gammie (2001) は、簡単化した冷却関数

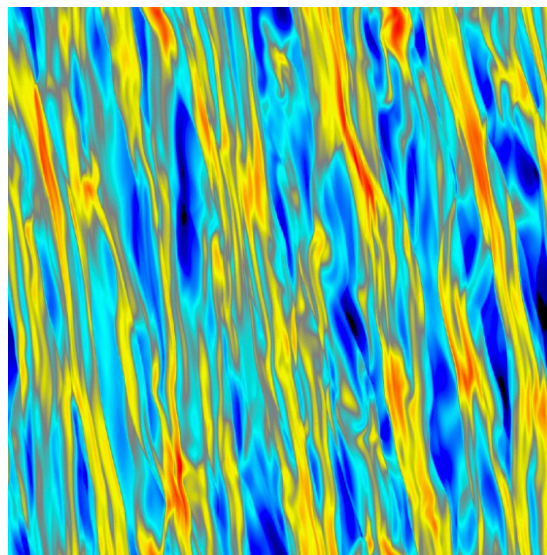
$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{e}{\beta \Omega^{-1}}, \quad \boxed{\beta \text{ cooling}}$$

を用いた局所数値計算を行い、冷却時間と力学時間の比 β によって、非線形発展が異なることを見出した:

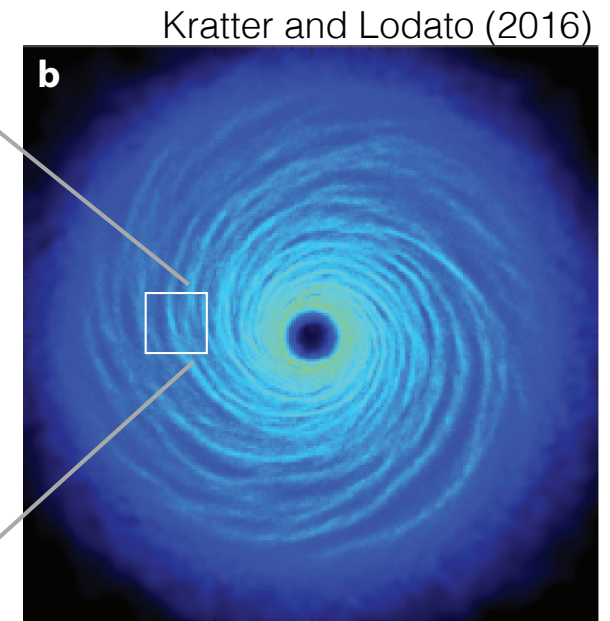
$$\begin{cases} \beta > 3 & \text{重力乱流 (局所熱平衡)} \Rightarrow \text{シアストレス起源} \\ \beta < 3 & \text{分裂} \Rightarrow \text{伴星・惑星形成.} \end{cases}$$



$\beta = 2$ (冷却が強いとき)

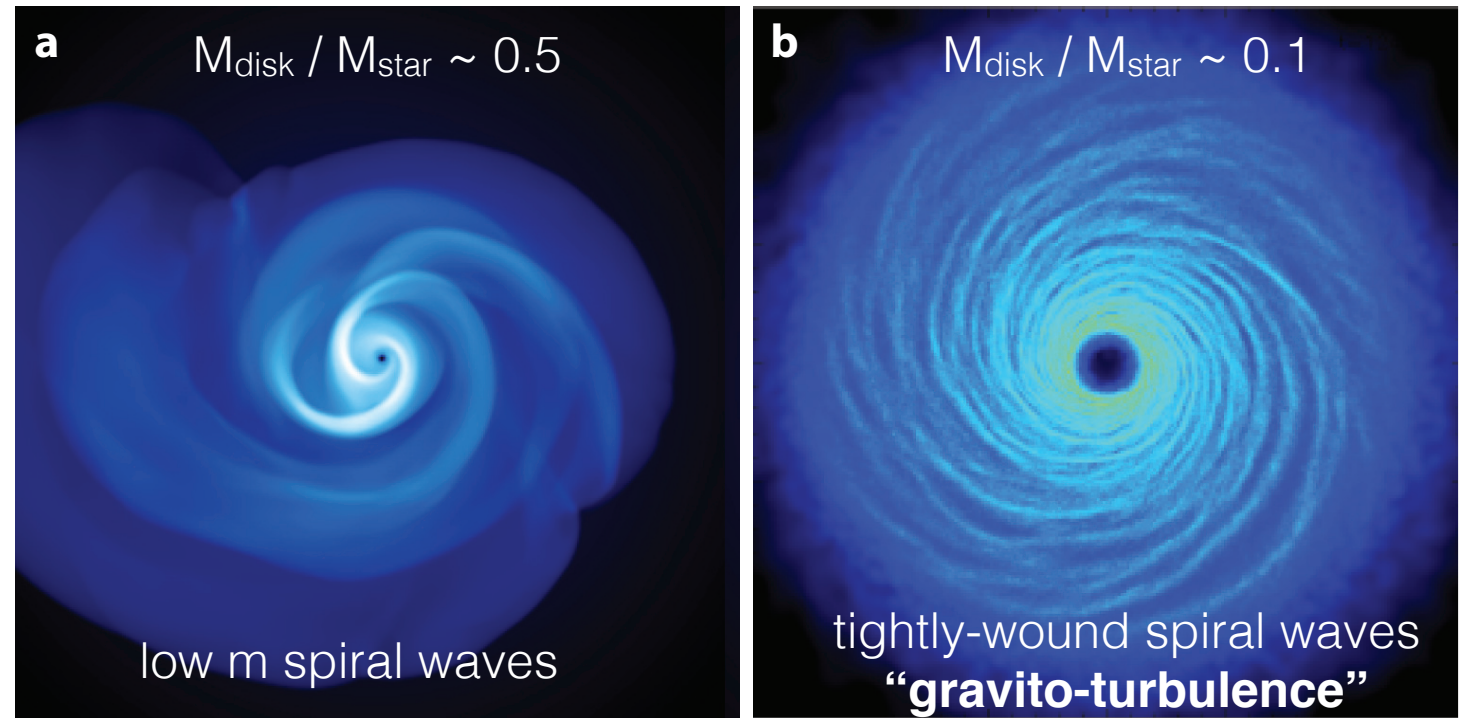


$\beta = 10$ (冷却が弱いとき)



Locality of transport depends on $M_{\text{disk}} / M_{\text{star}}$

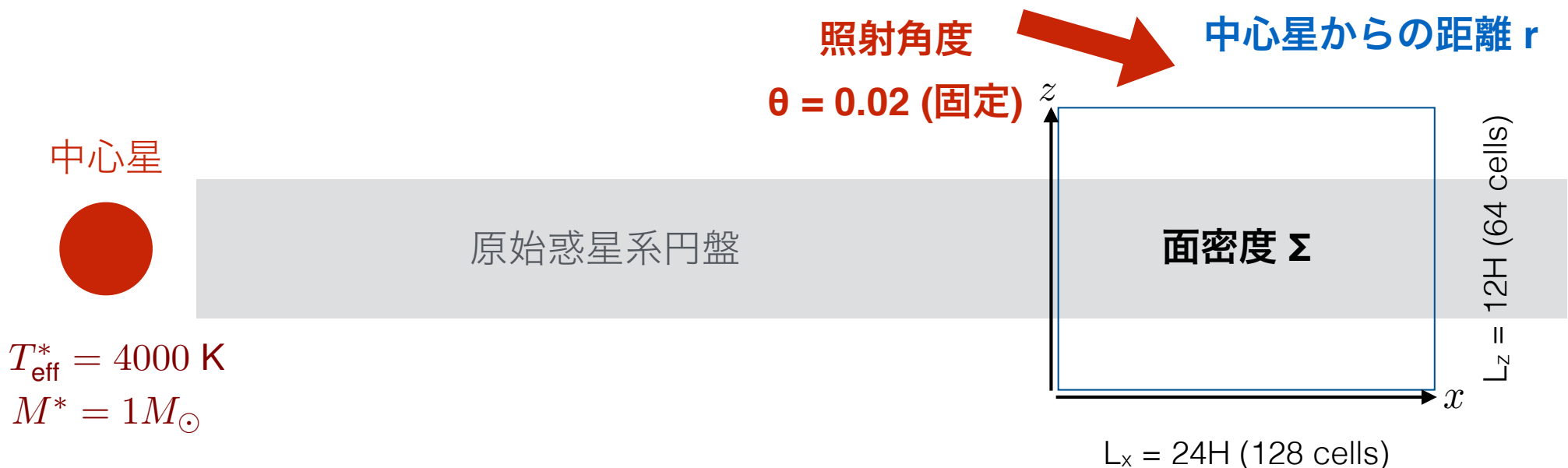
Kratter and Lodato (2016)



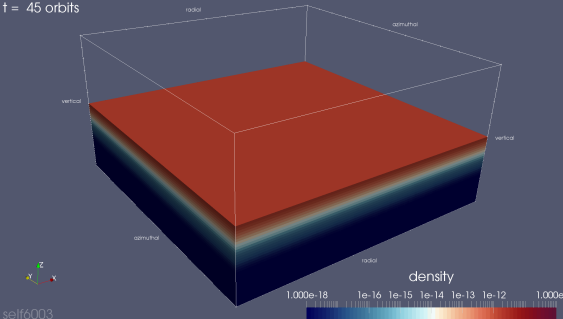
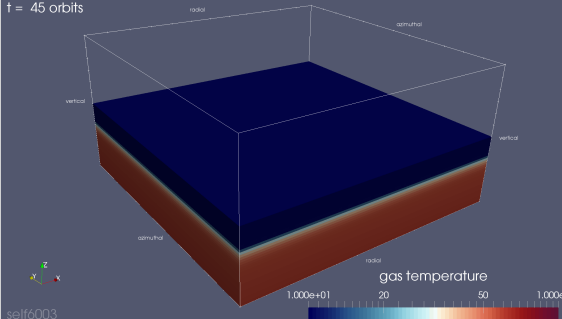
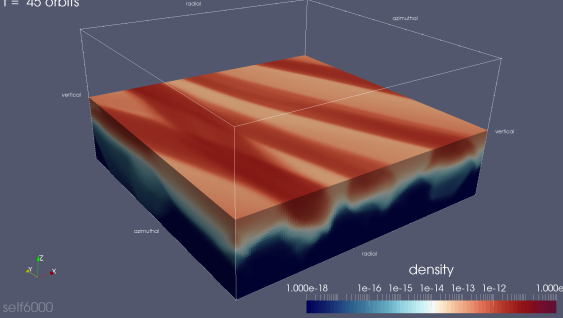
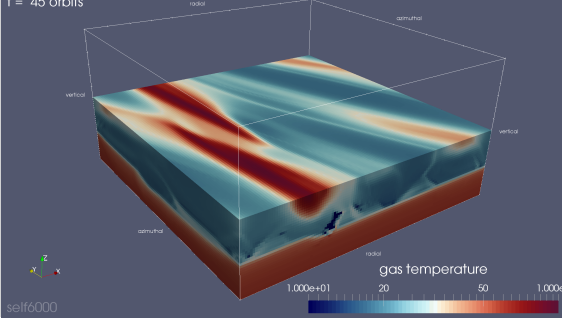
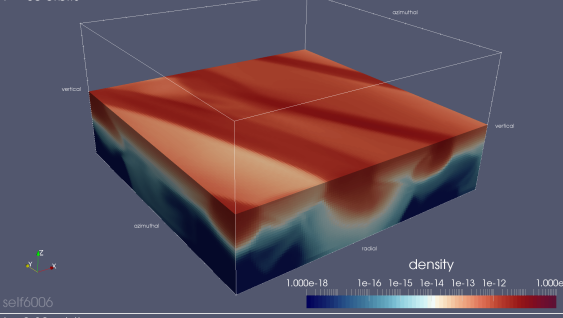
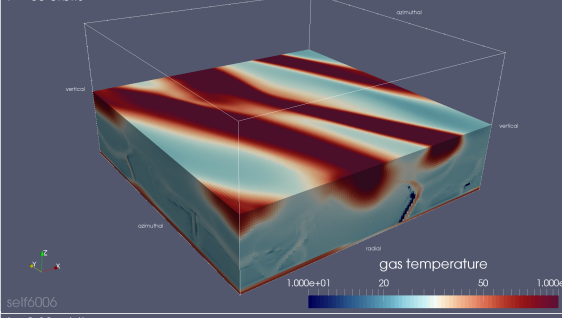
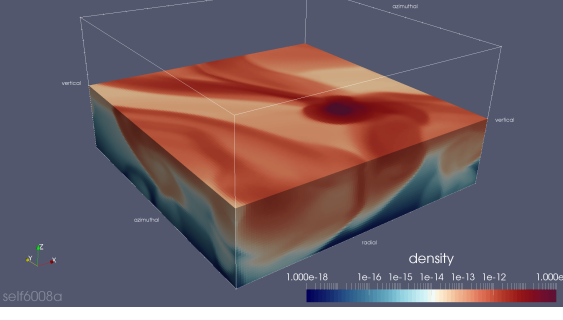
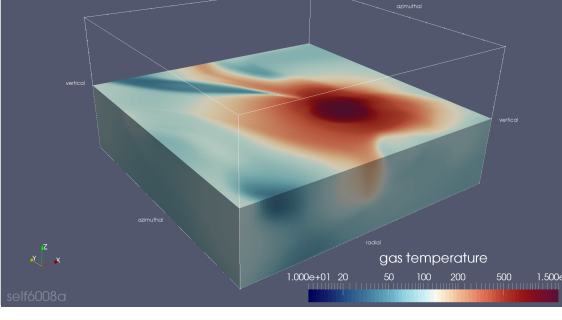
$M_{\text{disk}} / M_{\text{star}}$	large	small
energy transport	non-local	local 局所熱平衡

本研究の目的と手法

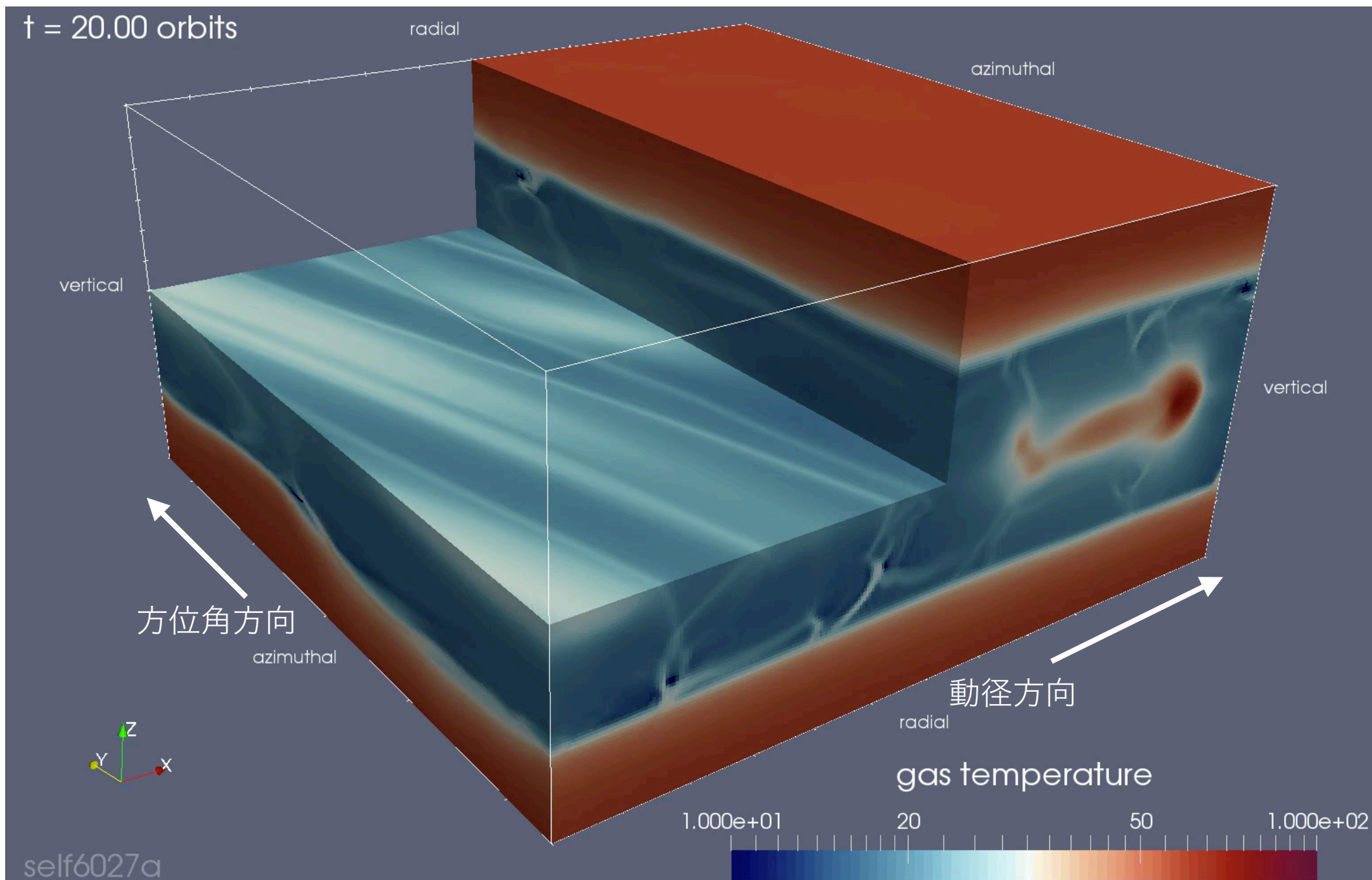
- 現実的な熱力学（輻射冷却・状態方程式・中心星からの可視光輻射）に基づいて、原始惑星系円盤における重力不安定の非線形発展を調べる
- シアリングボックスを用いて 3 次元輻射流体力学計算を行う
 - 初期に成層した層流に、擾乱を与えてその非線形発展を追う
 - 計算パラメータは、中心星からの距離 r と、面密度 Σ （あるいは換算して $M_{\text{disk}}/M_* = \pi r^2 \Sigma / M_*$ ）のみ
 - 面密度 Σ は、 $0.06 < M_{\text{disk}}/M_* < 0.25$ の範囲を考える



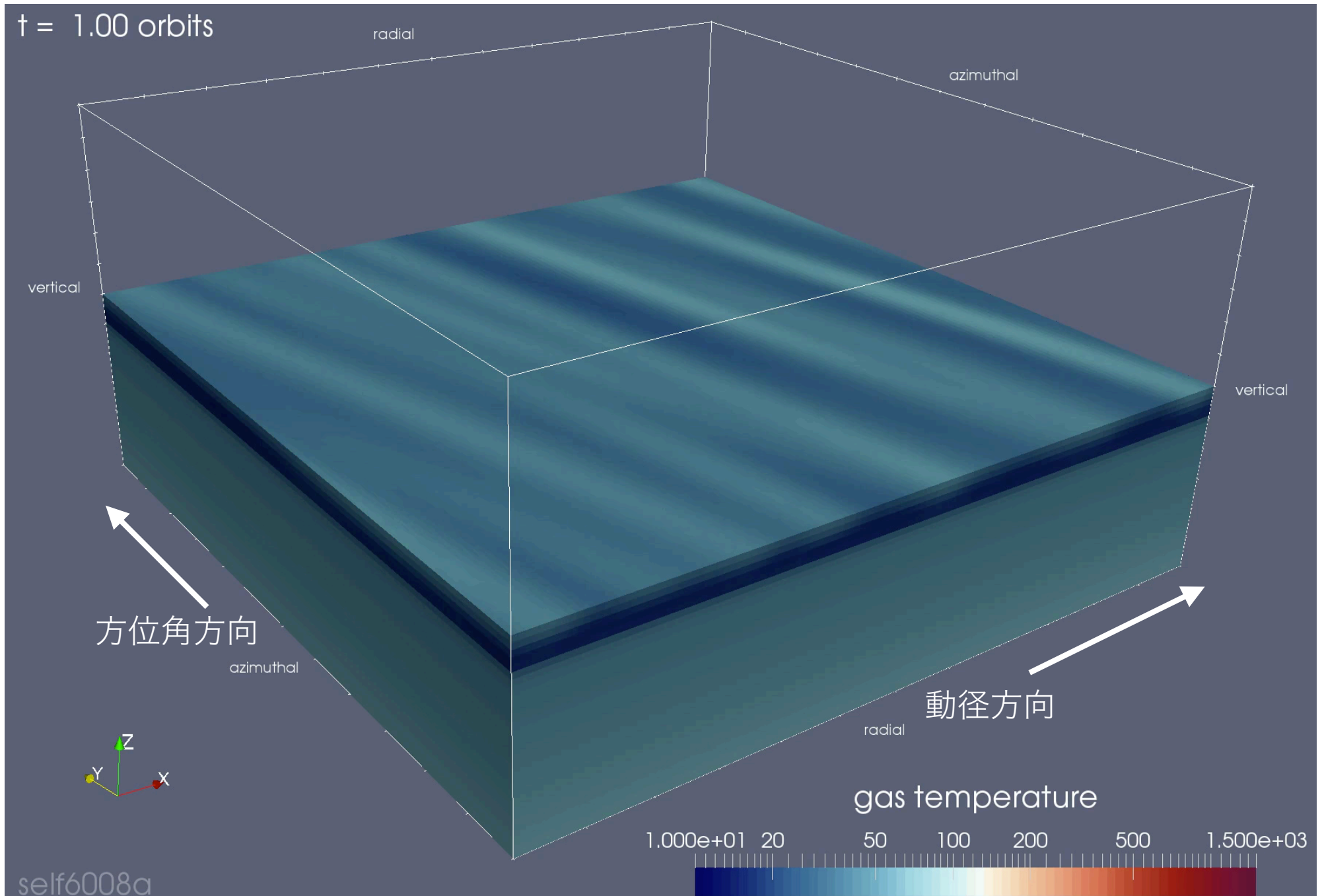
非線形発展の面密度 Σ 依存性 at 50 AU

$\Sigma \text{ gcm}^{-2}$	M_d / M_*	density	temperature	outcome
60 $Q_0 = 1.1$	0.05	$t = 45 \text{ orbits}$  self6003	$t = 45 \text{ orbits}$  self6003	laminar flow
100 $Q_0 = 0.66$	0.08	$t = 45 \text{ orbits}$  self6000	$t = 45 \text{ orbits}$  self6000	gravito-turbulence
200 $Q_0 = 0.33$	0.17	$t = 60 \text{ orbits}$  self6006	$t = 60 \text{ orbits}$  self6006	gravito-turbulence
300 $Q_0 = 0.22$	0.26	$t = 2.39 \text{ orbits}$  self6008a	$t = 2.39 \text{ orbits}$  self6008a	fragmentation

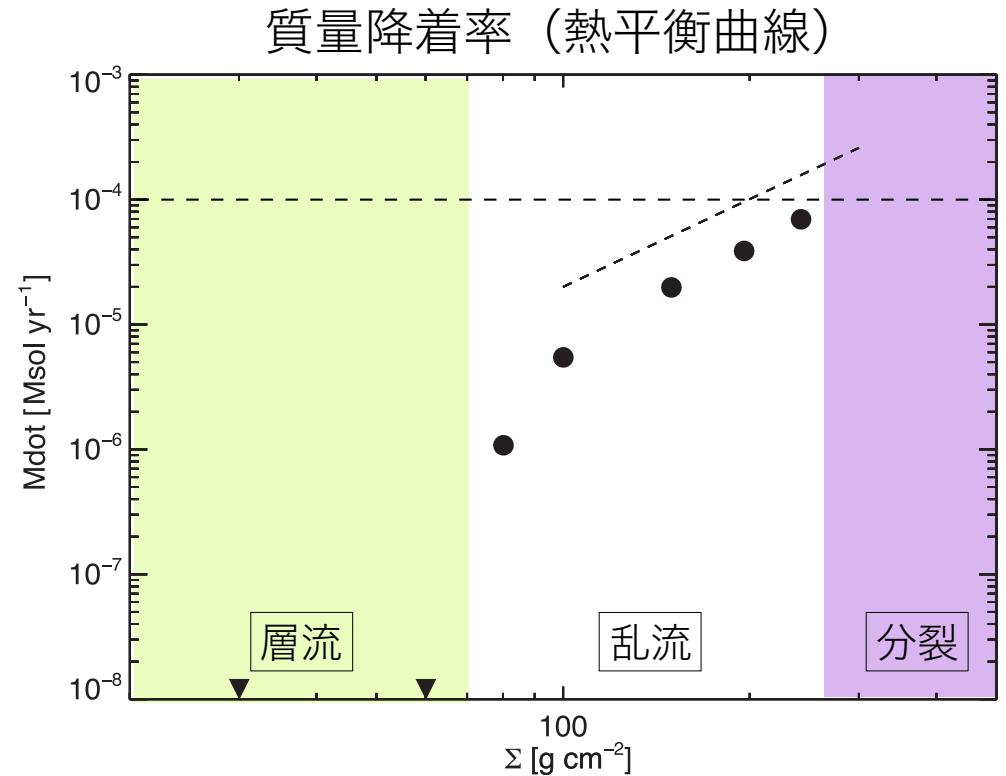
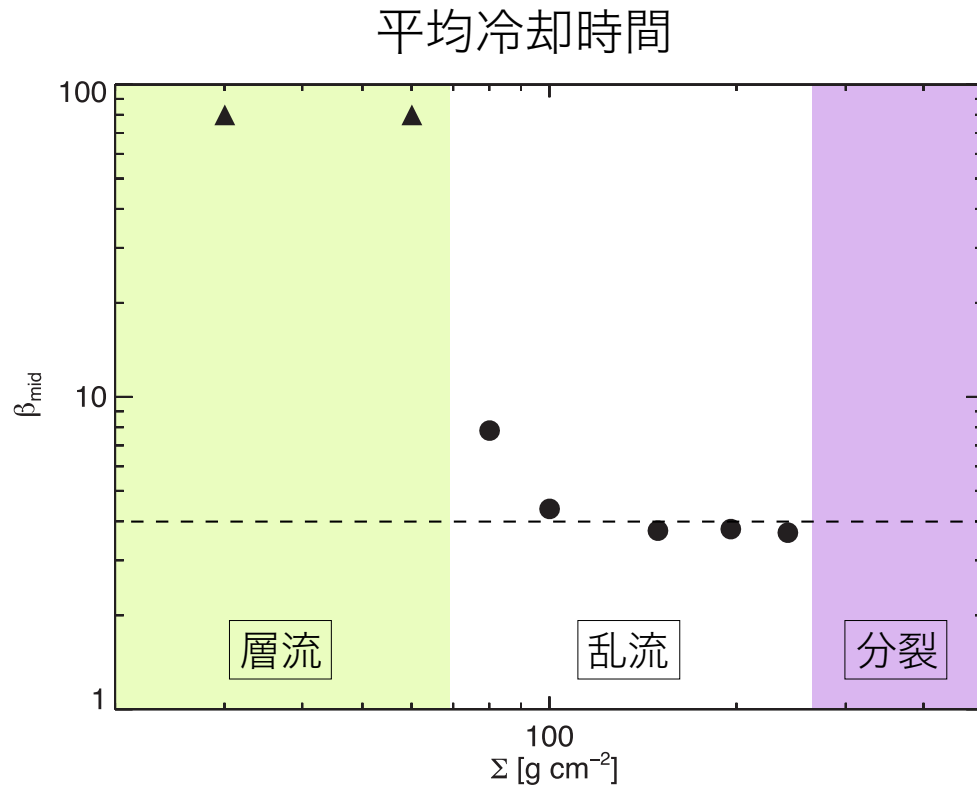
$\Sigma = 100 \text{ gcm}^{-2}$ の場合：重力乱流が維持される



$\Sigma = 300 \text{ gcm}^{-3}$ の場合：初期発展で分裂が起こる

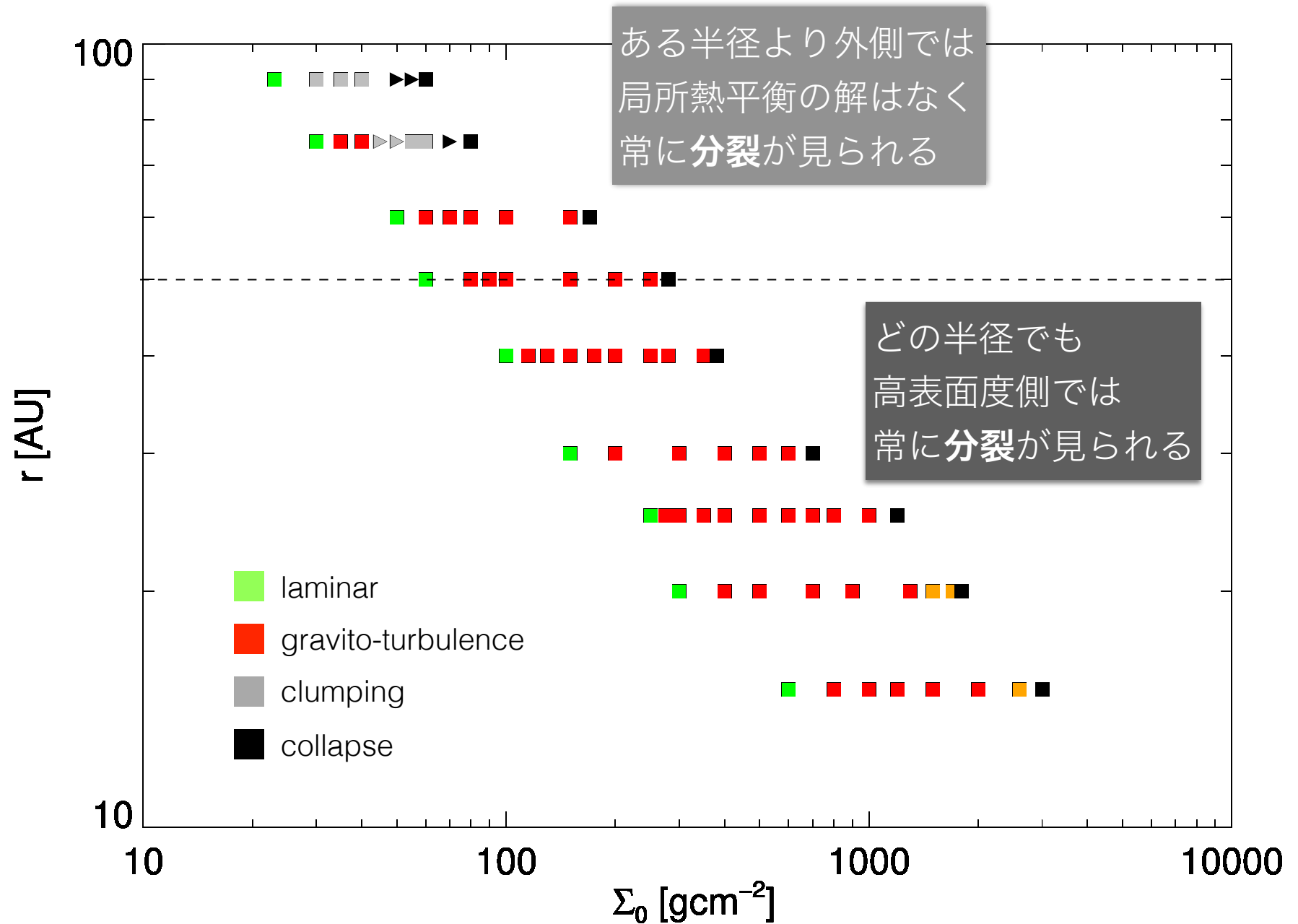


平均冷却時間と質量降着率の面密度依存性 at $r = 50\text{AU}$

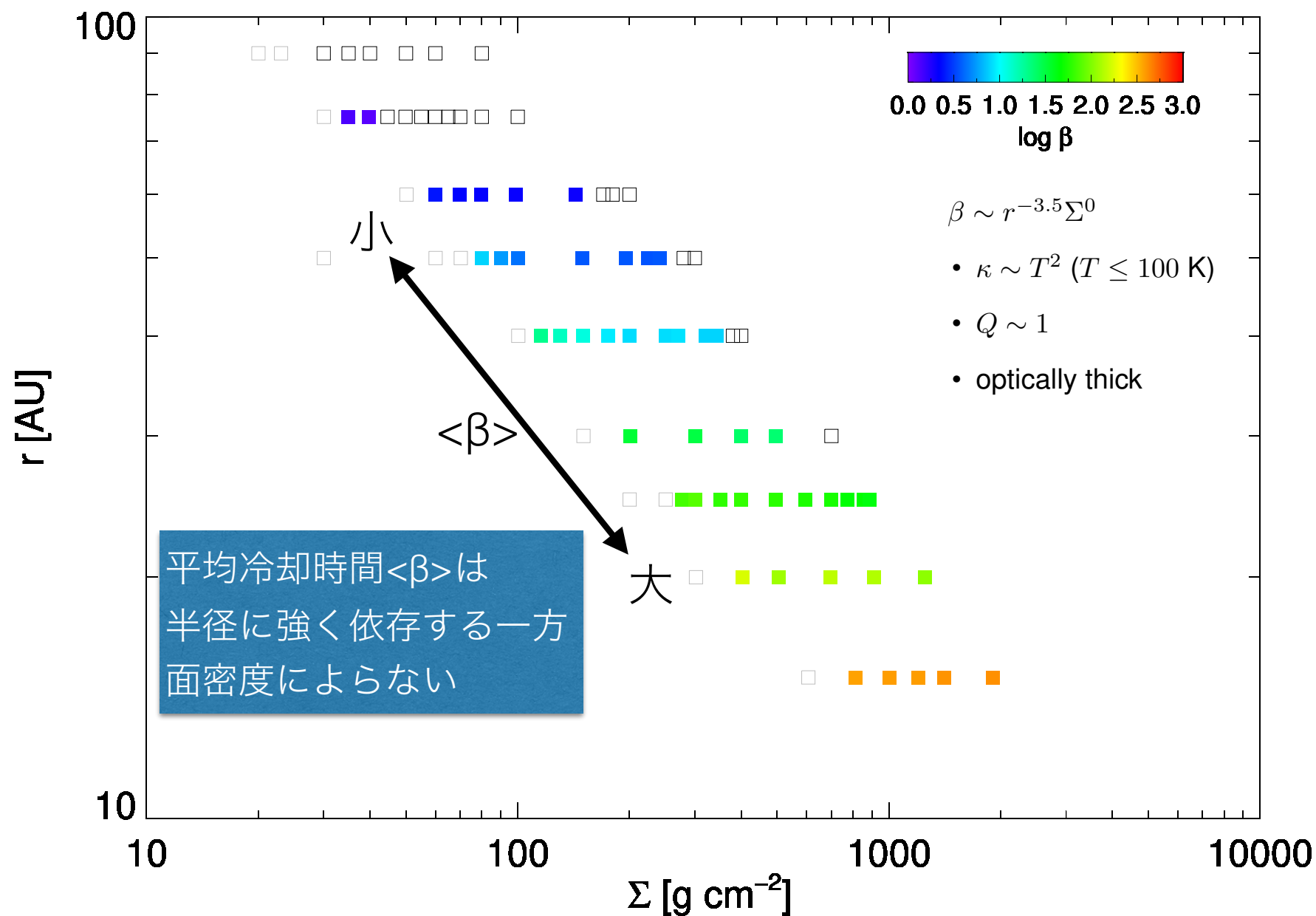


- ある面密度 Σ の範囲で、**乱流 = 局所熱平衡**（標準降着円盤的描像）が成り立つ
 - 平均冷却時間はほぼ一定 $\langle \beta \rangle \sim 4$
 - 質量降着率 $\dot{M} \sim \Sigma^{7/3}$
- 乱流から分裂への遷移は、平均冷却時間 $\langle \beta \rangle$ とは無関係のように見える
- 乱流（GI の非線形発展）が維持できる質量降着率には上限がある

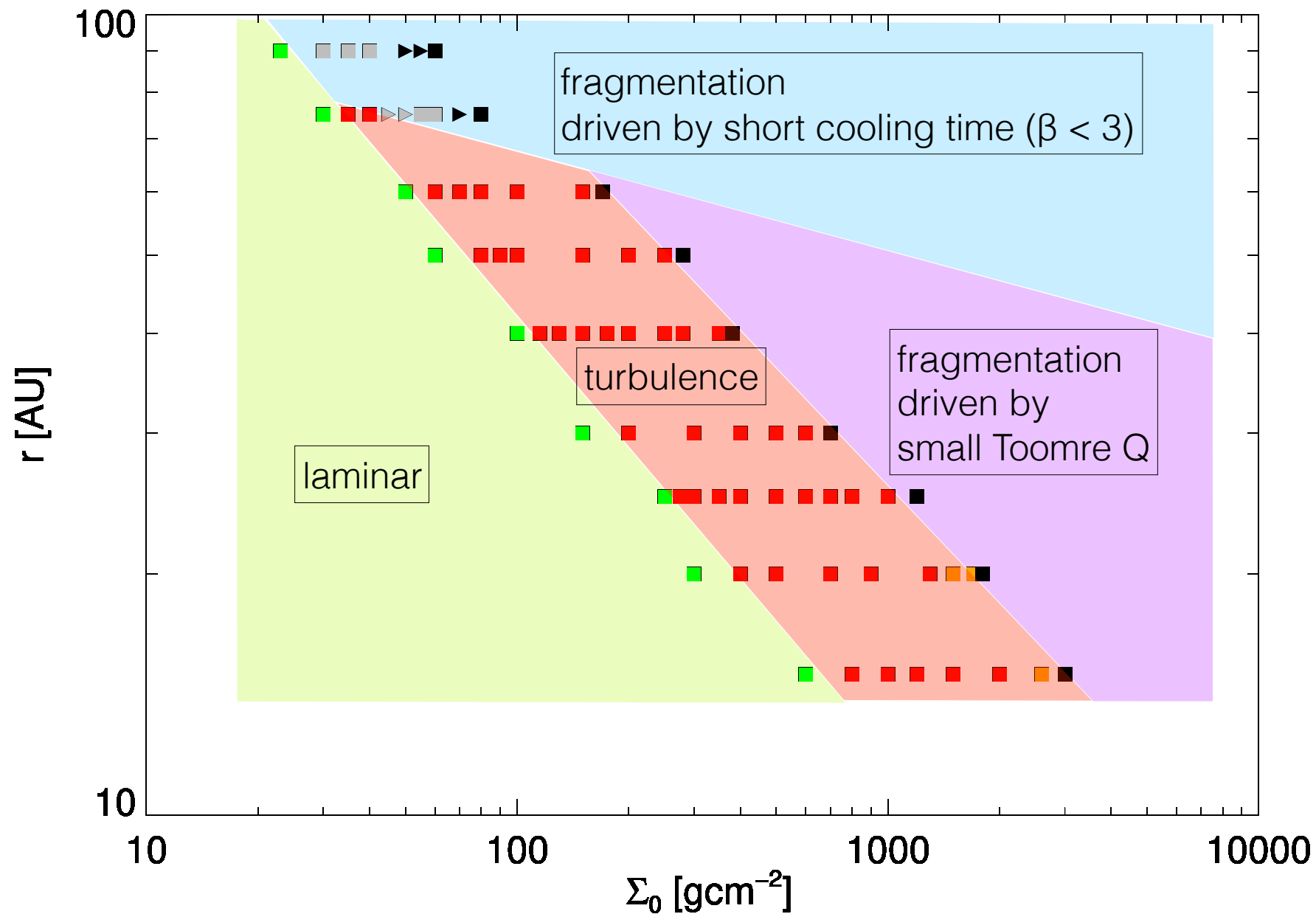
非線形発展の面密度・半径依存性と分裂条件



平均冷却時間 $\langle\beta\rangle$ の面密度・半径依存性



原始惑星系円盤における重力不安定非線形発展の相図



まとめ：原始惑星系円盤（自己重力による乱流と分裂条件）

1. 初期段階の原始惑星系円盤では自己重力が重要となる。
2. およそ半径90AU以下では、重力不安定の非線形発展による密度波の散逸と輻射冷却が釣り合う（局所熱平衡が成り立つ）ような面密度の範囲が存在する。
3. およそ半径90AU以上では、冷却時間が（動的時間に比べて十分）短いため、重力不安定の非線形発展の結果、常に分裂が起きる。
4. およそ半径90AU以下でも、十分面密度を大きくすると（Toomre Q値を下げると）「乱流」は維持できず、分裂が起きうる。

まとめ： 第一原理計算による標準降着円盤の熱平衡曲線

