

MHD 衝撃波管

ver. 0

1 はじめに

このモデルパッケージは MHD 衝撃波管問題をシミュレーションするためのものである。本コードでは、計算空間を半分に分け、右半分の密度・圧力を変え、垂直方向磁場成分を加えて、その後の波の伝播を追跡する。

2 仮定と基礎方程式

仮定は以下のとおり。(1) 1 次元の MHD 方程式系を解く。(2) 流路は断面積一様。(3) 非粘性・圧縮性流体として扱う。計算領域は $x \in [-0.5L, 0.5L]$ で、 $x = 0$ に初期不連続をおく。基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V_x^2 + p + \frac{B_y^2}{8\pi} \right] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}B_y + \frac{\partial}{\partial x}E_z = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho V_x^2 + \frac{B_y^2}{8\pi} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1}p + \frac{1}{2}\rho V_x^2 V_x + \frac{B_y E_z}{4\pi} \right] = 0 \quad (5)$$

$$E_z = V_x B_y - V_y B_x \quad (6)$$

ここで、 γ は比熱比でパラメータ、他の記号は通常の意味。磁場の x 成分は変化せず、時間発展は解かない。空間分布は

$$B_x = \text{一定} \quad (7)$$

B_x の一定値はパラメータ。

3 無次元化

変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L 、 C_{S0} 、 $\tau_0 \equiv L/C_{S0}$ 。ここで L 、 C_{S0} は、計算領域長、 $x < 0$ 側音速。密度と圧力とは $x < 0$ での値 ρ_0 、 p_0 で無次元化する。また磁場については、磁気圧 $B_0^2/(8\pi)$ を負側圧力 p_0 で無次元化する。

4 初期条件と境界条件

初期分布は以下のようなものである。

$$\rho = \rho_0, \quad p = p_0, \quad V_x = V_0, \quad V_y = V_{y0}, \quad B_y = B_{y0}, \quad x < 0 \quad (8)$$

$$\rho = \rho_1, \quad p = p_1, \quad V_x = V_1, \quad V_y = V_{y1}, \quad B_y = B_{y1}, \quad x > 0 \quad (9)$$

パラメータは ρ_1/ρ_0 、 p_1/p_0 、 V_0/C_{S0} 、 V_1/C_{S0} 、 B_{y0}/B_0 、 B_{y1}/B_0 である。デフォルトでは Brio & Wu の条件が入れてある。

境界条件は $x = -0.5L$ 、 $x = 0.5L$ とともに

$$\partial\rho/\partial x = 0, \quad \partial p/\partial x = 0, \quad V_x = 0, \quad \partial V_y/\partial x = 0, \quad \partial B_y/\partial x = 0, \quad (10)$$

5 パラメータ

表 1 参照。

パラメータ	変数	無次元値
非熱比	γ	2.0
x 磁場	B_x/B_0	0.75
密度比	ρ_1/ρ_0	0.125
圧力比	p_1/p_0	0.1
負側 x 速度	V_{x0}/C_{S0}	0
負側 y 速度	V_{y0}/C_{S0}	0
負側 y 磁場	B_{y0}/B_0	1
正側 x 速度	V_{x1}/C_{S0}	0
正側 y 速度	V_{y1}/C_{S0}	0
正側 y 磁場	B_{y1}/B_0	-1
計算領域長	L	1
負側密度	ρ_0	1
負側圧力	p_0	1
負側音速	C_{S0}	1

表 1: パラメータと無次元化単位

6 グリッド

グリッド点は $i \in [1, 1001]$ 。グリッド間隔は、0.001。