

衝撃波管

ver. 0

1 はじめに

このモデルパッケージは衝撃波管問題をシミュレーションするためのものである。本コードでは、計算空間を半分に分け、右半分の密度・圧力を変えて手を離し、その後の波の伝播を追跡する。

2 仮定と基礎方程式

仮定は以下のとおり。(1) 1次元の流体運動・エネルギー輸送を解く。(2) 流路は断面積一様。(3) 非粘性・圧縮性流体として扱う。計算領域は $x \in [-0.5L, 0.5L]$ で、 $x = 0$ に初期不連続をおく。基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} \rho V_x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x^2 + p) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho V_x^2 \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho V_x^2 \right) V_x \right] = 0 \quad (3)$$

ここで、 γ は比熱比でパラメータ、他の記号は通常の意味。

3 無次元化

数値計算では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L 、 C_{S0} 、 $\tau_0 \equiv L/C_{S0}$ 。ここで L 、 C_{S0} は、計算領域長、 $x < 0$ 側音速。密度と圧力とは $x < 0$ での値 ρ_0 、 p_0 で無次元化する。

4 初期条件と境界条件

初期分布は以下のようなものである。

$$\rho = \rho_0, \quad p = p_0 \quad V_x = V_0 \quad x < 0 \quad (4)$$

$$\rho = \rho_1, \quad p = p_1 \quad V_x = V_1 \quad x > 0 \quad (5)$$

パラメータは ρ_1/ρ_0 、 p_1/p_0 、 V_0/C_{S0} 、 V_1/C_{S0} である。デフォルトでは Sod の条件が入れてある。

境界条件は $x = -0.5L$ 、 $x = 0.5L$ とともに

$$\partial \rho / \partial x = 0, \quad \partial p / \partial x = 0, \quad V_x = 0, \quad (6)$$

5 パラメータ

表 1 参照。

パラメータ	変数	無次元値
非熱比	γ	1.4
密度比	ρ_1/ρ_0	0.125
圧力比	p_1/p_0	0.1
負側速度	V_0/C_{S0}	0
正側速度	V_1/C_{S0}	0
計算領域長	L	1
負側密度	ρ_0	1
負側圧力	p_0	1
負側音速	C_{S0}	1

表 1: パラメータと無次元化単位

6 グリッド

グリッド点は $i \in [1, 1001]$ 。グリッド間隔は、0.001。

7 解析解との比較

デフォルトでは、いわゆる「Sod の計算」パラメータが入れてある。解析解が求められており、IDL プロシジャを用意したので表示することができる。(この問題はどんなパラメータでも一般に解析解をもとめられる)