

2000年天文天体物理夏の学校における講演を
元に少し改訂

天体MHD数値シミュレーション の魅力と魔力

柴田一成

京大理花山天文台

本講演の内容

1. はじめに
2. 天体MHD現象のおもしろさ
3. 天体MHDシミュレーションは超困難
4. 天体MHDシミュレーションの魅力
5. 天体MHDシミュレーションの魔力。はまると危険(落とし穴の数々)
6. むすび:ノーベル賞課題(超難問)に挑戦せよ

1. はじめに

天体MHDシミュレーションとは？

天体現象への応用を目的として、
時間に依存する電磁流体(MHD)
方程式を数値的に解くこと。

シミュレーション = 数値実験

天体MHDシミュレーションを取り 巻く迷信・偏見の数々

- 1) シミュレーションは何でも解決してくれる
- 2) シミュレーションは、境界条件をうまく選べば必ず望む結果を出してくれる
- 3) シミュレーションは、簡単である。頭が悪い
- 4) シミュレーションは、きれいな絵やムービーを見せて人をだまそうとする手段である

迷信にまどわされるな

- 1) MHDシミュレーションは、万能ではない。
- 2) MHDシミュレーションでは、境界条件をコントロールするのは至難のワザ。
- 3) MHDシミュレーションは、流体シミュレーションの10倍くらい困難。精神力、体力が必要。
- 4) シミュレーション・ムービーは、実におもしろくて役に立つ。人(または自分)を「だます」のではなく、「教育する」。

私の場合

- 大学院に入りたての頃、コンピュータにも、シミュレーションにも全く興味はなかった。
FORTRANも知らなかった。

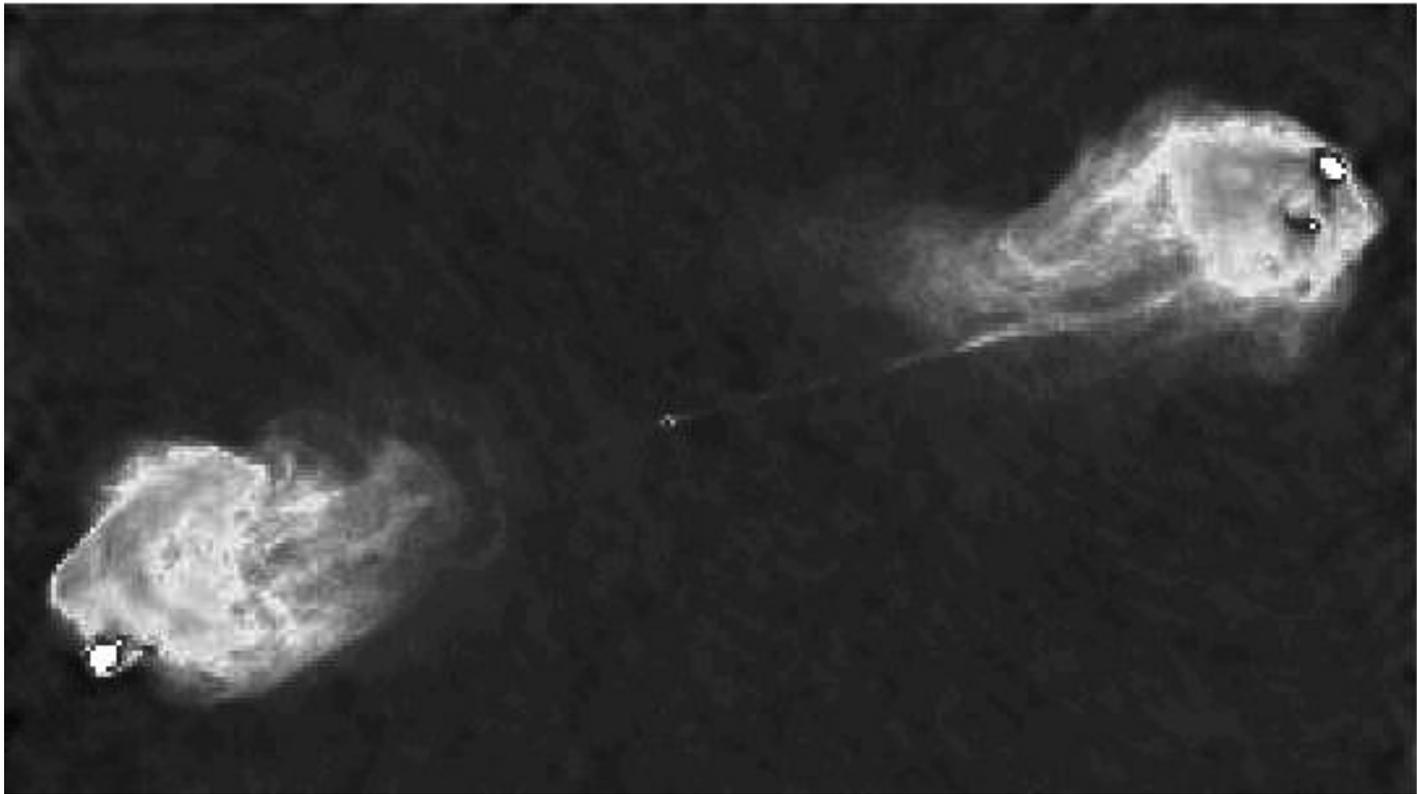
そんな私が、いかにして、天体MHDシミュレーションに、はまっていったか、本日はその魅力と魔力について語りたい

2. 天体MHD現象のおもしろさ

- 天体MHD現象の代表例
 - 宇宙ジェット (AGN、連星系、原始星)
 - 太陽フレア・ジェット
- まずは、魅惑あふれる画像とムービーを見よう

宇宙ジェット

(活動銀河核ジェット: 電波銀河 Cyg A
with VLA)

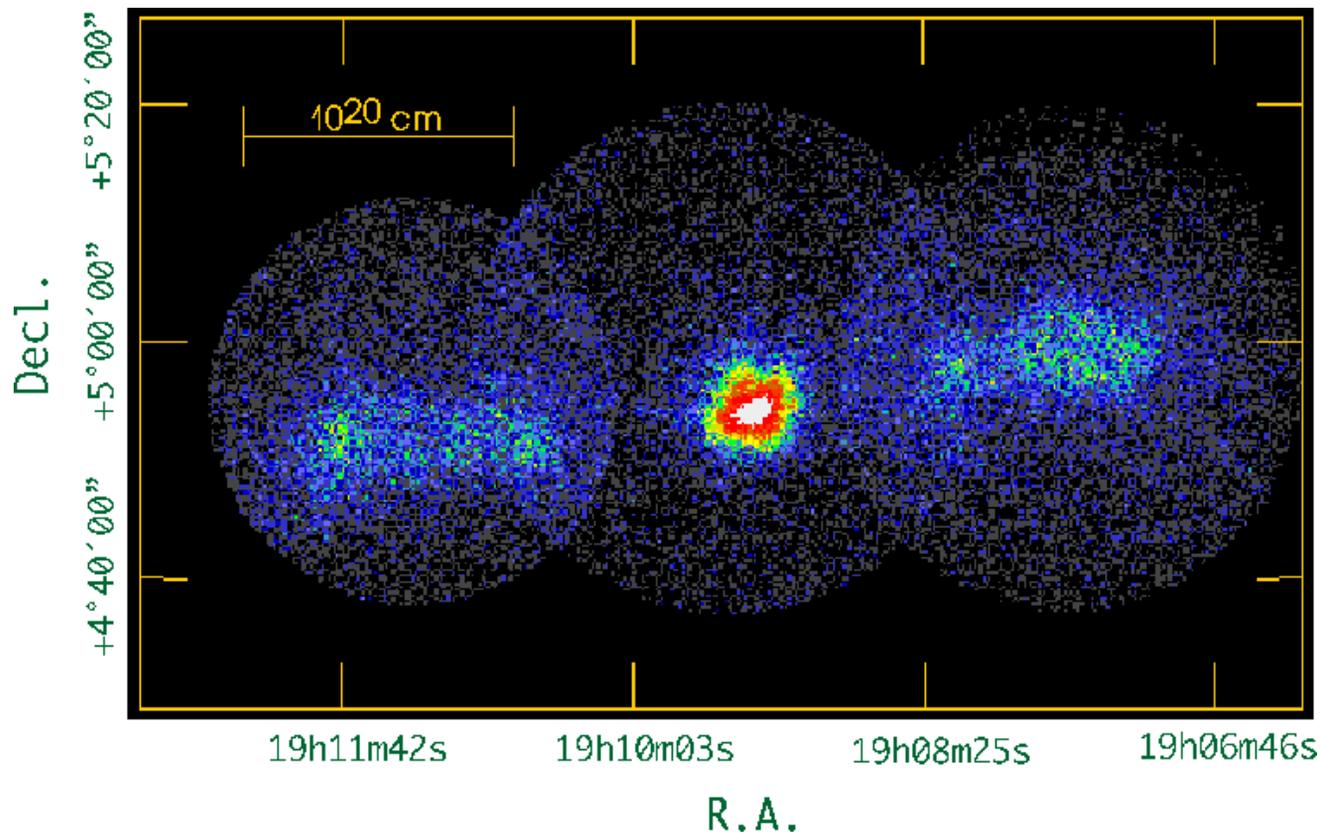


宇宙ジェット

(原始星ジェット: HH1-2
with HST)



宇宙ジェット (連星系ジェット: SS433 with ASCA)

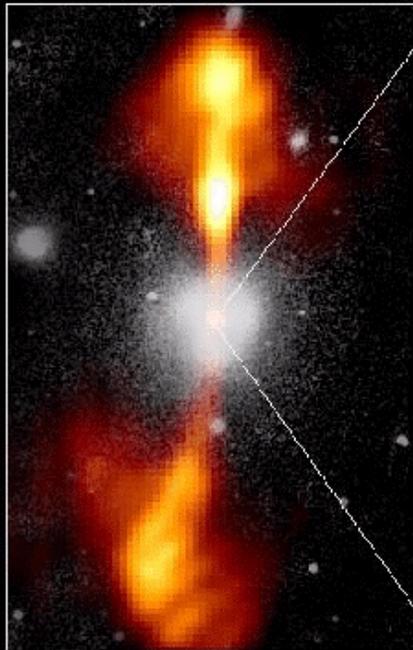


宇宙ジェットと降着円盤 (活動銀河核ジェット)

Core of Galaxy NGC 4261

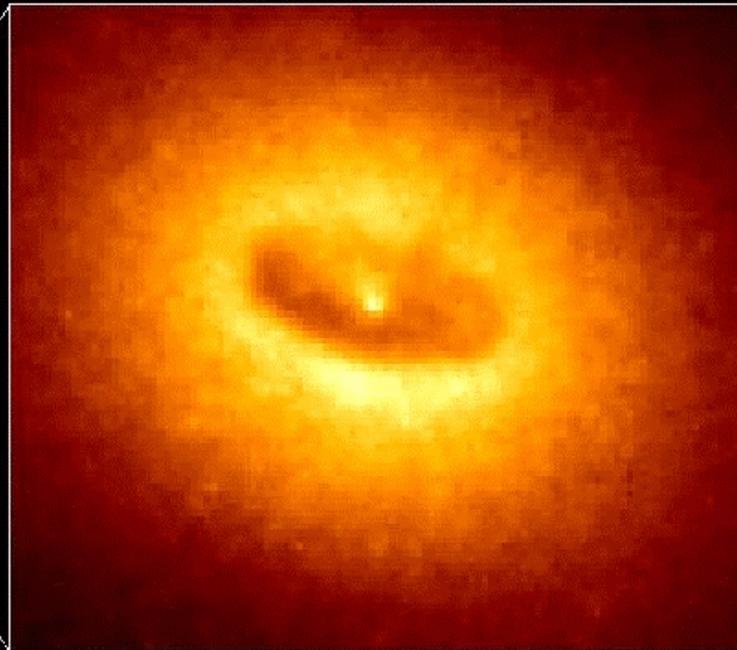
Hubble Space Telescope
Wide Field / Planetary Camera

Ground-Based Optical/Radio Image



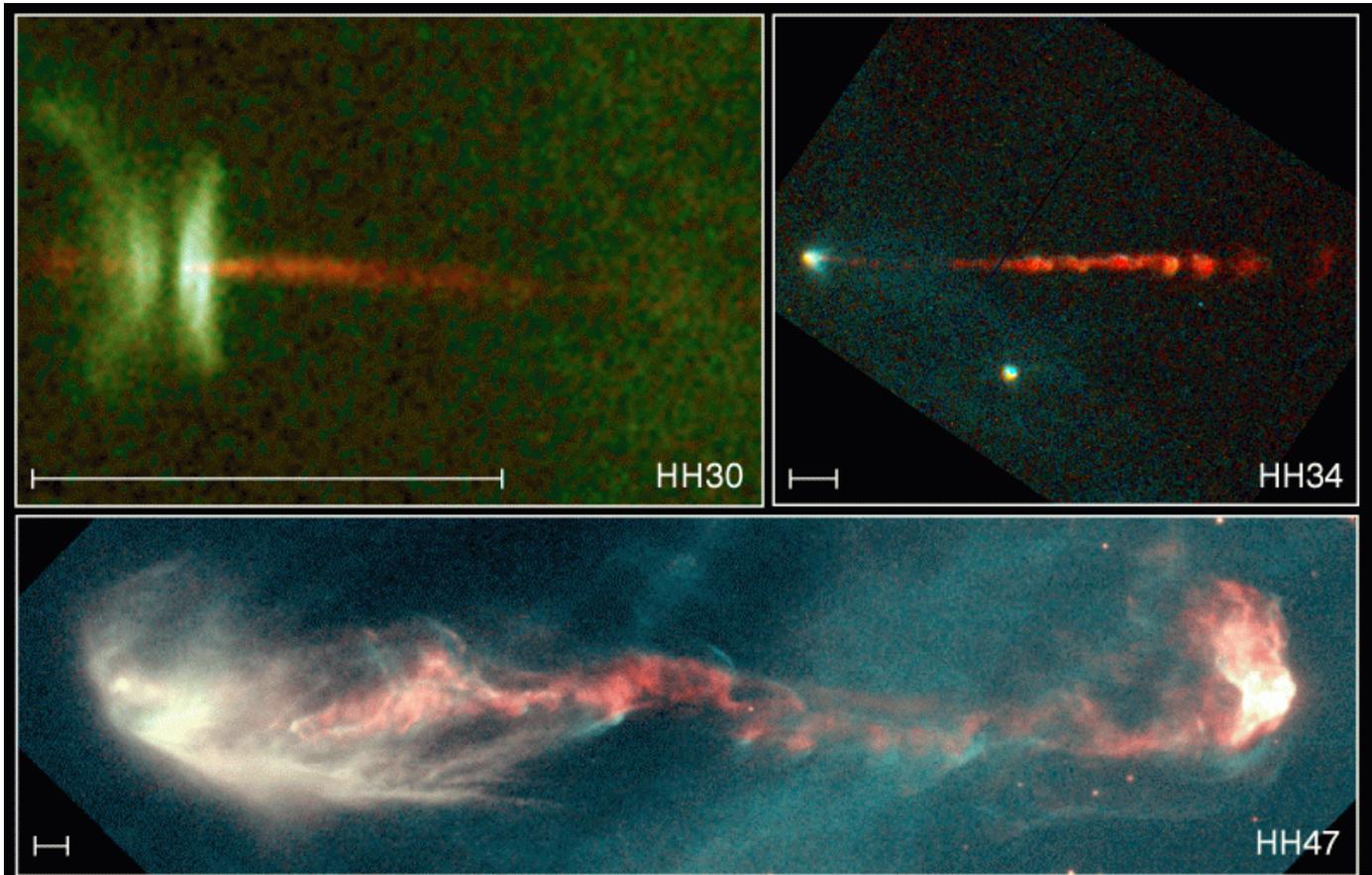
380 Arc Seconds
88,000 LIGHTYEARS

HST Image of a Gas and Dust Disk



17 Arc Seconds
400 LIGHTYEARS

宇宙ジェットと降着円盤 (原始星ジェット)



Jets from Young Stars

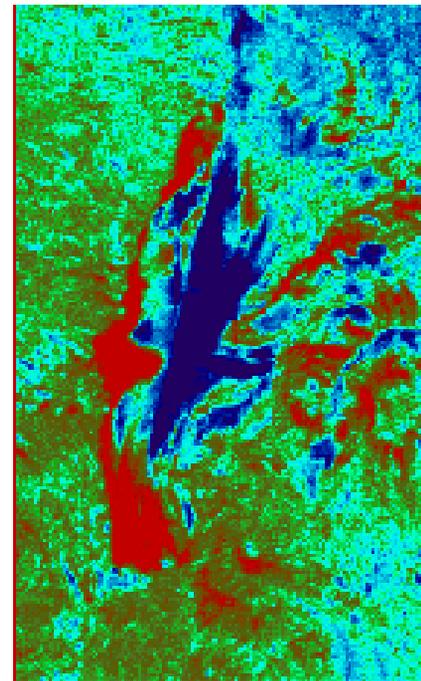
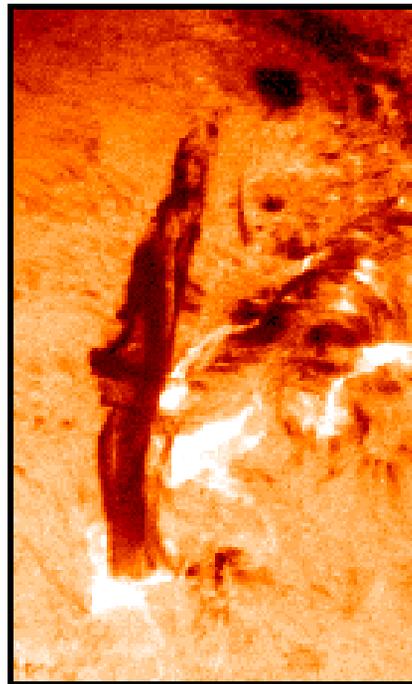
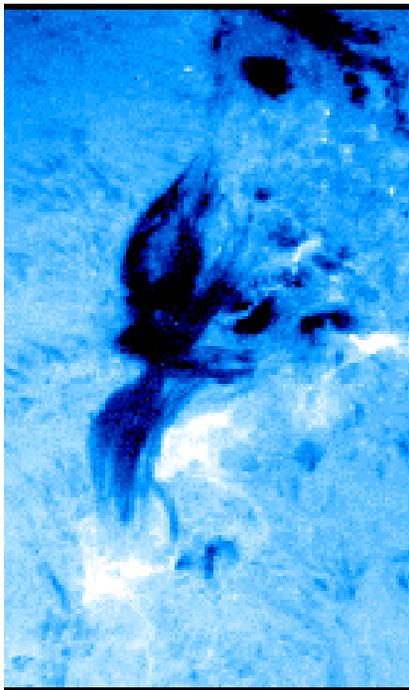
HST · WFPC2

PRC95-24a · ST Scl OPO · June 6, 1995

C. Burrows (ST Scl), J. Hester (AZ State U.), J. Morse (ST Scl), NASA

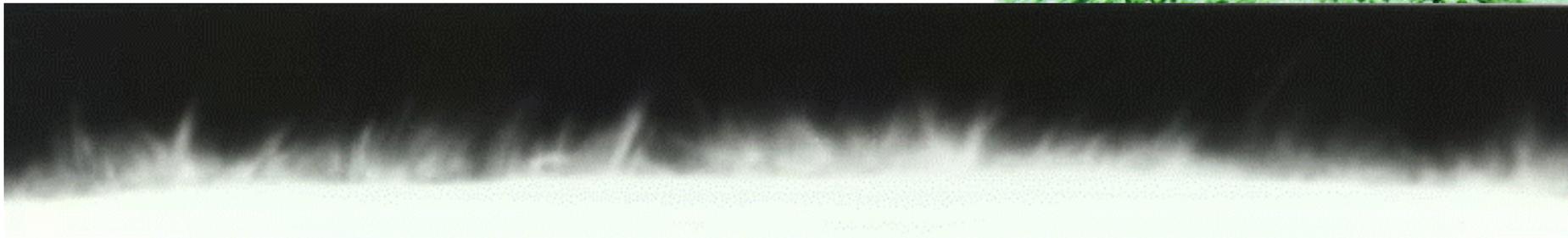
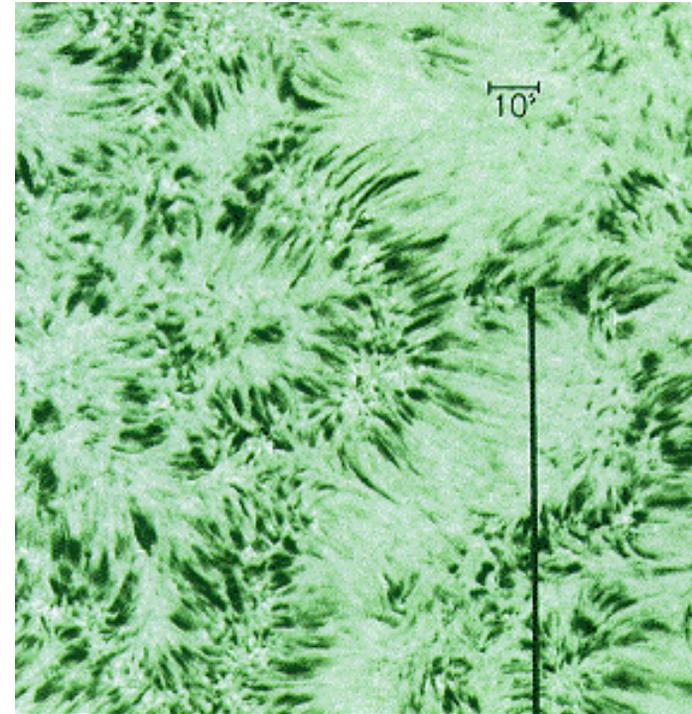
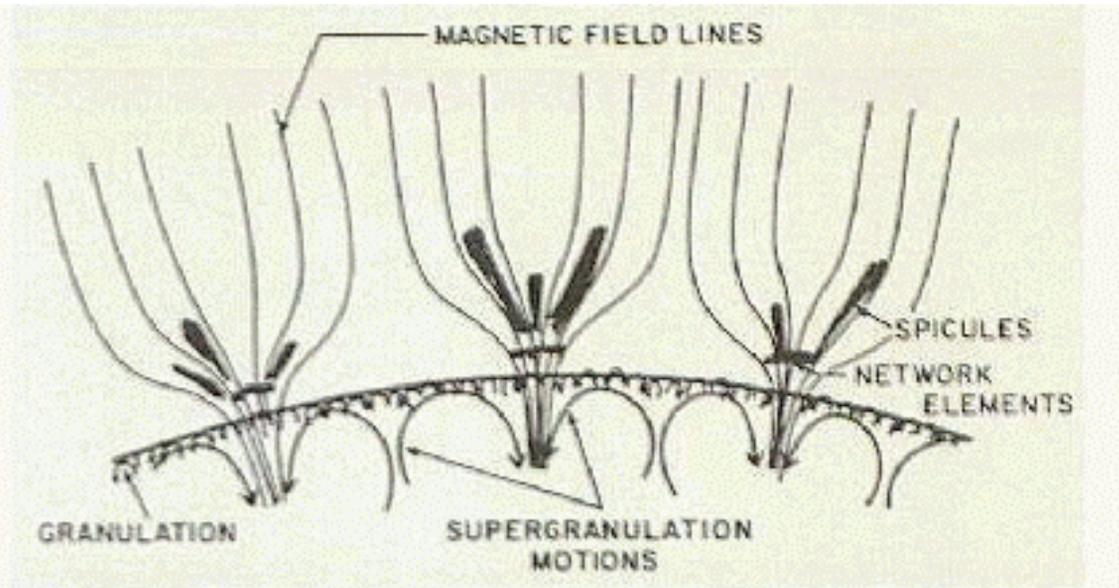
太陽ジェット ($H\alpha$)

(京大飛騨天文台: Kurokawa et al. 1988)

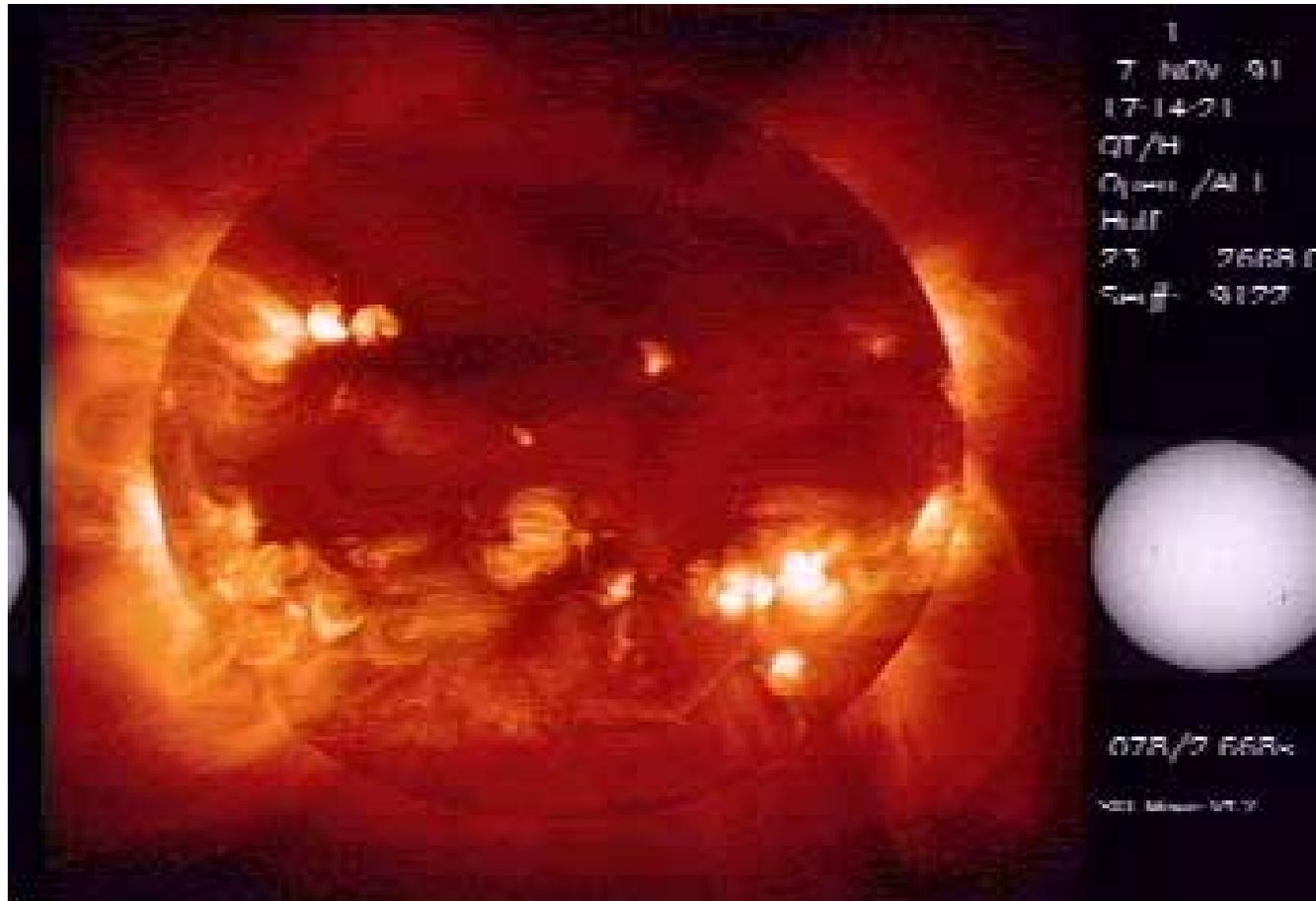


回転しながら噴出している

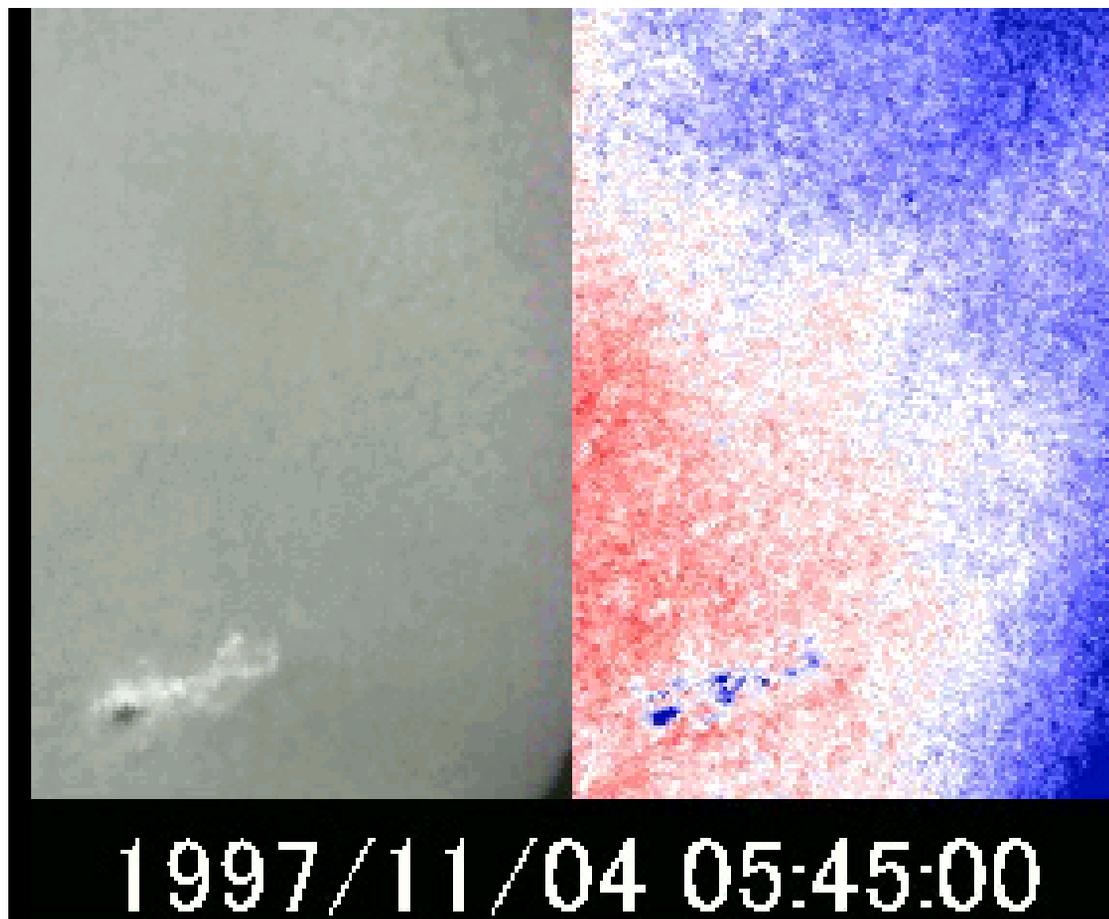
太陽スピキュール (彩層の超音速ジェット)



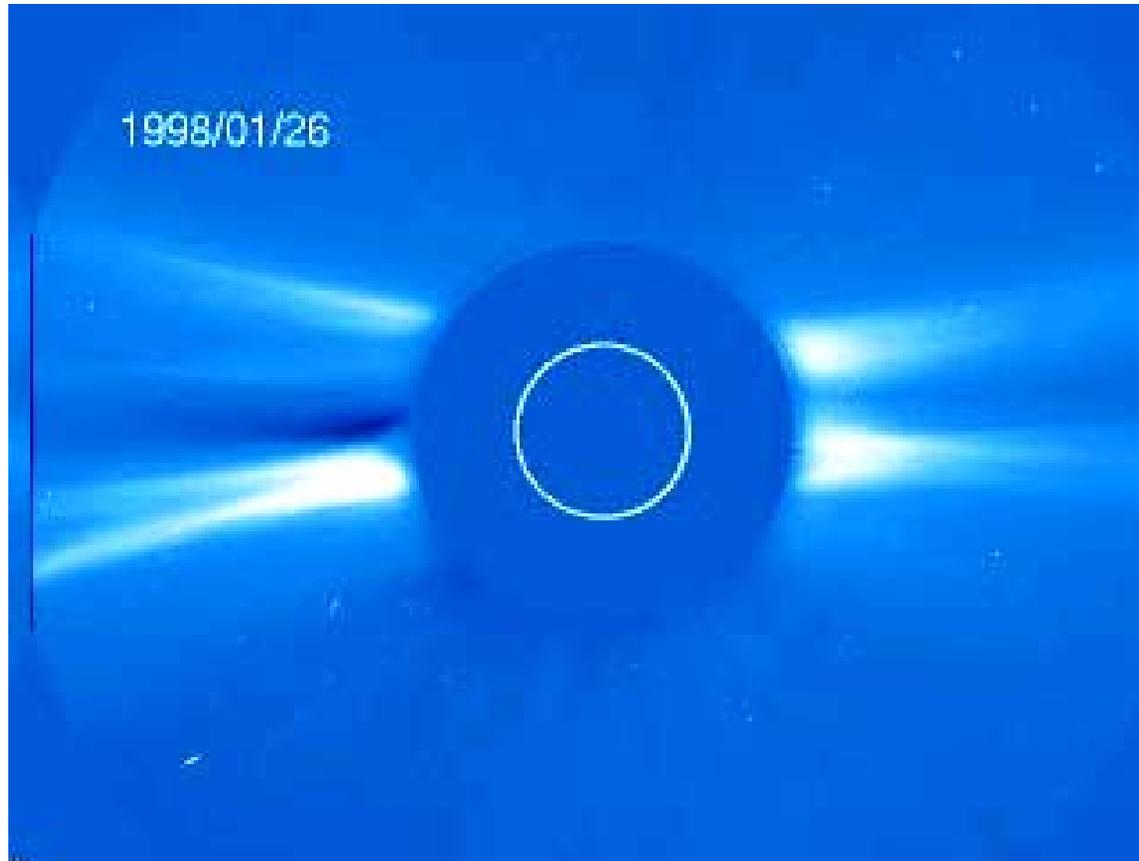
太陽コロナ・フレア・ジェット (ようこう軟X線)



太陽フレアからの衝撃波 (京大飛騨天文台: $H\alpha$)

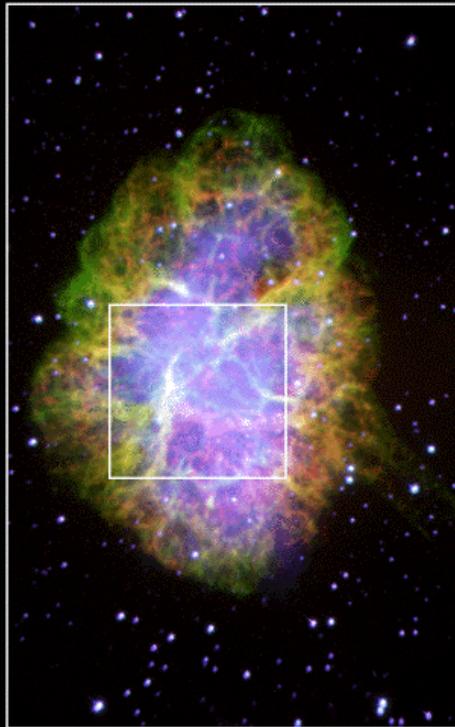


太陽コロナ質量放出 (SOHO/LASCO 白色光)



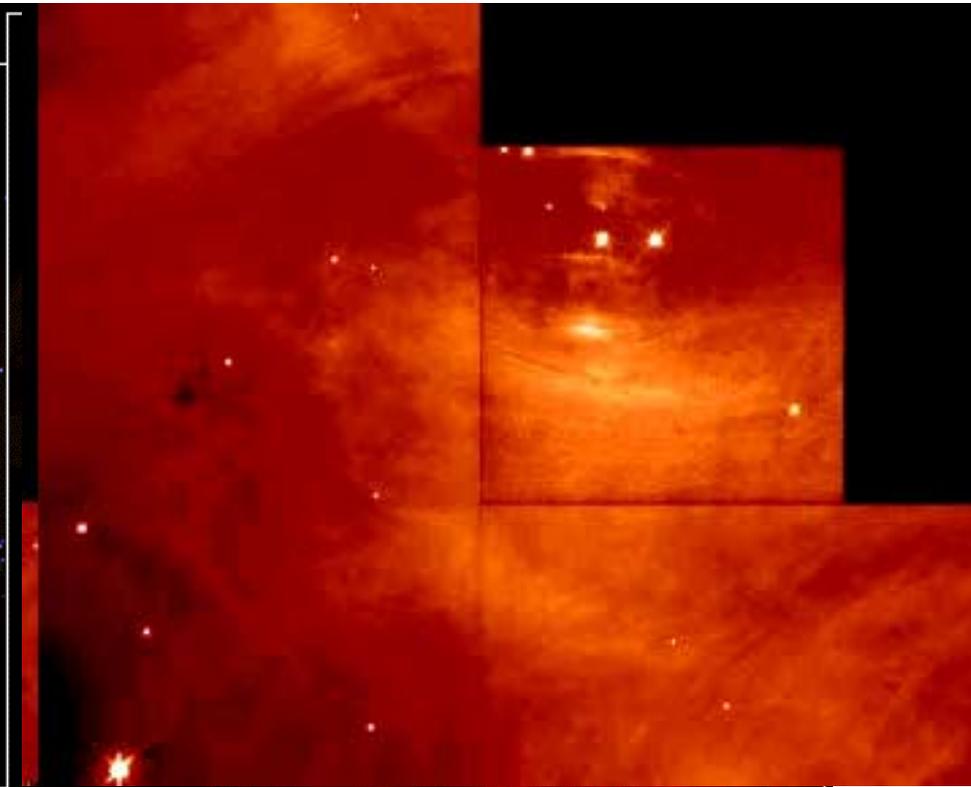
かに星雲中の波 (HST)

Crab Nebula



Palomar

PRC96-22a · ST Sci OPO · May 30, 1996
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.) and NASA



HST · WFPC2

天体数値MHDの応用例

(赤字は本サマースクールにおける実習課題)

- 太陽コロナ加熱(スピキュール) アルフベン波
- 太陽・恒星フレア 熱伝導、リコネクション
- 超新星衝撃波 MHD衝撃波
- 宇宙ジェット 超磁気音速流
- 降着円盤 MHD不安定性、乱流
- 星形成 自己重力
- 銀河団プラズマ 熱伝導、リコネクション
- (銀河形成)

3. 天体MHDシミュレーションは 超困難

(でも、だから、やりがいがある)

- 電磁流体力学の方程式がそもそも複雑
8変数の非線形偏微分方程式
cf) 流体力学の方程式は5変数
- 電気抵抗が入るとさらに複雑
磁気リコネクションの物理は未だ解明
されていない

流体方程式

(断熱、重力なし)

未知数5個： 密度(ρ)、速度ベクトル(v)、圧力(p)

方程式5個： 非線形連立偏微分方程式

質量保存
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0$$

運動量保存
$$\rho \frac{dv}{dt} + \nabla p = 0$$

エネルギー保存
$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{(\gamma - 1)\rho} \right) + p \nabla \cdot v = 0$$

ただし $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla$

電磁流体 (MHD) 方程式

(断熱、重力なし)

未知数8個: 密度(ρ)、速度ベクトル(v)、圧力(p)、**磁場ベクトル(B)**
方程式8個: 非線形連立偏微分方程式

質量保存
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0$$

運動量保存
$$\rho \frac{dv}{dt} + \nabla p = \frac{1}{c} J \times B$$

エネルギー保存
$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{(\gamma - 1)\rho} \right) + p \nabla \cdot v = \frac{1}{\sigma} J^2$$

誘導方程式
$$\frac{\partial B}{\partial t} = \text{rot} \left(v \times B - \frac{c}{\sigma} J \right)$$

ただし
$$J = \frac{c}{4\pi} \text{rot} B$$

流体とMHDとの違い

流体

5変数

音波

MHD

8変数

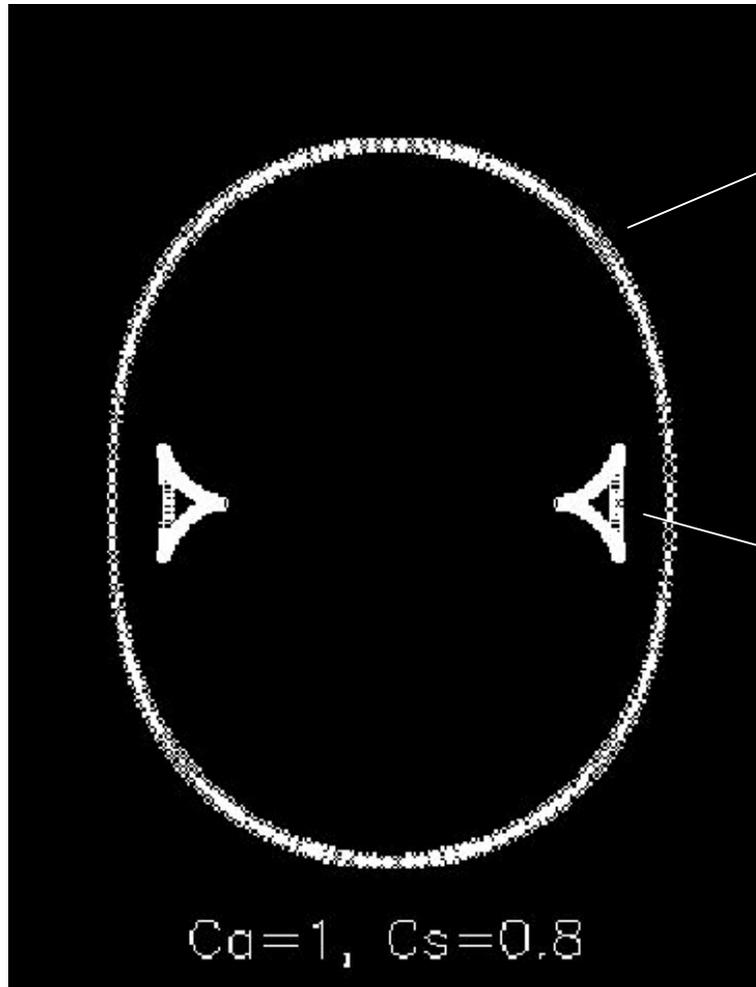
速い磁気音波(fast mode)

遅い磁気音波(slow mode)

アルフベン波(Alfven mode)

電磁流体波 (群速度)

磁場



Fast mode

Slow mode

$Ca=1, Cs=0.8$

数値MHDの解法

- MHD方程式は磁場=0ならば、通常の、圧縮性流体の方程式に帰着する。
- 理想流体力学方程式 = 双曲型偏微分方程式
- 同様に、理想MHD方程式も、双曲型偏微分方程式
- よって、流体力学方程式のために開発された数値解法のほとんどをMHD方程式にも適用できる。

偏微分方程式の型

$$a \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + c \frac{\partial f}{\partial x} + d \frac{\partial f}{\partial y} + e = 0$$

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$$

- 2次方程式 = 2次曲線の式
 - 双曲線 = > 双曲型
 - 楕円 = > 楕円型
 - 放物線 = > 放物型

双曲型偏微分方程式

例：波動方程式

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

放物型偏微分方程式

例：熱伝導方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

楕円型偏微分方程式

例：ポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 4\pi\rho$$

差分法

- 差分法： 微分を差分で近似。有限の格子点上で計算（詳しい解説⇒松元）

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \frac{\rho_{n+1} - \rho_n}{\Delta t}$$

- 粒子法： 超粒子の運動方程式を解く
ラグランジュ法。MHDには不向き。
(磁場を解く必要があるので、
格子点はどうしても必要)

⇒ 国立天文台スクール

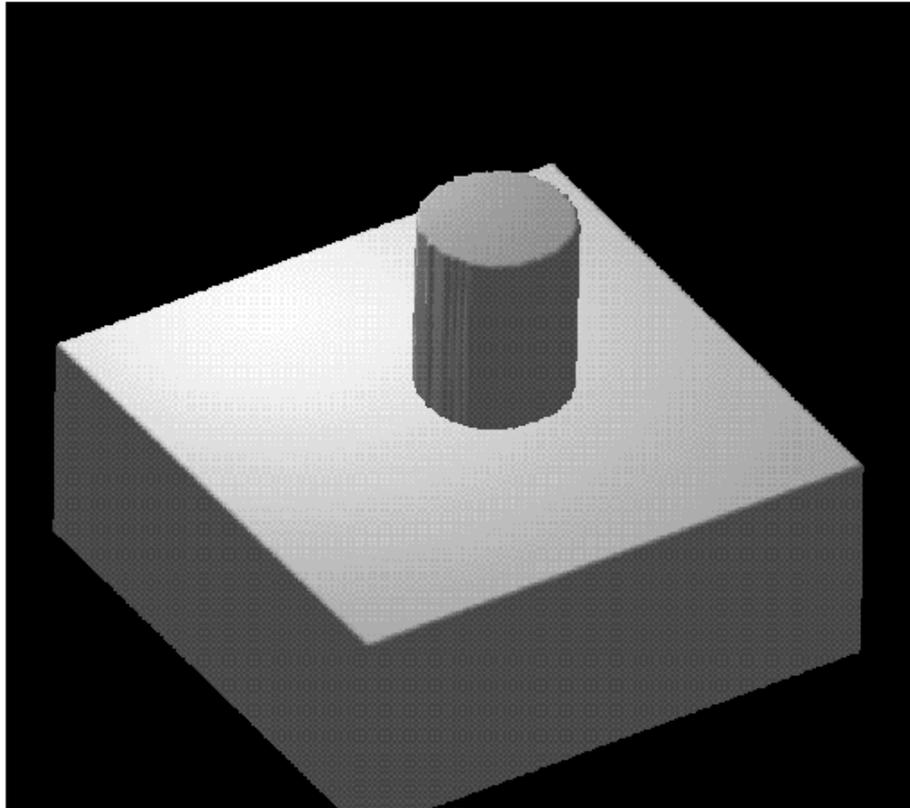
Advanced Methods

- 近似的リーマン解法 \Rightarrow 山下、福田
- CIP-MOCCT法 \Rightarrow 工藤
- スペクトラム法 (周期境界問題が得意)
- 陰解法 \Rightarrow (熱伝導問題) 横山

CIP 法

(矢部教授(現東京工大)が1991年に開発)

接触不連続が精度良く解ける。
気体、液体、固体が同時に解ける



天体MHDシミュレーションは どこが難しいか？

- 境界条件 (MHDでは自由境界は、きわめて困難)
- 密度成層 (アルフベン速度が大きく変化)
例) 太陽光球密度 / コロナ密度 = 10^8
- 初期条件 (初期平衡解を求めることさえ、大仕事)
=> 数値不安定の嵐！

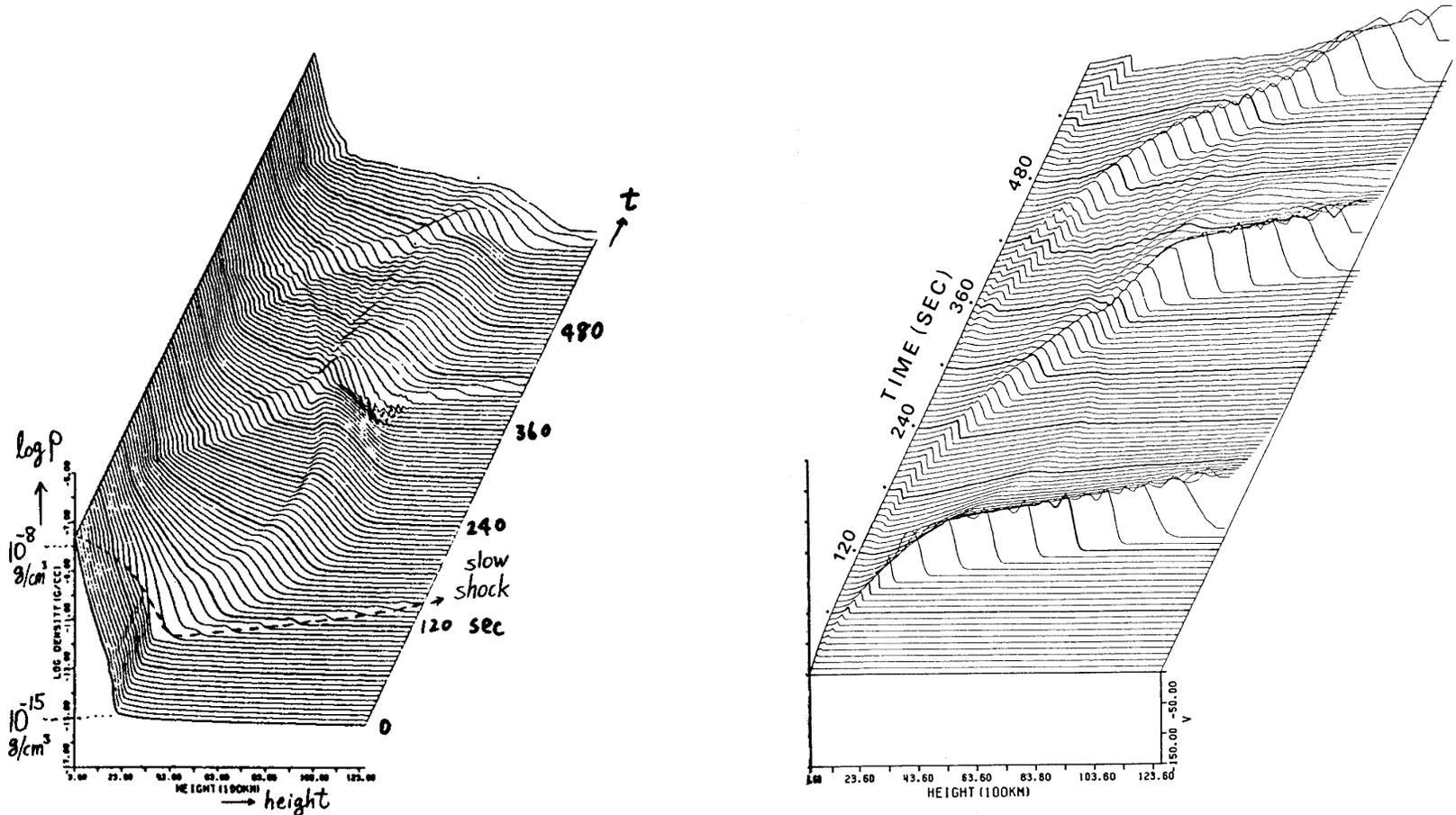
重力成層大気中では電磁流体波の 振幅は鉛直伝播により著しく増大

- 例えば、鉛直の磁束管に沿って伝わるスロー波（磁力線に平行に伝わる音波）の振幅は次のようになる

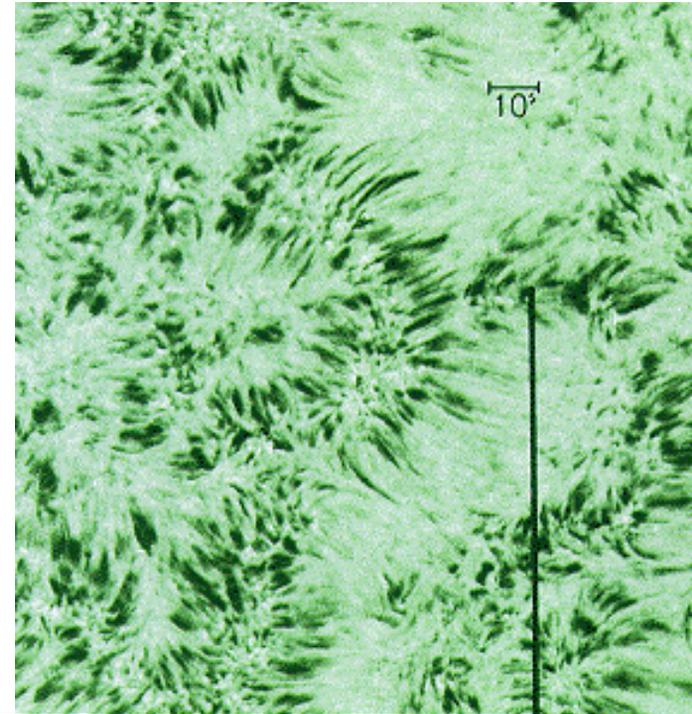
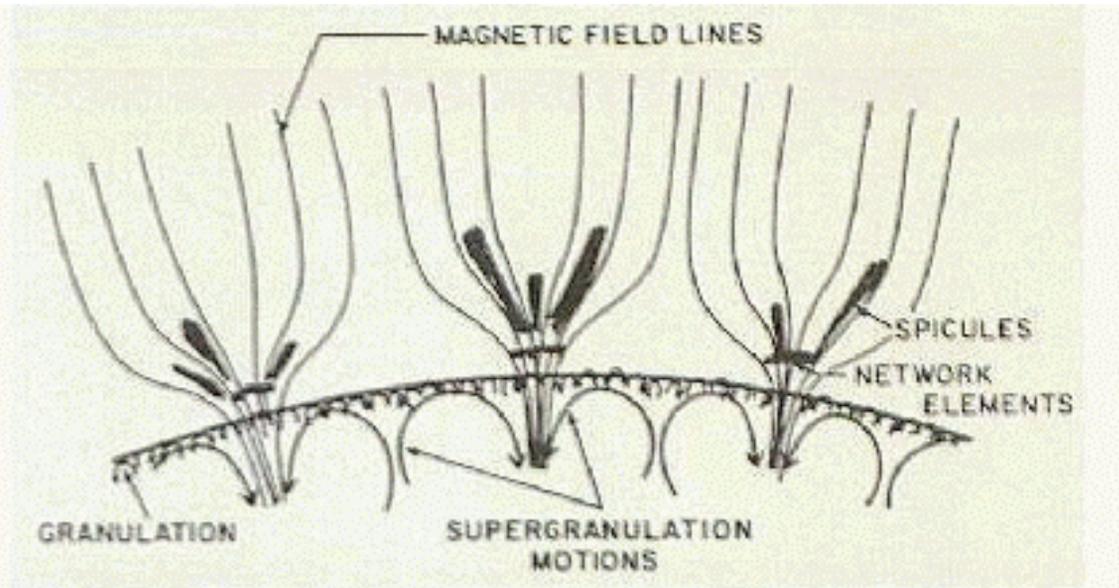
$$V_{\parallel} \propto \rho^{-1/2} A^{-1/2}$$

- よって大気の底で微小振幅でも大気の上層部に伝播すると、大振幅となり、衝撃波が容易に形成される

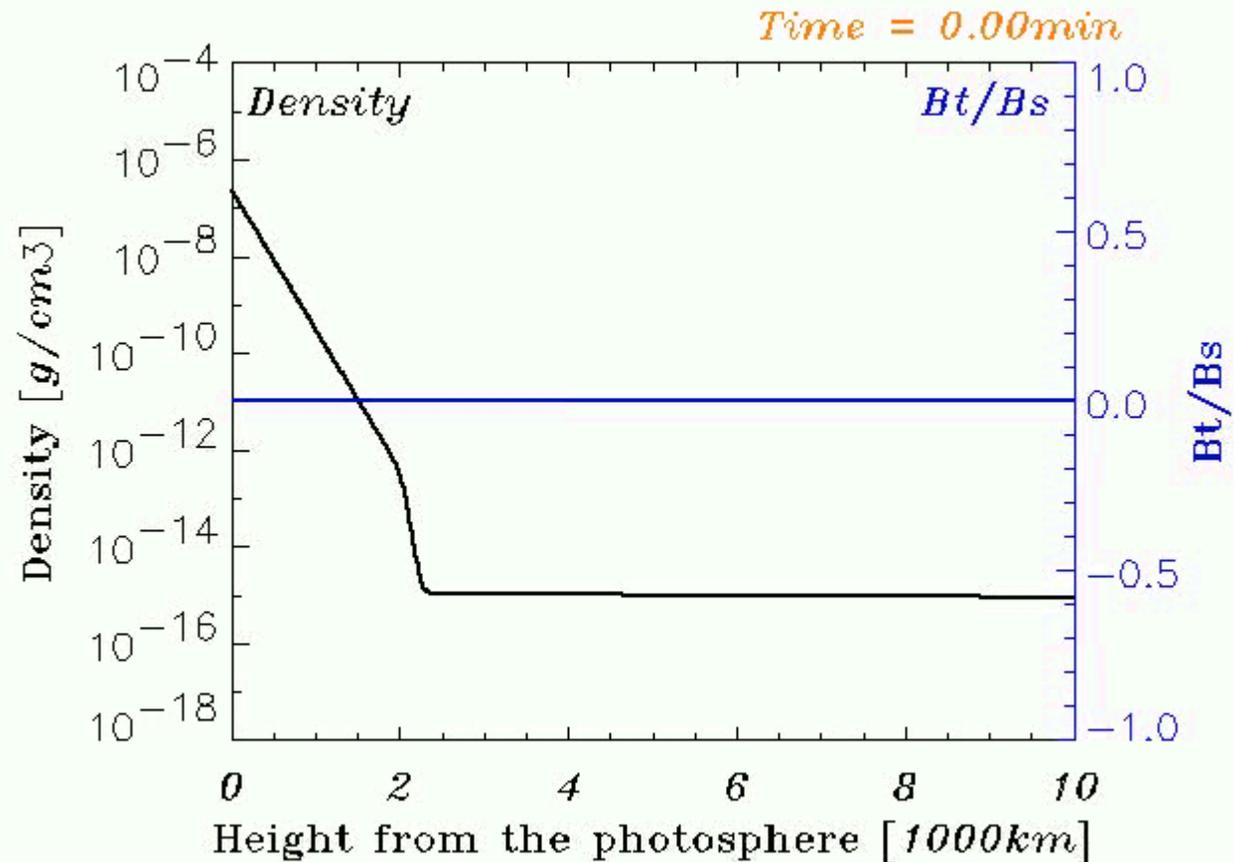
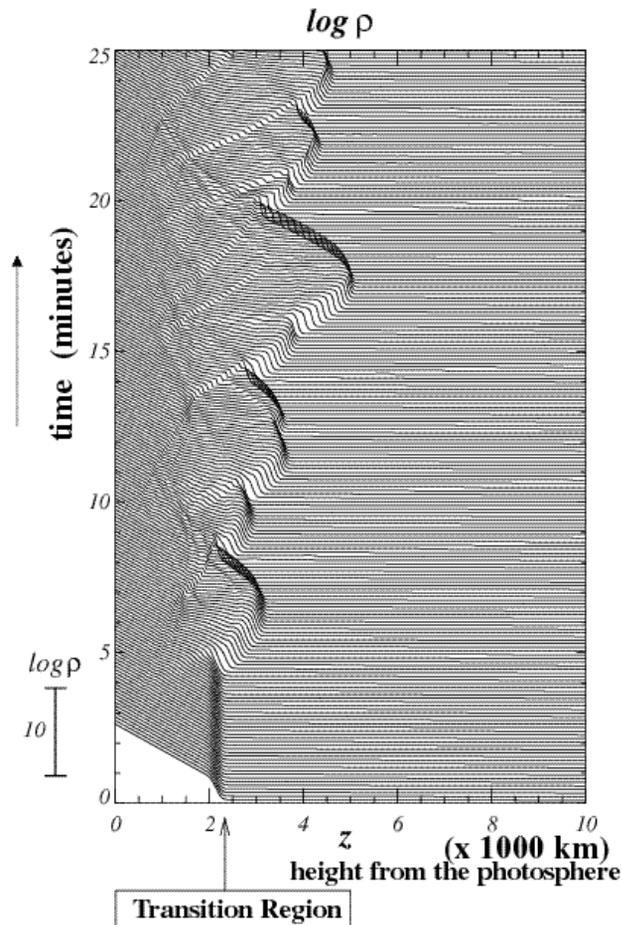
Amplification of Slow mode MHD wave along vertical flux tube (Suematsu et al. 1982. Shibata and Suematsu 1982)



太陽スピキュール (彩層の超音速ジェット)

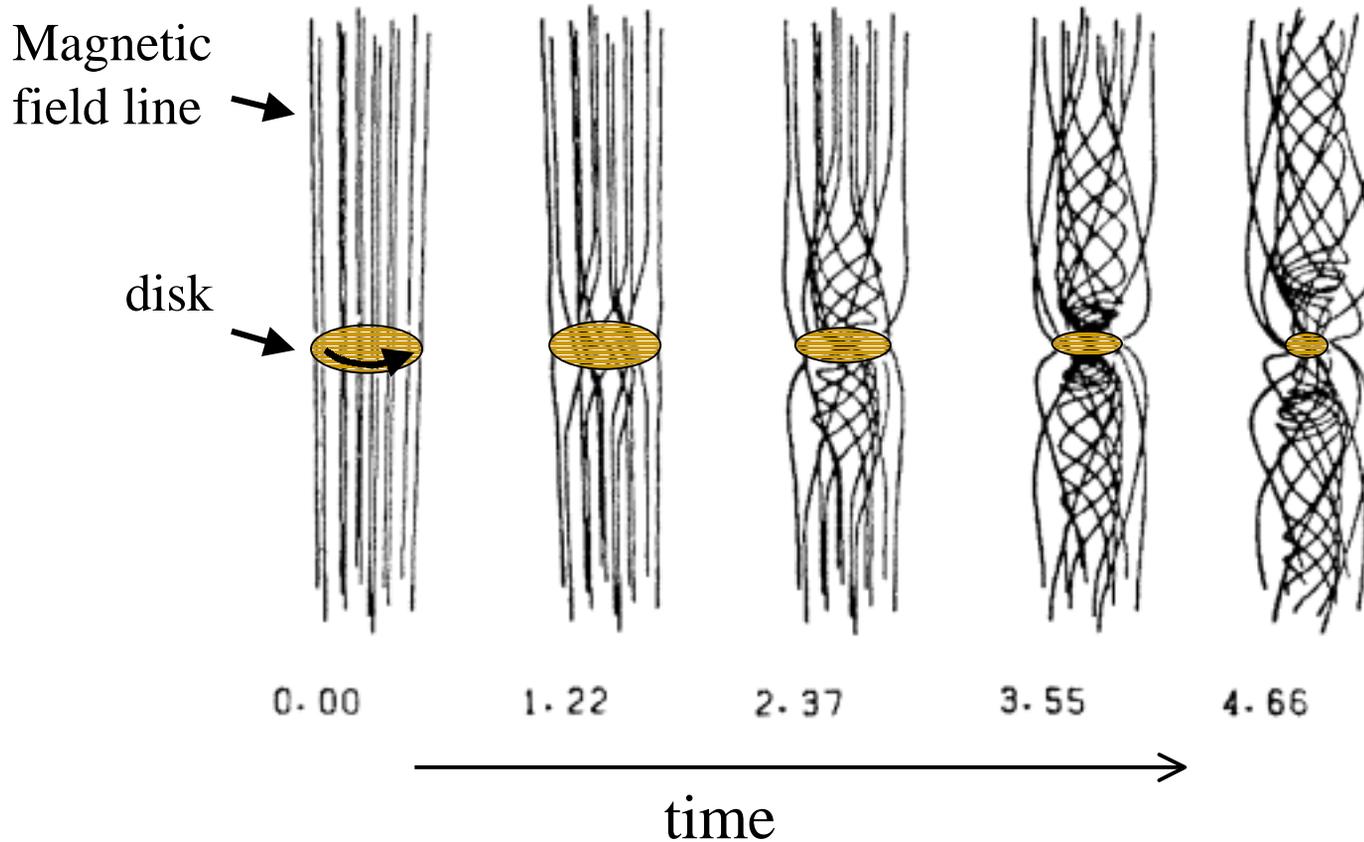


Alfven wave model of spicules: numerical simulation (Kudoh-Shibata 1999)



Magnetically driven jet from accretion disk

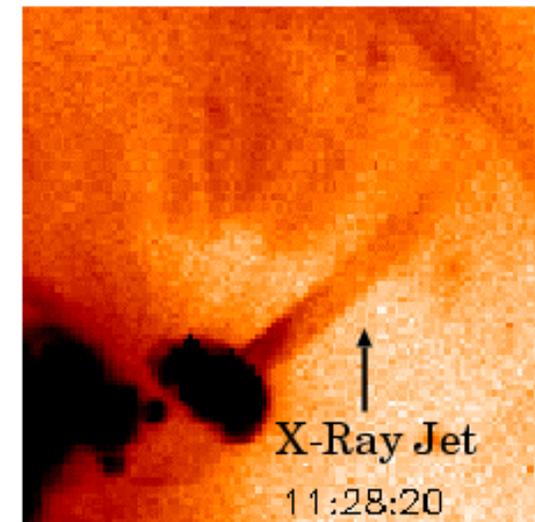
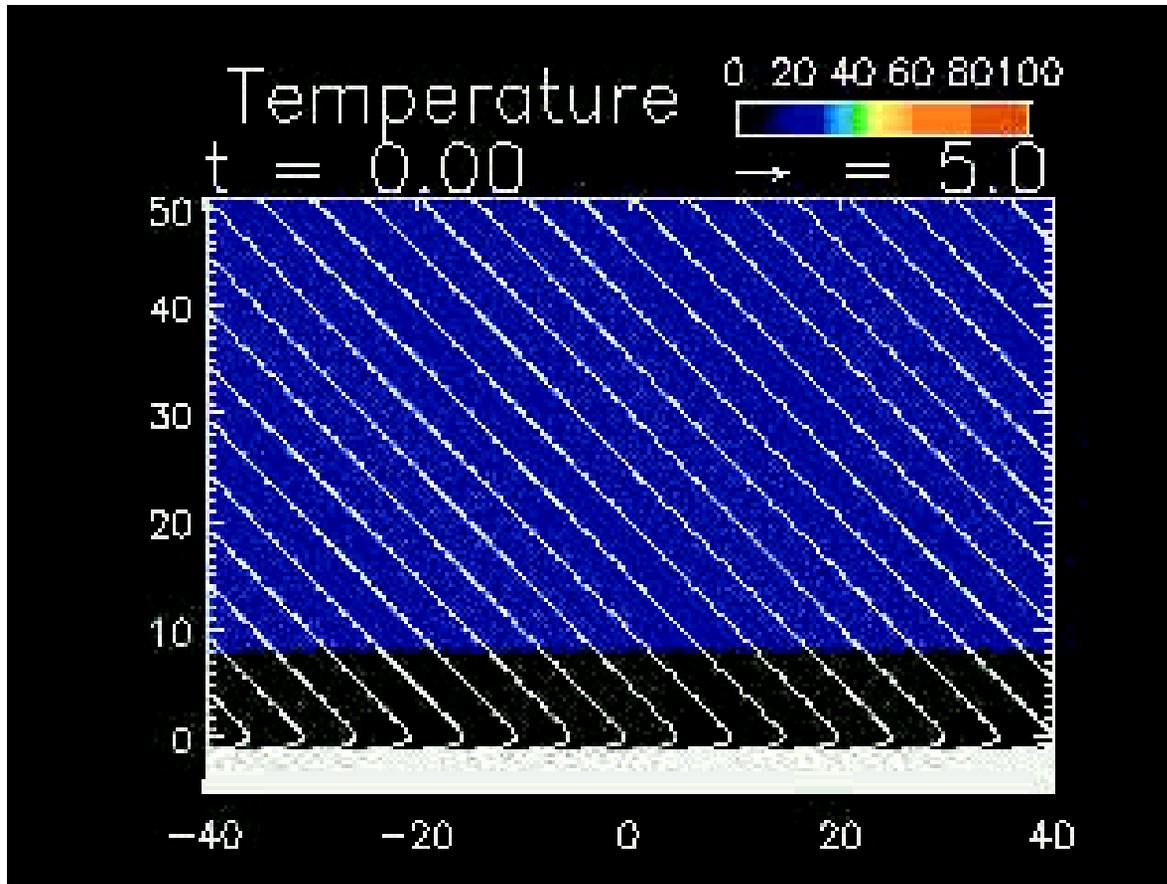
(Shibata and Uchida 1986, 1990)



4. 天体MHDシミュレーションの魅力

- とにかく、ムービーはおもしろい。
 - 「人をだます」などと言わずに、素直に感動しよう。
- 1) 横山: 太陽フレア・ジェットのマグネティックリコネクション・モデル(天文学会奨励賞)
 - 2) 林: 原始星フレアのマグネティックリコネクション・モデル(SGIコンピュータグラフィックス賞)
 - 3) 工藤: 宇宙ジェットのMHDモデル(CIP科学賞)
 - 4) 田沼: 銀河におけるマグネティックリコネクション

Magnetic reconnection driven by the Parker instability (Yokoyama and Shibata 1995)



原始星フレアのMHDモデル (Hayashi et al. 1996)

IDL で作成した
2次元図の動画
(3回繰り返し)

原始星フレアのMHDモデル (Hayashi et al. 1996)

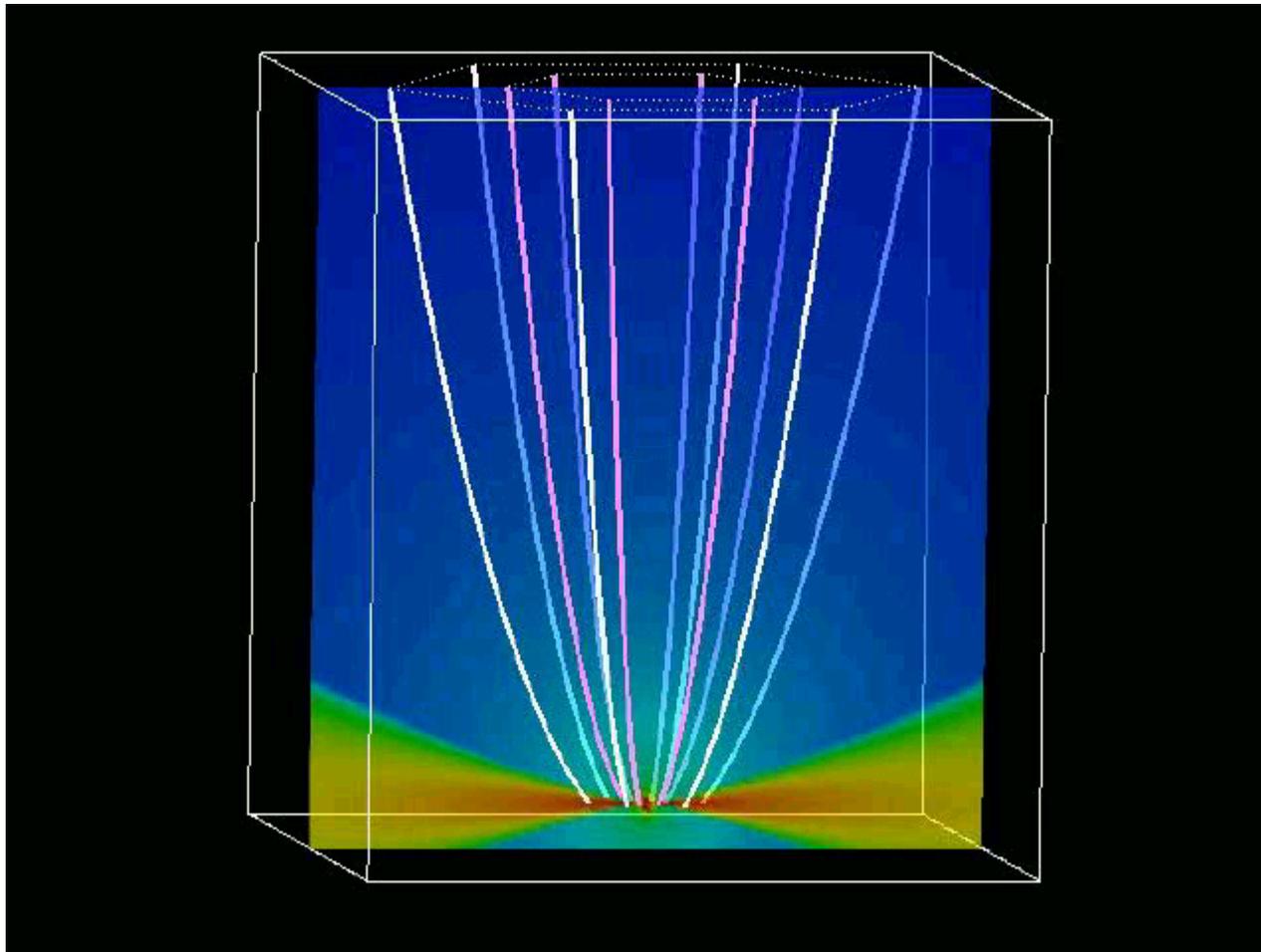
磁気リコネクション点近傍に
おける磁力線の振る舞い

(3回繰り返し)

宇宙ジェットのMHDモデル

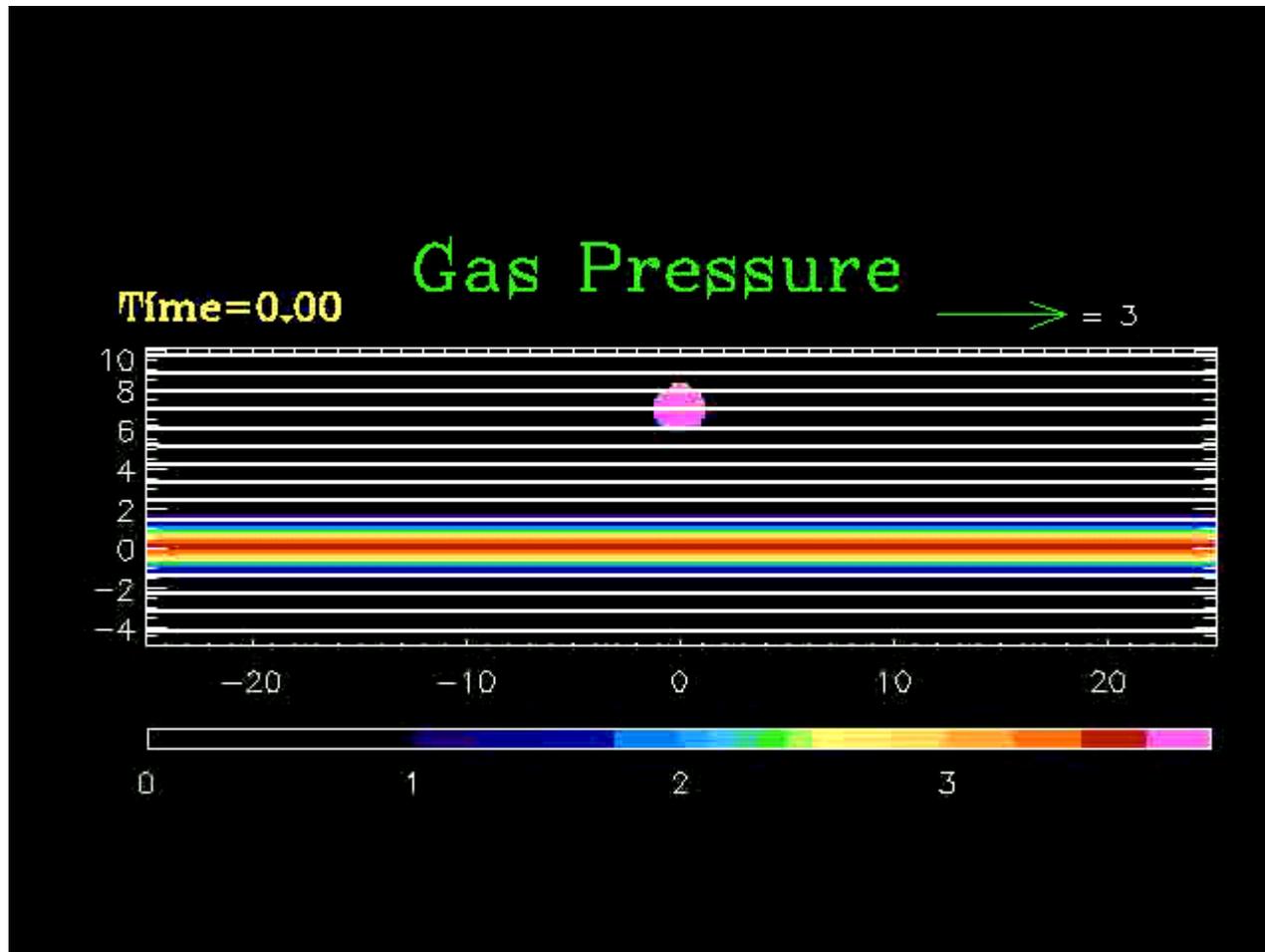
(Kudoh et al. 2001)

CIP-MOCCT法



銀河フレア:

超新星によってトリガーされたリコネクション
(Tanuma et al 2000)



天体MHDシミュレーション の効用

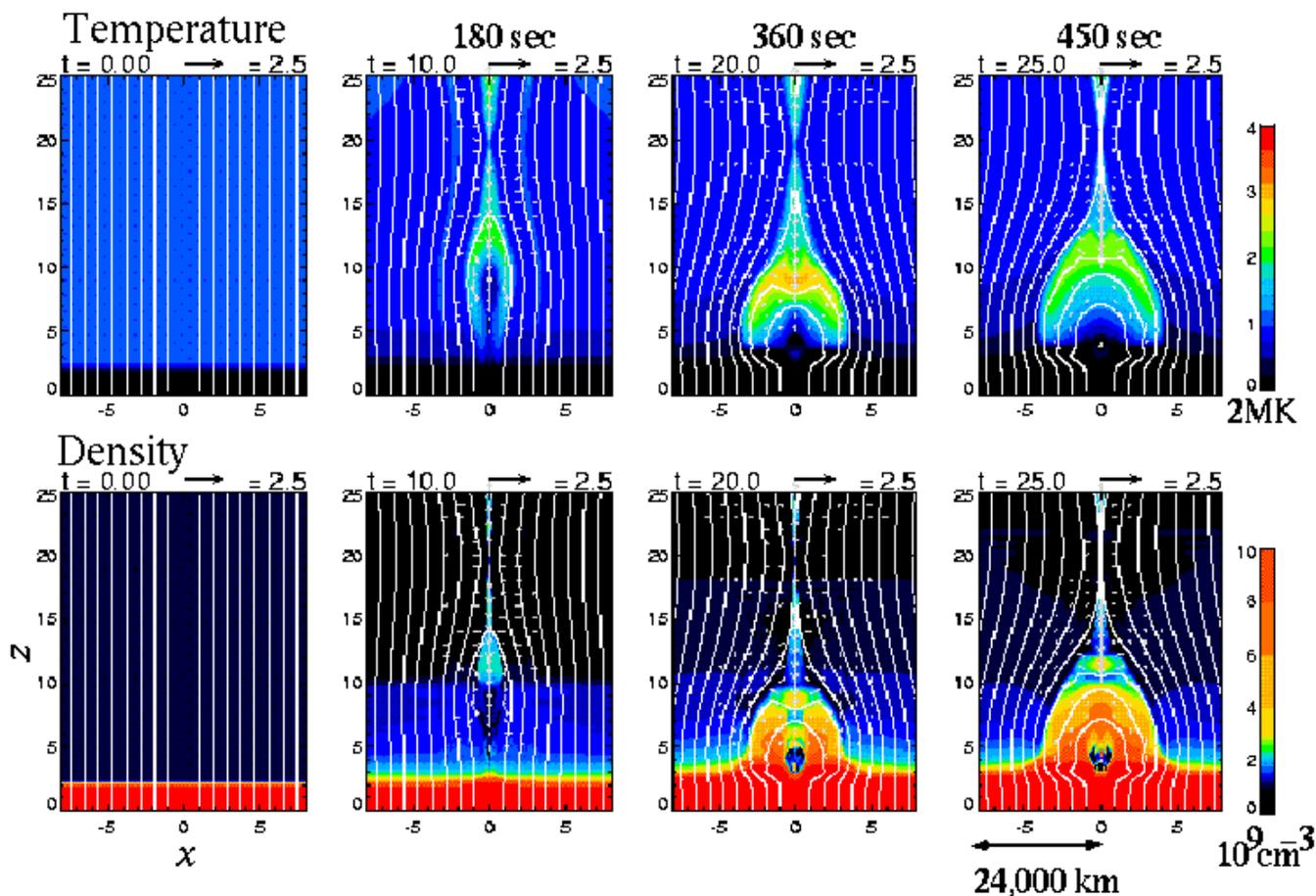
- 1) 定性的物理が良くわかる。教育的効果。
- 2) 天体物理学的モデリングを可能にする。観測と理論の橋渡し。(e.g., Yokoyama and Shibata 1995)
- 3) 解析的手法では発見困難な物理の**発見の道具**。シミュレーションは数値実験。理論のカンニング(!)
例) scaling law (Yokoyama and Shibata 1998)
(世界初の熱伝導MHDリコネクションのシミュレーションより発見)

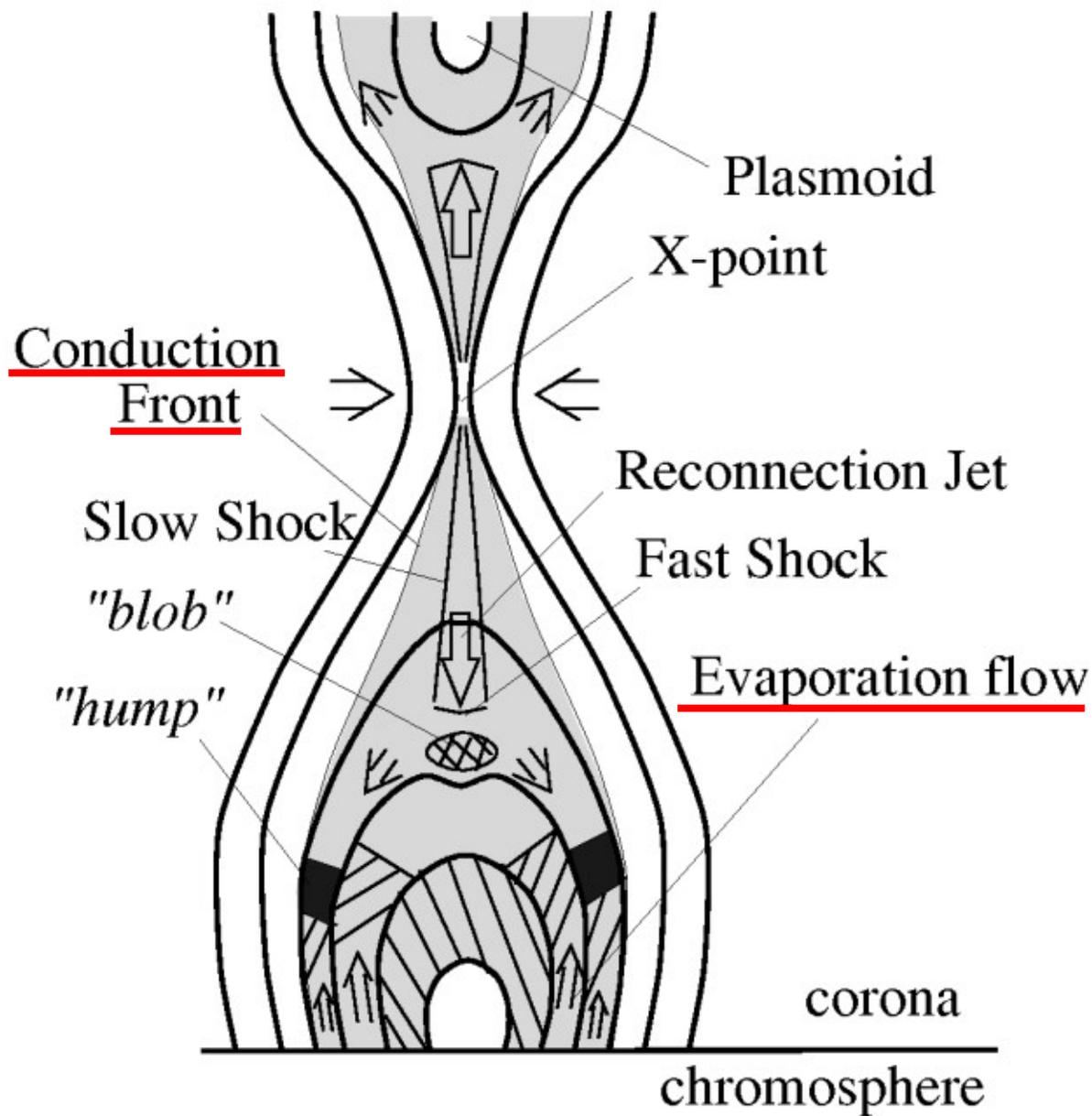
世界初の

熱伝導MHDリコネクション計算

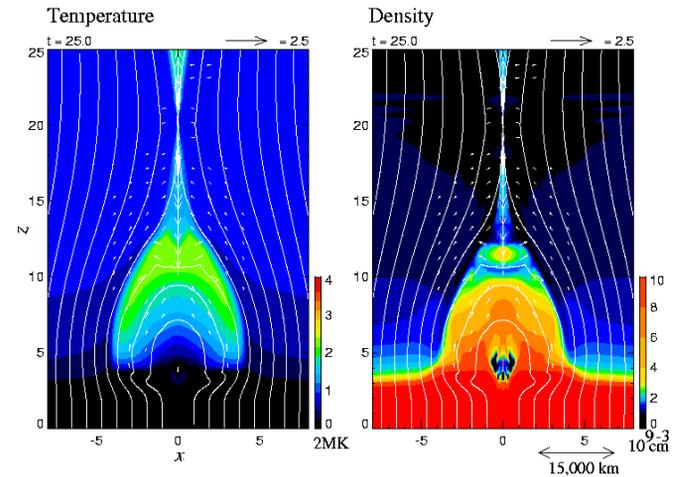
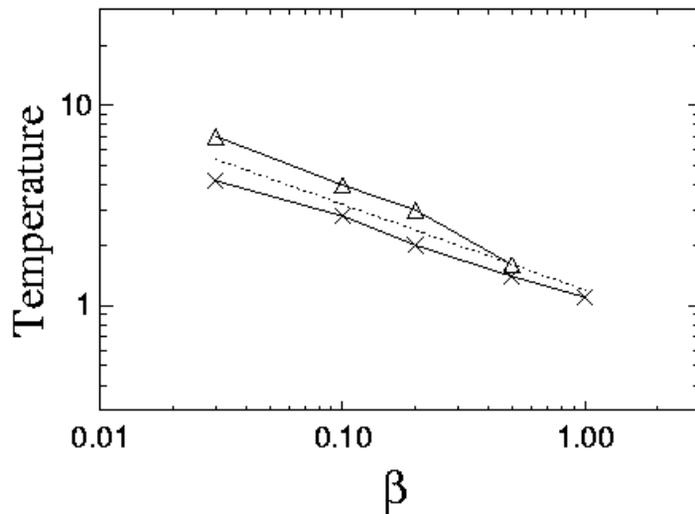
(Yokoyama-Shibata 1998)

Lax-Wendroff + 陰解法





フレア温度の scaling law の 発見 (Yokoyama and Shibata 1998)



$$T \propto B^{6/7} L^{2/7}$$

フレアの温度は何で決まっているか？

- 磁気リコネクション加熱＝熱伝導冷却のバランスで決まる (Yokoyama and Shibata 1998)

$$B^2 V_A / 4\pi = \kappa T^{7/2} / 2L$$

$$T \propto B^{6/7} L^{2/7}$$

5. 天体MHDシミュレーションの 魔力。はまると危険 その1

- 魅力的なシミュレーション・ムービーが、いくらでも作れるし、また、そのようなムービーは人からもほめられるので、**計算結果の解析、理論作り、論文執筆**が、ついおろそかになる。

⇒ **禁シミュレーションの期間を意識的に作り、ちゃんとサイエンスをやる**

天体MHDシミュレーションの 魔力。はまると危険 その2

- MHDシミュレーションは、とにかく、計算が難しいので、満足できる結果を出そうとするあまり、コードの改善、計算法の改良に、泥沼的にのめりこんでゆく恐れがある。
- ⇒ その方面(数値流体力学)で飯を食う自信があれば別だが、そうでなければ、天文学や宇宙物理学の成果を出すべく、適当なところでシミュレーションをうち切って論文を書く勇気が必要。

シミュレーション研究の実際 (その1)

- 問題設定(現在のコンピュータで解ける問題か?)
- 方程式をたてる(物理をどこまで入れるか)
- 解くべきアルゴリズムを考える
- 計算領域設定
- メッシュ幅を決める
- 初期条件
- 境界条件
- パラメータ決定
- プログラミング
- デバッグ

シミュレーション研究の実際 (その2)

- 結果の表示・解析
 - 1次元図、2次元図
 - 時間変化、動画
- コードのテスト
- 結果のチェック(質量保存、エネルギー保存、、、)
- 様々な解析(時間変動・空間構造のスペクトル解析、理論との比較、観測との比較)
- 学会・研究会発表
- 論文執筆・投稿

コードのテスト問題

- 1次元流体(MHD)ショックチューブ
- 点源爆発(セドフの相似解)
- 線形MHD波
- 平衡解、定常解
- 線形不安定性
- 相似解(例: B. C. Low)
- ほか

6. むすび:ノーベル賞課題(超難問)に挑戦せよ その1

1) 太陽(恒星)フレア:

ミクロとマクロの物理の融合:

電気抵抗の起源や粒子加速機構を

self-consistent に含むマクロなシミュレーション。

拡散領域のサイズはどれくらいか?

粒子はいかにして加速されるか?

イオンのラーモア半径100cm

<< フレアのサイズ 1万km

(7桁の空間スケールのギャップをいかに乗り越えるか?)

ノーベル賞の課題(超難問) に挑戦せよ その2

2) 太陽(恒星)ダイナモ:

激しい密度変化があり(圧縮性気体)、かつ、乱流状態にある対流を矛盾なく解き、かつ、生成された磁場の反作用(磁気浮力や磁気張力)を正しく含むダイナモのモデル(シミュレーション)は、はたして可能か? 理論が预言する磁場の強さはいくらか?

対流層の底の密度 = 0.1 g/cc

光球の密度 = 10^{-7} g/cc

(6桁の密度のギャップ,
5桁の時間スケールのギャップ)

ノーベル賞の課題(超難問) に挑戦せよ その3

3) 宇宙ジェット

ジェットの足元の降着円盤から、ジェットの先端までセルフコンシステントに含む、ジェットのMHDシミュレーション。降着円盤活動(フレア、コロナ)の非定常性はジェット(の内部構造)と関係しているか? ジェットの収束や安定性は?

原始星ジェットの足元の降着円盤の

内縁の半径 = 0.1 AU

ジェットの長さ = 1 光年 = 10 万 AU

(7桁の長さのスケールのギャップ)

おわりに: 若者たちへの メッセージ

- 理論
 - MHDシミュレーション
 - 観測データ解析
-
- この3分野に通じた幅広い研究者を目指してほしい

MHDの適用範囲

MHDの適用範囲を考慮する必要あり

マイクロ、短時間の現象には適用不可

(イオンのラーモア半径・周期、プラズマ振動などの、空間・時間スケールには適用できない)

例) 太陽フレアのサイズ、時間＝数万km、数10分
太陽コロナのイオンのラーモア半径・周期

$$r_{Li} = \frac{mvc}{eB} = 100 \left(\frac{B}{10G} \right)^{-1} \left(\frac{T}{10^6 K} \right)^{1/2} (cm)$$

$$t_{Li} = \frac{mc}{eB} = 10^{-5} \left(\frac{B}{10G} \right)^{-1} (sec)$$

流体方程式

(断熱、重力なし)

未知数5個： 密度(ρ)、速度ベクトル(v)、圧力(p)

方程式5個： 非線形連立偏微分方程式

質量保存
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{(v \cdot \nabla) \rho} + \rho(\nabla \cdot v) = 0$$

運動量保存
$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \underline{(v \cdot \nabla) v} \right) + \nabla p = 0$$

エネルギー保存
$$\frac{\partial p}{\partial t} + \underline{(v \cdot \nabla) p} + \gamma p \nabla \cdot v = 0$$

移流項 (advection term)

流体方程式

(断熱、重力なし)

未知数5個： 密度(ρ)、速度ベクトル(v)、圧力(p)

方程式5個： 非線形連立偏微分方程式

質量保存
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0$$

運動量保存
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \nabla \cdot (\rho v^2 + p) = 0$$

エネルギー保存
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\gamma p v}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 v \right) = 0$$

保存形 (conservative form)

流体方程式

(断熱、重力なし)

未知数5個： 密度(ρ)、速度ベクトル(v)、圧力(p)

方程式5個： 非線形連立偏微分方程式

質量保存
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0$$

運動量保存
$$\rho \frac{dv}{dt} + \nabla p = 0$$

エネルギー保存
$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{(\gamma - 1)\rho} \right) + p \nabla \cdot v = 0$$

ただし
$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla$$

1. はじめに

- プラズマ(電離気体=荷電粒子の集団)の物理を探るシミュレーション法
 - 粒子シミュレーション
 - 電磁流体力学(MHD)シミュレーション
- MHD近似=電子の慣性項を無視し、準中性を仮定。サイクロトロン周波数より非常に遅い現象にのみ適用できる近似理論。

MHDの適用範囲

- MHD (電磁流体力学)
 - プラズマのマクロな振る舞いを記述
 - 空間スケール \gg イオンラーモア半径
 - 時間スケール \gg イオンラーモア周期
- 扱えない問題
 - 粒子加速
 - 電気抵抗の起源
 - 電磁波

MHDの適用範囲(続)

例) 太陽フレアのサイズ、時間=数万km、数10分
>> 太陽コロナのイオンのラーモア半径・周期

$$r_{Li} = \frac{mvc}{eB} = 100 \left(\frac{B}{10G} \right)^{-1} \left(\frac{T}{10^6 K} \right)^{1/2} (cm)$$

$$t_{Li} = \frac{mc}{eB} = 10^{-5} \left(\frac{B}{10G} \right)^{-1} (sec)$$

1. はじめに(続き)

- MHD方程式=プラズマの粒子性に起因する固有の時間空間スケールを持たない
- 適用条件を満たす限り巨視的なプラズマ現象の解析における強力な理論的方法論となりうる

2. 電磁流体 (MHD) 方程式

未知数8個： 密度 (ρ)、速度ベクトル (v)、
磁束密度ベクトル (B)、圧力 (p)

方程式8個： 非線形連立偏微分方程式

(多くの場合、以下のエネルギー式に
熱伝導と放射冷却の項が加わる)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) &= 0, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \cdot \nabla)v + \nabla p &= \frac{1}{c} J \times B + \rho g, \\ \frac{\partial B}{\partial t} - \nabla \times (v \times B) &= -c \nabla \times (\eta J), \\ \rho \frac{De}{Dt} + p \nabla \cdot v &= \eta |J|^2\end{aligned}$$

where

$$J = c \nabla \times B / 4\pi, \quad e = p / [\rho(\gamma - 1)],$$

$$D/Dt = \partial/\partial t + (v \cdot \nabla)v$$