

数値天体物理学サマースクール課題

松元亮治

2001 年 9 月 10 日

1 1 次元波動方程式 (今年の富阪さんの課題と同じです)

1 次元スカラー移流方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

を FTCS スキームにより差分化すると

$$u_j^{n+1} = u_j^n - c \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \quad (2)$$

となる。数値流束を

$$F_{j+1/2} = c \frac{u_{j+1} + u_j}{2} \quad (3)$$

$$F_{j-1/2} = c \frac{u_j + u_{j-1}}{2} \quad (4)$$

のようにとると、上の差分式は

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1/2} - F_{j-1/2}) \quad (5)$$

のように書きかえることができる。以下のプログラムは初期に $j = 1, \dots, 50$ に対して $u_j = 1$ 、 $j = 51, \dots, 100$ に対して $u_j = 0$ とし、クーラン数 $\nu = c\Delta t/\Delta x = 0.25$ として、50 ステップ毎に各点での計算結果の u を出力ファイル output に出力するものである。このプログラムを Lax-Wendroff 法によるもの、空間 1 次精度の風上差分によるもの、流束制限関数として minmod 関数を用いたものにかきかえなさい。また、計算結果をグラフ表示しなさい。

```
*****|
*      FTCS Program
*****|

integer nx
parameter (nx=100,ns=3)
real*8 u(1:nx),F(1:nx),c,dtdx
integer j,step
```

```

=====|
      c=1.0
      dtdx=0.25d0
*-----|
* / Set initial condition /
*-----|
      do j=1,50
        u(j)= 1.0d0
      enddo
      do j=51,nx
        u(j)= 0.0d0
      enddo

*-----|
* / Output /
*-----|
      open(unit=10,status='new',file='output',form='formatted')
      write(10,100) nx
      write(10,100) ns
      do j=1,nx
        write(10,100) j
        write(10,101) u(j)
      enddo
100  format(i5)
101  format(f6.3)

=====|
* / Time integration /
=====|
      do step=1,100
        do j=1,nx-1
          F(j)=0.5d0*c*(u(j+1)+u(j))
        enddo
        F(nx)=F(nx-1)
        do j=2,nx
          u(j)=u(j)-dtdx*(F(j)-F(j-1))
        enddo
        u(1)=u(2)
        if (mod(step,50).eq.0) then
          write(*,*)
        end if
      enddo
*-----|

```

```

* / output /
*-----|
        do j=1,nx
            write(10,100) j
            write(10,101) u(j)
        enddo
    endif
enddo
close(10)
*=====|
end

```

2 1次元拡散方程式

1次元波動方程式のプログラムを参考にして1次元拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6)$$

をFTCSスキームを用いて解くプログラムを作成し、適当な初期条件を設定してシミュレーションを行い、結果をグラフ表示しなさい。

3 1次元基本課題パッケージの利用

1次元基本課題パッケージのディレクトリmd_scalar中にあるmain.fにはFTCSスキームによって1次元波動方程式の解を求めるプログラムが入っている。これをLax-Wendroffスキームに書きかえてmakeし、結果をグラフ表示しなさい。