

強い衝撃どうしの衝突

ver. 1

1 はじめに

このモデルパッケージは、2つの強い衝撃波 (Mach 数 292.8 と 92.6) 同士の衝突の過程を解くためのものである。各々の衝撃波の進化は、衝突するまでは、衝撃波管問題 (*md_shktb* 参照のこと) と同様であるが、衝突後は、衝撃波と接触不連続、膨張波がそれぞれ複雑に衝突しあい、新たな衝撃波、接触不連続、膨張波を発生させ、さらに、左右の境界によって反射される膨張波とも相互作用するために、非常に複雑な進化を呈する。

衝撃波管問題は計算コードの基本的なテストとして用いられるが、現実の宇宙流体では、Sod の衝撃波管 (Mach 数 2.95)[1] よりもはるかに強い衝撃波が存在し、衝撃波同士の衝突が重要な過程もある。そのような問題に、計算コードを応用する場合には、Sod の衝撃波管問題よりもさらに厳しいテスト問題でコードをテストするべきであり、このモデルパッケージで提供している強い衝撃波の衝突は、そのようなテスト問題の一つである [2]。

2 仮定と基礎方程式

ここで扱う衝撃波管問題では、非粘性・圧縮性流体を仮定し、管に沿った方向 (x 軸方向) 以外の方向の流体の速度は 0 と仮定する。本コードは、密度 ρ と圧力 p 、 x 軸方向の速度 u についての 1 次元 Euler 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}\rho u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho u^2\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho u^2\right)u\right] = 0 \quad (3)$$

を解くことによって、初期値問題としてこれら流体変数の時間発展を計算するものである。ここで、 γ は比熱比であり、以下では音速を c と表す ($c = \sqrt{\gamma p / \rho}$)。

3 無次元化

衝撃波管問題は、元々無次元化された変数によって表されるテスト問題である。

4 初期条件と境界条件

2つの仕切りを $x = -0.4$ と $x = 0.4$ に設置し、その左側 (領域 L) に比熱比 γ の流体を ρ_L, p_L, u_L の状態で置き、二つの仕切りの間の領域 (領域 C) に、 ρ_C, p_C, u_C の状態で置き、仕切りの右側 (領域 R) に ρ_R, p_R, u_R の状態で置く。時刻 $t = 0$ に二つの仕切りを取り去る。

このパッケージでは、デフォルトとして $\gamma = 1.4$ と

$$\rho_L = \rho_C = \rho_R = 1.0, \quad p_L = 1000., \quad p_C = 0.01, \quad p_R = 100.0, \quad u_L = u_C = u_R = 0 \quad (4)$$

という初期値を $t = 0$ に与えている。この初期条件は Woodward & Colella (1984), p.124 “Two interacting blast waves” [1] と同じである。

管の右端 $x_L = -0.5$ と左端 $x_R = 0.5$ に境界条件

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad u = 0 \quad (5)$$

を課す。計算の終了時刻を $t = 0.04$ とする。

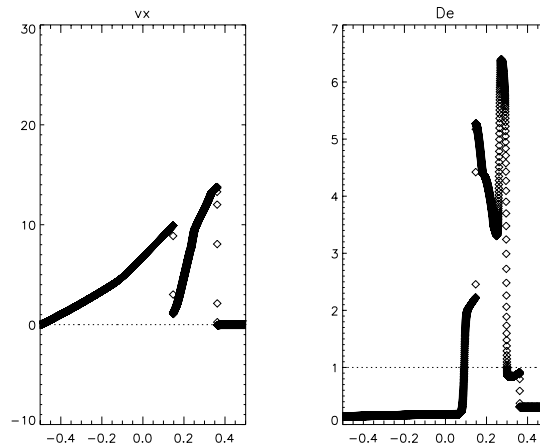


図 1: 衝撃波の速度 u , 密度 ρ , の $t = 0.038$ におけるシミュレーション結果

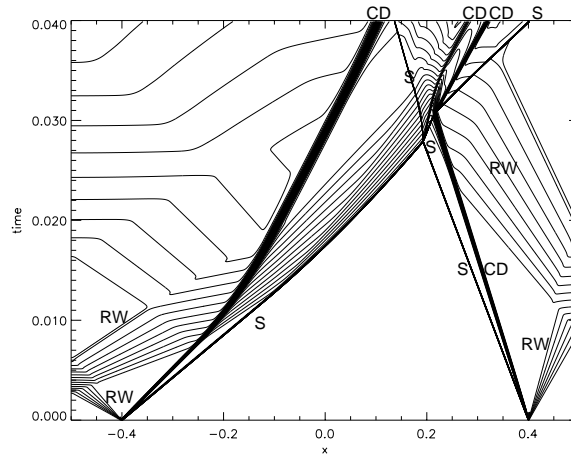


図 2: 横軸に空間、縦軸に時間を取り、密度をコントアで表した Wave-diagram。図のコントアの集中している部分が、衝撃波 (S) または接触不連続 (CD) である。膨張波 (RW) は扇状のコントアの集まりとして表される。

5 シミュレーション

シミュレーションに必要な、物理量に関する設定以外のこのパッケージの主な設定のデフォルトを下に挙げる。

- グリッド数 : 4001
- グリッドは等間隔で、その x 座標は $x(1) = -0.5$ から $x(1001) = 0.5$ まで
- 初期領域のグリッドへの割り当て : 領域 L = [1, 500], 領域 R = [501, 1001]
- CFL 条件の係数 : 0.4
- 計算法 : Roe 法

注) 修正ラックス・ベンドロフ法 (hdmlw) を選んだ場合、 $ix = 1001$ は正常終了するが、 $ix = 2001$ 以上では途中で異常終了する。

デフォルトの設定で行った計算の結果を図 1 に示す。

衝撃波と膨張波、接触不連続の複雑な相互作用の様子は、図 2 の wave-diagram からよくわかる。高圧と低圧ガスの境界 $x = -0.4$ と $x = 0.4$ から、衝撃波と接触不連続、膨張波が発生し (衝撃波管問題参照のこと)、膨張波は、左右の境界で反射され、接触不連続とぶつかる。二つの強い衝撃波は、 $t = 0.28$ に、 $x = 0.2$ 付近で衝突し、二つの衝撃波と、接触不連続、膨張波を発生させる。衝撃波の一つは、右側から来た接触不連続と衝突し、膨張波、接触不連続、衝撃波を発生させる。

図 2 から、このスキームでは、接触不連続が広がることがわかる。これは、図 1 の密度分布で、2 つの衝撃波が 2 から 3 格子点で捉えられているのに対し、3 つある接触不連続が数 10 の格子点で表されていることからわかる。

図のプロット

図 1

IDL> showplot

ps file を書き出す場合は、

IDL> showplot,/ps

vro.ps というファイルができる。

図 2

IDL> tro

ps file を書き出す場合は、

IDL> tro,/ps

t-ro.ps というファイルができる。

参考文献

- [1] SOD, G.A., “A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws”, *Journal of Computational Physics* (1978), **27**, pp.1–31.
- [2] WOODWARD, P.R., COLELLA, P. *Journal of Computational Physics* (1984), **54**, pp.115–172.

(和田桂一)