CANS1D モデルパッケージ md_wind

恒星風(太陽風)

ver. 1

1 はじめに

このモデルパッケージは恒星風 (太陽風) をシミュレーションするためのものである。恒星風 (太陽風) は、コロナのガス圧によって生じる流れである。

2 仮定と基礎方程式

仮定は以下のとおり。(1) 流れは球対称であると仮定して、1 次元の流体運動・エネルギー輸送を解く。(2) 非粘性・圧縮性流体として扱う。(3) 重力を考慮する。計算領域は $x \in [\,R, 11R\,]$ で、$x = R$ は星の表面、R は星の半径を表す。基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x S) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x S) + \frac{\partial}{\partial x}\left[(\rho V_x^2 + p)S\right] = \rho g S + p\frac{dS}{dx} \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho V_x^2\right)S\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V_x^2\right)V_x S\right] = \rho g V_x S \tag{3}$$

$$p = \frac{k_{\rm B}}{m}\rho T \tag{4}$$

ここで、$\gamma = 1.1$ は比熱比、S は断面積、g は重力加速度、$k_{\rm B}$ は Boltzmann 定数、m は 平均粒子質量、他の記号は通常の意味。断面積分布は

$$S = x^2 \tag{5}$$

重力は

$$g = -g_0\frac{R^2}{x^2} \tag{6}$$

g_0 は光球（$x = R$）での重力。

3 無次元化

数値計算では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ $\mathcal{H}_0$、 $C_{\rm S0}$、$\tau_0 \equiv \mathcal{H}_0/C_{\rm S0}$。ここで $\mathcal{H}_0$、$C_{\rm S0}$ は $x = R$（星表面）での圧力スケール長 $\mathcal{H} \equiv p/(\rho g)$ と音速 $C_{\rm S} \equiv \sqrt{\gamma p/\rho}$。密度と温度とは表面（$x = R$）での値 ρ_0、T_0 で無次元化する。

4　初期条件と境界条件

まず温度分布を仮定する。

$$T(z) = T_0 + (T_{\rm ism} - T_0)\left[\frac{1}{2}\left\{\tanh\left(\frac{x - x_{\rm hs}}{0.5\mathcal{H}_0}\right) + 1\right\}\right] \tag{7}$$

$R < x < x_{\rm hs}$ では温度 $T_0 = 1 =$ 一定の等温コロナ (静水圧平衡) であり、$R > x_{\rm hs}$ では温度 $T_{ism} = 0.01$ の等温星間物質 (静水圧平衡にはない) とする。全空間で速度 $V_x = 0$ とする。コロナでは与えられた温度分布・重力分布のもとで力学平衡の式

$$\frac{dp}{dx} = \rho g \tag{8}$$

を解いて初期分布としている。星間物質のところは温度、密度 ($\rho_{ism} = 1.0 \times 10^{-8}$、圧力 (温度と圧力より状態方程式を用いて決まる) のすべてを一定とする。こうして得られた初期分布は、力学平衡状態にはなく、計算開始直後からショックチューブのような現象 (流れ) が発生し、時間とともに次第に定常解 (太陽風のパーカー解) に近付いていく。これからもわかるようにコロナと星間物質の初期の圧力差が太陽風が発生する直接の原因である。

境界条件は $x = 0$、$x = L$ とでともに

$$\partial\rho/\partial x = 0, \quad \partial p/\partial x = 0, \quad V_x = 0 \tag{9}$$

5　パラメータ

表 1 参照。

パラメータ	変数	無次元値	有次元値
星の半径	R	6	700,000 km
星コロナ温度	T_0	1	2×10^6 K
星コロナ密度	ρ_0	1	10^8 cm^{-3}
星コロナ圧力スケール長	$\mathcal{H}_0$	1	12000 km
星コロナ音速	$C_{\rm S0}$	1	180 km/s
星コロナ音波横断時間	$\tau_0 \equiv \mathcal{H}_0/C_{\rm S0}$	1	300 s
比熱比	γ	1.1	1.1
星表面重力	g_0	$1/\gamma$	270 m/s^2

表 1: パラメータと無次元化単位

6　グリッド

グリッド点は $i \in [1,\ 1001]$。グリッド間隔は、すべて一様 $\Delta x = \Delta x_0 = 0.06\mathcal{H}_0$。

7　計算結果

8　参考文献

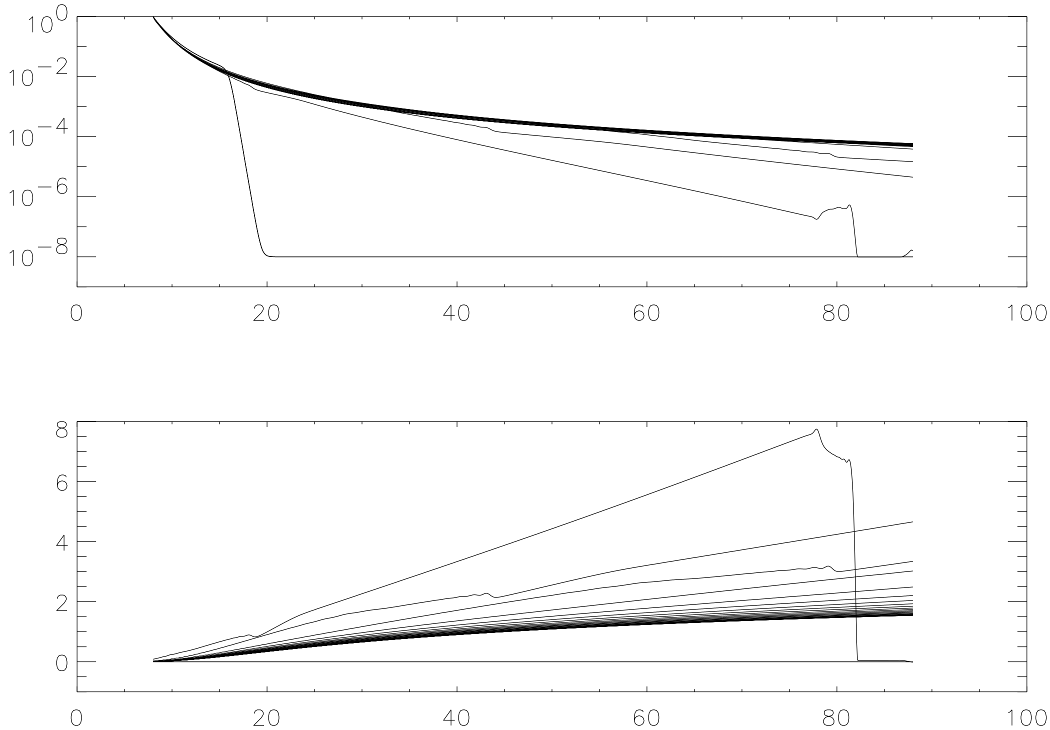
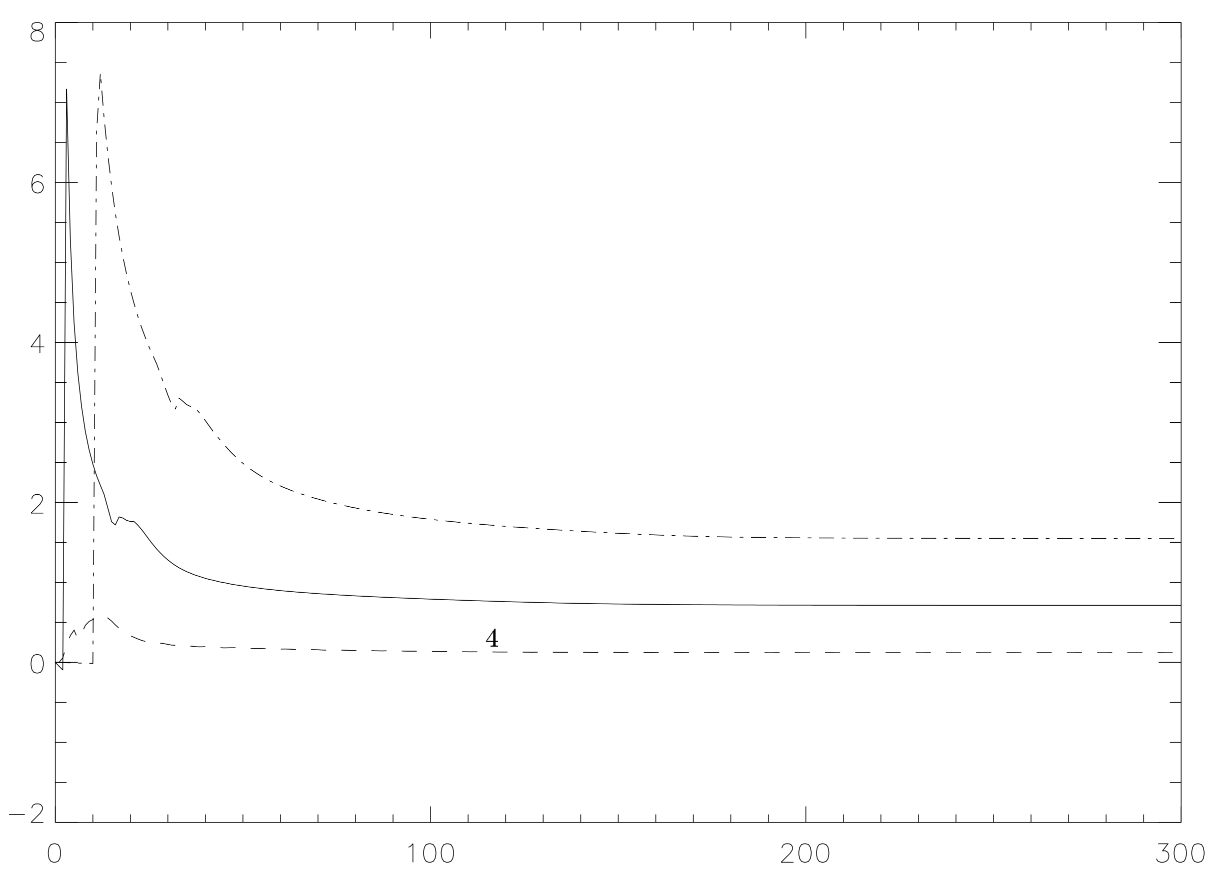


図 1: 密度・速度分布。この図は pldt.pro で作り、横軸 x に対する密度分布（上）と速度分布（下）を、時間が 10 増えるごとに重ねて表示している。初期条件で一様に仮定した星間物質の温度と速度が、時間が経つに連れ定常状態になっていくのが分かる。



太陽風（熱圧加速恒星風）の理論

柴田一成（京大理花山天文台）

9　太陽風が吹く物理的理由

もしコロナが hydrostatic ならば

$$\frac{dp}{dr} + \rho \frac{GM}{r^2} = 0. \tag{1}$$

簡単のため等温コロナを考える。

$$p = \rho R_g T/\mu = \rho C_s^2 \tag{2}$$

ただし、R_g は気体定数、μ は平均分子量、$C_s = (p/\rho)^{1/2}$ は等温音速。すると、(1) 式は積分できて

$$p = p_0 \exp\left[A\left(\frac{R}{r} - 1\right)\right] \tag{3}$$

ただし、

$$A = \frac{GM}{C_s^2 R} \simeq 5.7\left(\frac{M}{1M_o}\right)\left(\frac{T}{2\times10^6\mathrm{K}}\right)\left(\frac{R}{1R_o}\right) \tag{4}$$

R,M は恒星の半径、質量。したがって、$T = 2\times10^6$ K のとき、$r = \infty$ で、$p_\infty = p_0 \exp(-5.7) \simeq 3\times10^{-3} p_0 \simeq 3\times10^{-4}$ dyn/cm^2、$T = 10^6$ K のときは $p_\infty = 10^{-6}$dyn/cm^2 となり、星間物質のガス圧 $p_{IS} \simeq 10^{-12}$ dyn/cm^2 よりかなり大きい。つまり圧力平衡が成り立たない。よって static ではありえない。これが太陽風が吹く物理的理由である (Parker 1958)。

10　Polytropic Solar Wind

定常、1 次元球対称、ポリトロピック関係 $p \propto \rho^\gamma$ を仮定すると、流体力学の方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dr}(\rho v r^2) = 0, \tag{5}$$

$$v\frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} + \frac{GM}{r^2} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{d}{dr}(p\rho^{-\gamma}) = 0 \tag{7}$$

(7) 式は積分定数を K とすると

$$p = K\rho^\gamma \tag{8}$$

と書ける。(5)、(8) を (6) に代入して整理すると、

$$\frac{1}{2}\frac{dv^2}{dr} = \frac{-\frac{2C_s^2}{r} + \frac{GM}{r^2}}{1 - \frac{C_s^2}{v^2}} \tag{9}$$

ここで、分母が０のとき解が発散しないためには、分子も０にならなければならない。このことから、

$$r = r_c = \frac{GM}{2C_s^2} \tag{10}$$

のとき、$v = C_s$、つまり、流れ（太陽風）が音速に等しくなるのは、$r = r_c$ の場所であることがわかる。この r_c の点を critical point (or sonic point 音速点）という。また、このように音速点を通る流れのことを遷音速流 (transonic flow) という。(9) 式の一般解の解曲線を図１に示す (Parker 1963, Tajima and Shibata 1997)。

11　音速点の位置

音速点の位置は (10) 式で与えられているが、polytropic solar wind では音速は一定でないので、(10) 式だけでは正確な場所が不明である。音速点の位置を求めるために (6) 式を積分すると、次の式 (Bernoulli's law) が得られる。

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}K\rho^{\gamma-1} - \frac{GM}{r} = E = const. \tag{11}$$

ここで $C_s^2 = \gamma p/\rho = K\rho^{\gamma-1}$、音速点で $v = C_s, r = r_c = GM/(2C_s^2)$ が成り立っていることを使うと、(11) 式は最終的に

$$\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}C_{sc}^2 = E \tag{12}$$

ただし、C_{sc} は音速点における音速。これを (10) 式に代入すると、

$$r_c = \frac{5-3\gamma}{4(\gamma-1)}\frac{GM}{E} \tag{13}$$

$r_c > 0, E > 0$ なので、γ には以下の制限がつく：

$$1 < \gamma < 5/3 \tag{14}$$

さて (13) 式より音速点の位置を知るには、全エネルギー E の値をあらかじめ知っておかなければいけない。太陽風の全エネルギーは、基本的にはコロナの基底の温度で決まり、次のようになる：

$$E \simeq \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{R_g T_o}{\mu} - \frac{GM}{R} \tag{15a}$$

$$= \frac{GM}{R}\Big(\frac{1}{\gamma-1}\frac{C_{s0}^2}{V_{k0}^2} - 1\Big) \tag{15b}$$

ただし $V_{k0} = GM/R$、よって、

$$\frac{r_c}{R} = \frac{(5-3\gamma)}{4\Big(\frac{C_{s0}^2}{V_{k0}^2} - (\gamma-1)\Big)} \tag{16}$$

もし $\gamma \approx 1, C_{s0}^2/V_{k0}^2 \gg \gamma - 1$ ならば

$$r_c \simeq \frac{GM}{2C_{s0}^2} \simeq 3R\Big(\frac{T_0}{2\times10^6 K}\Big)^{-1}\Big(\frac{M}{M_o}\Big) \tag{17}$$

よって、コロナ温度が２００万度のときは、音速点の位置は約３太陽半径、１００万度のきは約６太陽半径。

12 最終速度 (terminal velocity)

$r \to \infty$ では、太陽風の速度は一定になる。その速度 v_∞ のことを最終速度 (terminal velocity) という。質量保存 $\rho v r^2 = const.$ より、$\rho \propto r^{-2} \to 0$, $p \propto \rho^\gamma \to 0$ を考慮すると、

$$E \simeq \frac{1}{2}v_\infty^2 = \frac{1}{\gamma-1}C_{s0}^2 - V_{k0}^2. \tag{18}$$

よって

$$v_\infty = C_{s0}\Big(\frac{2}{\gamma-1} - \frac{2V_{k0}^2}{C_{s0}^2}\Big)^{1/2}. \tag{19}$$

もちろん、右辺の括弧の中は正でなければならない。これより

$$\gamma < 1 + \frac{C_{s0}^2}{V_{k0}^2} \tag{20}$$

$\gamma \approx 1$ のときは $1/(\gamma-1) \gg V_{k0}^2/C_{s0}^2$ なので

$$v_\infty \simeq \Big(\frac{2}{\gamma-1}\Big)^{1/2} C_{s0} \tag{21}$$

以上より、太陽風（熱圧風またはガス圧加速風）の最終速度は、コロナの音速程度であることがわかる。例えば、実際の太陽コロナでは、$V_{k0} \simeq 450$ km/s, $T = 2 \times 10^6$K のとき、$C_{s0} \simeq 180$ km/s。よって (20) 式は $\gamma < 1 + 1/6 \simeq 1.17$. これを満たす解として $\gamma = 1.1$ と仮定すると、

$$v_\infty \simeq 8^{1/2} C_{s0} \simeq 540 \text{ km/s}$$

13 質量放出率

太陽風の質量放出率は、コロナの温度と密度で決まる。より正確には、音速点における音速と密度で決まる。つまり、

$$\dot{M} = 4\pi r_c^2 C_{sc}\rho_c. \tag{22}$$

ただし、ρ_c は音速点における密度。厳密には音速点における密度は太陽風解を求めないと決まらないが、大雑把には次のようにして概算できる。音速点より内側では太陽風速度は音速より小さいので、密度分布は hydrostatic 分布からそれほどは違わないと考えて良い。よって、(3) 式より

$$\rho_c \approx \rho_0 \exp\Big[\frac{GM}{C_{s0}^2}\Big(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_o}\Big)\Big]. \tag{23}$$

ここに

$$r_c \approx GM/(2C_{s0}^2) \tag{24}$$

を代入すると、

$$\rho_c \approx \rho_0 \exp\Big[2\Big(1 - \frac{r_c}{R_o}\Big)\Big]. \tag{25}$$

以上より、(22) 式は次のように書ける：

$$\dot{M} = 4\pi r_c^2 C_{sc}\rho_0 \exp\Big[2\Big(1 - \frac{r_c}{R_o}\Big)\Big]. \tag{26}$$

ただし、

$$C_{sc} \approx C_{s0}\left[\frac{2}{5-3\gamma}\left(1-(\gamma-1)\frac{V_{k0}^2}{C_{s0}^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{27}$$

(26) 式は、C_{s0},ρ_0 だけで決まるので、結局、太陽風の質量流出率はコロナの基底における温度 T_0（音速 $C_{s0} = (\gamma R_g T_0/\mu)^{1/2}$ は温度 T_0 だけの関数) と密度 ρ_0 だけできまることがわかる。

例として、太陽 ($M_0 = 2\times10^{33}$ g, $R_0 = 7\times10^{10}$ cm) に対して、

$$\gamma = 1.1,$$

$$T_0 = 2\times10^6 \text{ K},$$

$$\rho_0 = 2\times10^{-16} \text{ g cm}^{-3}\ (n = 10^8 \text{ cm}^{-3})$$

というコロナの境界条件を課すと、解は一意に決まり、次のようになる：

$$r_c \approx 3R_0 \approx 2\times10^{11} \text{ cm}$$

$$V_\infty \approx 3C_{s0} \approx 540 \text{ km/s}$$

$$C_{sc} \approx 0.7C_{s0} \approx 130\text{km/s}$$

$$\rho_c \approx \rho_0 \exp(-4) \approx 0.02\rho_0$$

$$\dot{M} \approx 3\times10^{13} \text{ g/s} \approx 10^{-13} \text{ M}_o\text{/yr}$$

14 定常解の数値解法

基本課題にあるように、コロナ基底の温度と密度を固定して非定常計算を長時間続けると、流れは定常解に漸近していく。この解が真の定常解かどうかは、独立に定常解を計算して比較する必要がある。以下にいくつか定常解を求める方法をまとめておこう。

14.1 その１：太陽表面（コロナの基底）から解く

太陽風の定常解を求める最も単純な方法は、コロナ基底の半径 R_0 で、温度 (T_0), 密度 (ρ_0) を与え、そこから (9) 式をルンゲクッタ法を用いて数値的に解いていく方法である。初期値（境界値）の速度は 0 とする。ただし、この方法だと、音速点を通過させるのはなかなか大変である。

14.2 その２：音速点から解く

上の方法の難点を解決するには、音速点から解けば良い。つまり、最初から音速点を通る解を求めようとしているわけだから、音速点を初期値（境界値）としても構わない。音速点における速度の勾配も (9) 式からわかるので、(9) 式により、音速点の外側と内側に別々にルンゲクッタ法で解いていく。

14.3　その３：ベルヌーイの式を用いる

最後の方法は (11) 式を速度だけの関数として解く方法である。つまり、(11) 式から密度を消去すると、

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1}K\left(\frac{\dot{M}}{4\pi v r^2}\right)^{\gamma-1} - \frac{GM}{r} = E = const. \tag{28}$$

ここで、$(K, \dot{M}, E)$ （積分定数）を与えると、(28) 式は非線型の代数方程式なので、Newton-Raphson 法などによって解が得られる。(γ, r, M, G は、ここでは固定する。) これをあらゆる r に対してやれば、解曲線が得られる。積分定数は、コロナの基底の物理量 (T_0, ρ_0) と音速点を通るという条件から (15b)、(26) より、あらかじめ決まる。

15　問題

- 太陽風の流れの性質は、ラバール管中の流れの性質と似ている。ラバール管中の流れとの類似点、相似点を述べよ。
- (9) 式は速度の符号を変えても解は変わらない。速度が負の解は降着流に対応する。これは最初に調べた人の名前をとって、Bondi accretion flow あるいは Bondi solution と呼ばれる。(ちなみに太陽風解は Parker solution と呼ばれている。) Bondi solution を詳しく調べよ。とくに、遠方の星間物質の温度と密度を境界条件とした解を求めよ (Bondi 1952)。

References

Bondi, H., 1952, MNRAS 112, 195.

Parker, E. N., 1958, ApJ 128, 664.

Parker, E. N., 1963, Interplanetary Dynamical Processes, Interscience Publishers, New York.

Tajima, T. and Shibata, K., 1997, Plasma Astrophyics, Addison-Wesley, Reading, p. 360