

大振幅 Alfvén 波減衰不安定

ver. 1

1 はじめに

このモデルパッケージは大振幅 Alfvén 波減衰不安定するためのものである。Alfvén 波は、太陽コロナや太陽風、星間分子雲などで、重要な役割を果たしていると考えられている。

さて、Alfvén 波とは磁気流体波の一つであり、音波が縦波であるのに対し、Alfvén 波は横波である。その中でも円偏光の Alfvén 波は、MHD 方程式の厳密解であり、有限振幅でも解となっている。しかしながら、円偏光の有限振幅波は波の相互作用に対して不安定であり、音波にエネルギーを移し減衰する (Decay Instability)。本コードでは、そのような有限振幅の Alfvén 波が減衰不安定を起こし、他の波のモードにエネルギーを移していく様子をシミュレートする。

2 仮定と基礎方程式

x 方向に一様磁場を考え、大振幅の円偏光の磁気流体波が伝わっている状態を考える。仮定は以下の通りである。(1) 1次元の等温 MHD 方程式系を解く。(2) 流路は断面積一様。(3) 非粘性・圧縮性流体として扱う。

基礎方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V_x^2 + p + \frac{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}{8\pi} \right] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_z) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V_x V_z - \frac{B_x B_z}{4\pi} \right] = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}B_y + \frac{\partial}{\partial x}E_z = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}B_z + \frac{\partial}{\partial x}E_y = 0 \quad (6)$$

$$E_z = V_x B_y - V_y B_x \quad (7)$$

$$E_y = V_x B_z - V_z B_x \quad (8)$$

$$P = \rho C_S^2 \quad (9)$$

である。

3 初期条件と境界条件

初期条件に関して、大振幅の円偏光の Alfvén 波についてまず解説する。一様密度 ρ_0 、一様磁場 $B_x = B_0$ を伝播する大振幅の円偏光の Alfvén 波は、

$$B_y = B_1 \sin(kx) \quad (10)$$

$$B_z = B_1 \cos(kx) \quad (11)$$

$$V_y = V_1 \sin(kx) \quad (12)$$

$$V_z = V_1 \cos(kx) \quad (13)$$

と書かれる。ここにあらわれた速度の振幅 V_1 と磁場の振幅 B_1 には、

$$V_1 = -(B_1/B_0)V_A \quad (14)$$

の関係がある。ここで $V_A \equiv B_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$ は Alfvén 波である。磁気圧を見てみると

$$P_{mag} = \frac{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}{8\pi} = \frac{B_0^2 + B_1^2}{8\pi} \quad (15)$$

となり、空間に渡って一定である。これが振幅が大きくても厳密解となりうる所以である。

計算の境界条件は周期境界とする。

4 無次元化

変数は、長さ、速度、密度をそれぞれ計算領域長 L 、音速 C_S 、一様密度 ρ_0 で無次元化する。このとき、時間は、 $\tau_0 \equiv L/C_S = 1$ となる。磁場は Alfvén 速度 V_A を音速 C_S で無次元化し、これより導出されるた磁場 B_0 を用いて、波の振幅 B_1 を無次元化する。

パラメータ	変数	無次元値
波数	k	2π
振幅	B_1/B_0	$\sqrt{0.9}$
Alfvén 速度	V_A/C_S	$\sqrt{10}$
計算領域長	L	1
密度	ρ_0	1
音速	C_S	1

表 1: パラメータと無次元化単位

5 グリッド

グリッド点は $i \in [1, 407]$ 。左右 4 点づつを境界として利用するグリッド間隔は、0.0025。

6 計算結果

進化は図のようになる。Alfvén から音波的な縦波が発生し、ほぼ線形に成長してゆく。その後、縦波は非線形まで成長して、密度と速度の V_x に大きな振幅を持ち、衝撃波をも形成する。

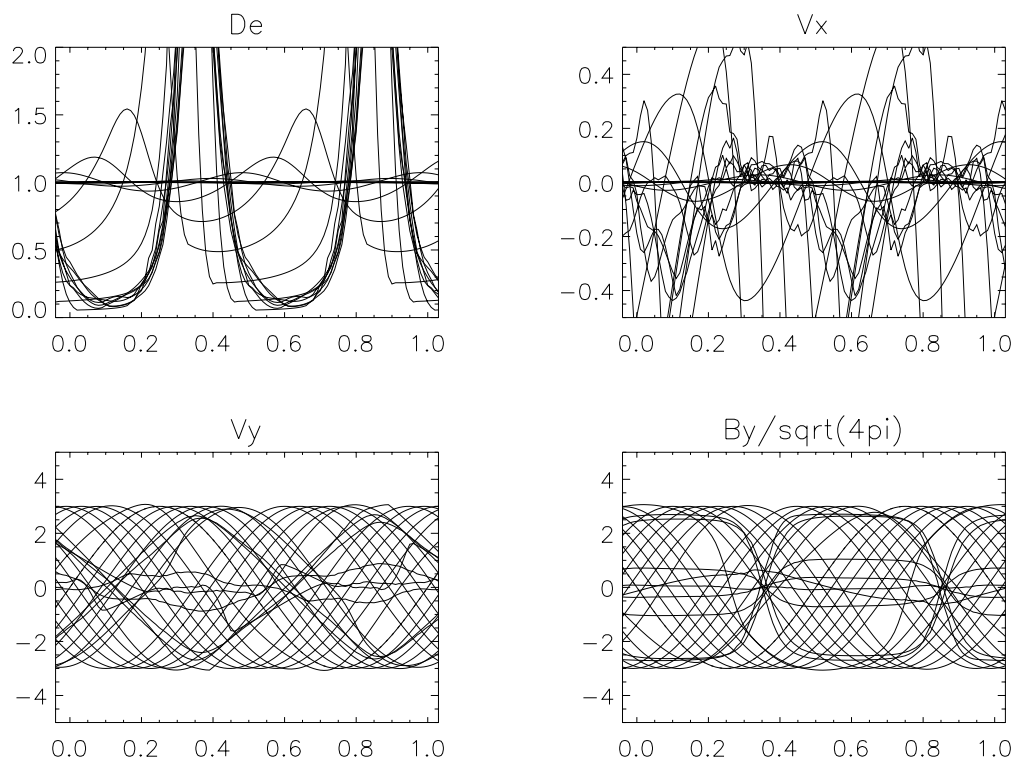


図 1: Alfvén 波減衰不安定性。

7 参考文献

- Derby, N. F., Jr., 1978, ApJ, 224, 1013
Goldstein, M. L. 1978, ApJ, 210, 700