

第 12 章

Minkowski functionals を用いた構造解析

名古屋大学 杉本 香菜子

本章では、Minkowski functionals を用いた構造解析の手法を解説する¹。Minkowski functionals は、任意のスカラー分布において、閾値を越えた点のトポロジカル (位相幾何学) な性質を表す統計量である。Minkowski functionals は宇宙の大規模構造の解析 (天文学での適用例は、Mecke et al. 1994; Schmalzing & Górski 1998、など) や、医療用画像の解析などに使われている。

筆者は、自己重力を考慮した MHD 乱流の進化を数値計算しており、形成されたガス雲の構造解析に Minkowski functionals を利用している。これによって、ある閾値 ρ_{th} 以上の密度を持つガス塊の個数や辺の長さ、表面積、体積の総和に相当する量を得られる。また、Minkowski functionals はこれらの量を座標軸の方向に分けて求められるので、形成されたガス雲がある座標軸方向に細長く伸びていて、かつ、それらの向きが揃っていると、異方性が検出できる。

Minkowski functionals の利点は、

- 任意の密度分布 (正確には任意のスカラー場) に対して適用できる
- 離散データの場合の計算が簡単
- 1次元、2次元、3次元のいずれにも使える
- 数学的な性質が調べられている
 - 座標の取り方に依らない
 - 位相 (トポロジー) を定量化できる
 - 閾値を変えることにより、構造の特徴を知ることができる

ことである。

12.1 定義と計算法

本節では、Minkowski functionals の定義とその計算法をそれぞれ 1, 2, 3 次元のスカラー分布 ρ について解説する。3次元の Minkowski functionals は genus, \mathcal{G} , curvature, \mathcal{C} , surface, \mathcal{S} , volume,

¹本章の解説は本サマースクールの実行委員の一人であり、筆者の共同研究者でもある花輪 知幸氏 (千葉大学 先進科学教育センター) が 2004 年 4 月に行ったセミナーのレジメを非常に参考にさせていただきました。

\mathcal{V} の 4 つの統計量からなる。より低い次元の場合は、これらの内の一部の統計量からなる。スカラー分布 ρ の次元と Minkowski functionals の種類を表 12.1 にまとめた。

表 12.1: スカラー分布 ρ の次元と Minkowski functionals

	1 次元	2 次元	3 次元
	ρ_i	$\rho_{i,j}$	$\rho_{i,j,k}$
個数	\mathcal{G}	\mathcal{G}	\mathcal{G}
長さ	\mathcal{C}	\mathcal{C}	\mathcal{C}
面積	—	\mathcal{S}	\mathcal{S}
体積	—	—	\mathcal{V}

以下に計算法の説明をするにあたり、スカラー分布の閾値を ρ_{th} とする。また、閾値で二値化した分布 n を使用する。 n は各点で、

$$n = \begin{cases} 1 & (\rho \geq \rho_{th}) \\ 0 & (\rho < \rho_{th}) \end{cases}, \quad (12.1)$$

である。

12.1.1 1 次元の Minkowski functionals (\mathcal{G}, \mathcal{C})

スカラーデータが 1 次元の配列 ρ_i で与えられている場合、

$\mathcal{C}(\rho_{th})$: $\rho_i \geq \rho_{th}$ であるセルの個数

$\mathcal{G}(\rho_{th})$: $\rho_i \geq \rho_{th}$ であるセルが連続した領域の個数。

例 1: \square ($=\rho_i < \rho_{th}$ のセル) と \blacksquare ($=\rho_i \geq \rho_{th}$ のセル) が次のように並んでいる場合、

$\square \blacksquare \blacksquare \square \square \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \square \blacksquare \square \square \square \blacksquare \blacksquare \square$

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = 9, \quad (12.2)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = 4. \quad (12.3)$$

計算法

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0, \quad (12.4)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_1, \quad (12.5)$$

記号	図解	数式
\mathcal{N}_0	\blacksquare の数	$\sum_i n_i$
\mathcal{N}_1	$\blacksquare \blacksquare$ の数	$\sum_i n_i n_{i+1}$
		または、 $\min(n_i, n_{i+1})$.

ここで、

$$n_i = \begin{cases} 1 & (\rho_i \geq \rho_{th}) \\ 0 & (\rho_i < \rho_{th}) \end{cases}. \quad (12.6)$$

例1の場合は、 $\mathcal{N}_0 = 9, \mathcal{N}_1 = 5$ になる。

12.1.2 2次元の Minkowski functionals ($\mathcal{G}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$)

スカラーデータが2次元の配列 $\rho_{i,j}$ で与えられている場合、

$\mathcal{S}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j} \geq \rho_{th}$ であるセルの個数 (面積)

$\mathcal{C}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j} \geq \rho_{th}$ であるセルの領域を囲む辺の長さの半分

$\mathcal{G}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j} \geq \rho_{th}$ であるセルが連続した領域の個数から、■に囲まれた□のセルが連続して存在する領域 (穴) の個数を引いた数。

例2: □ ($=\rho_{i,j} < \rho_{th}$ のセル) と ■ ($=\rho_{i,j} \geq \rho_{th}$ のセル) が次のように並んでいる場合。

```

□□□□□□□□□□□□□□□□
□■□□■□□□□□■□□□□□
□■□□■□□□□□■□□□□□
□□□□■□□□□□■□□□□□
□□□□□□□□□□□□□□□□

```

$$\mathcal{S}(\rho_{th}) = 22, \quad (12.7)$$

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = 17, \quad (12.8)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = 3. \quad (12.9)$$

例2: □ ($=\rho_{i,j} < \rho_{th}$ のセル) と ■ ($=\rho_{i,j} \geq \rho_{th}$ のセル) が次のように並んでいる場合。

```

□□□□□□□□□□□□□□□□
□■□□■□■□□□■□□□□□
□■□□■□■□□□■□□■□□
□□□□■□□□□□■□□□□□
□□□□□□□□□□□□□□□□

```

この例では右端の連結成分に穴が空いている。

$$\mathcal{S}(\rho_{th}) = 19, \quad (12.10)$$

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = 21, \quad (12.11)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = 2. \quad (12.12)$$

計算法

$$\mathcal{S}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0, \quad (12.13)$$

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = 2\mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_1, \quad (12.14)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2, \quad (12.15)$$

記号	図解	数式
\mathcal{N}_0	■ の数	$\sum_i \sum_j n_{i,j}$
\mathcal{N}_1	■■ と ■ の数	$\sum_i \sum_j (n_{i,j} n_{i+1,j} + n_{i,j} n_{i,j+1})$
\mathcal{N}_2	■■■ の数	$\sum_i \sum_j n_{i,j} n_{i+1,j} n_{i,j+1} n_{i+1,j+1}$

ここで、

$$n_{i,j} = \begin{cases} 1 & (\rho_{i,j} \geq \rho_{th}) \\ 0 & (\rho_{i,j} < \rho_{th}) \end{cases} . \quad (12.16)$$

12.1.3 3次元の Minkowski functionals ($\mathcal{G}, \mathcal{C}, \mathcal{S}, \mathcal{V}$)

データが 3次元の配列 $\rho_{i,j,k}$ で与えられている場合。

$\mathcal{V}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j,k} \geq \rho_{th}$ であるセルの個数 (体積)

$\mathcal{S}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j,k} \geq \rho_{th}$ であるセルを覆う表面積の半分

$\mathcal{C}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j,k} \geq \rho_{th}$ であるセルが連続した領域の凸辺の長さの和から凹辺の長さの和を引いた数
 $\times \frac{1}{4}$ (図 12.1 参照)

$\mathcal{G}(\rho_{th})$: $\rho_{i,j,k} \geq \rho_{th}$ であるセルが連続した領域の数と $\rho_{i,j,k} \geq \rho_{th}$ のセルに囲まれた空洞 (cavity) の数の和から、貫通した穴 (ハンドル) の数を引いたもの

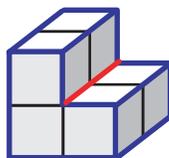


図 12.1: 3次元の \mathcal{C} を増加させる凸辺(青)と減少させる凹辺(赤)

計算法

$$\mathcal{V}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0, \quad (12.17)$$

$$\mathcal{S}(\rho_{th}) = 3\mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_1, \quad (12.18)$$

$$\mathcal{C}(\rho_{th}) = 3\mathcal{N}_0 - 2\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2, \quad (12.19)$$

$$\mathcal{G}(\rho_{th}) = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 - \mathcal{N}_3. \quad (12.20)$$

$$\mathcal{N}_0(\rho_{th}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} \quad (12.21)$$

$$\mathcal{N}_1(\rho_{th}) = \sum_i \sum_j \sum_k (n_{i,j,k} n_{i+1,j,k} + n_{i,j,k} n_{i,j+1,k})$$

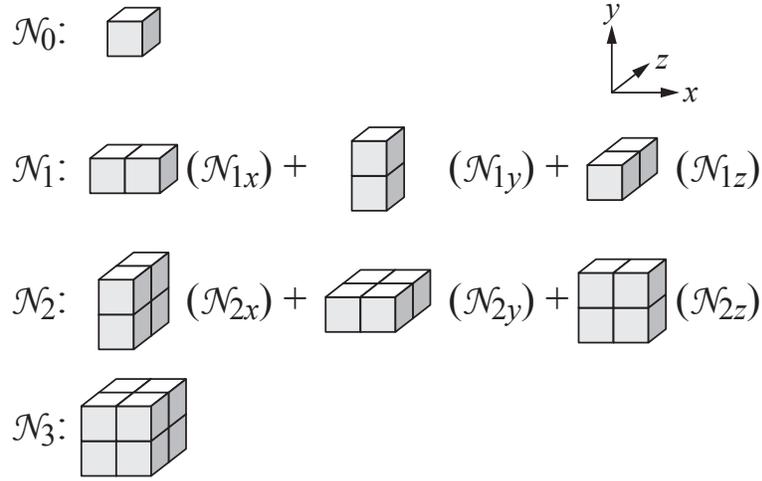


図 12.2: 3次元の Minkowski functionals における、 \mathcal{N}_i の定義 ($i = 0, 1, 2, 3$)。立方体は $\rho \geq \rho_{\text{th}}$ のセルを表す。

$$\mathcal{N}_2(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k (n_{i,j,k} n_{i,j,k+1}) + n_{i,j,k} n_{i,j,k+1} n_{i,j,k+1} n_{i,j,k+1} + n_{i,j,k} n_{i,j,k+1} n_{i,j,k+1} n_{i,j,k+1} + n_{i,j,k} n_{i,j,k+1} n_{i+1,j,k} n_{i+1,j,k+1} + n_{i,j,k} n_{i,j,k+1} n_{i+1,j,k} n_{i+1,j,k+1}), \quad (12.22)$$

$$\mathcal{N}_3(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i+1,j,k} n_{i,j+1,k} n_{i+1,j+1,k} \times n_{i,j,k+1} n_{i+1,j,k+1} n_{i,j+1,k+1} n_{i+1,j+1,k+1}. \quad (12.23)$$

$$n_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & (\rho_{i,j,k} \geq \rho_{\text{th}}) \\ 0 & (\rho_{i,j,k} < \rho_{\text{th}}) \end{cases}. \quad (12.24)$$

ここで、

$$n_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & (\rho_{i,j,k} \geq \rho_{\text{th}}) \\ 0 & (\rho_{i,j,k} < \rho_{\text{th}}) \end{cases}. \quad (12.25)$$

12.2 閾値 ρ_{th} による Minkowski functionals の変化

閾値 ρ_{th} を変化させたときの Minkowski functionals の振舞いを図 12.3 に示した。図 12.3 の下図は、磁気乱流の減衰のシミュレーションによって得られた密度分布 (図 12.3 の上図) を基に、周期境界条件で計算した Minkowski functionals である。

考えている領域が $N_x \times N_y \times N_z$ 個のセルに分割されているとき。

- 閾値が密度の最大値より大きい場合 ($\rho_{\text{max}} < \rho_{\text{th}}$)、

$$1 \text{次元 } \mathcal{C} = \mathcal{G} = 0$$

$$2 \text{次元 } \mathcal{S} = \mathcal{G} = 0$$

$$3 \text{次元 } \mathcal{V} = \mathcal{S} = \mathcal{C} = \mathcal{G} = 0$$

- 閾値が密度の最小値より小さい場合 ($\rho_{\text{min}} > \rho_{\text{th}}$)

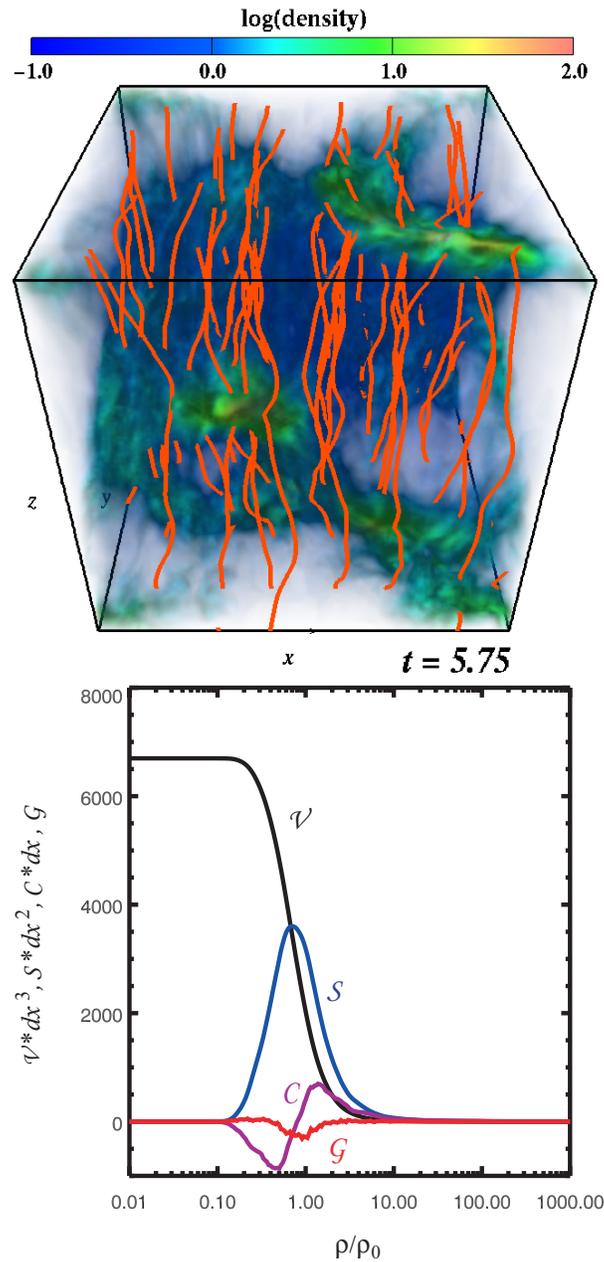


図 12.3: 磁気乱流の減衰の3次元シミュレーションの密度分布(上図)と、これを基に計算した Minkowski functionals(下図)。上図: 密度分布(対数スケール)を鳥瞰図として3次元的に表している。橙色の曲線は磁力線の例である。下図: 数値計算のメッシュ幅 dx の巾乗で規格化した Minkowski functionals を密度の閾値 (ρ) の関数としてプロットしている。周期境界条件によって Minkowski functionals を計算している。

1次元 $\mathcal{C} = N_x$, $\mathcal{G} = 0$ (周期境界)、1 (孤立境界)

2次元 $\mathcal{S} = N_x N_y$,

$\mathcal{C} = \mathcal{G} = 0$ (周期境界); $\mathcal{C} = N_x + N_y$, $\mathcal{G} = 1$ (孤立境界)

3次元 $\mathcal{V} = N_x N_y N_z$,

$\mathcal{S} = \mathcal{C} = \mathcal{G} = 0$ (周期境界);

$\mathcal{S} = N_x N_y + N_y N_z + N_z N_x$, $\mathcal{C} = N_x + N_y + N_z$, $\mathcal{G} = 1$ (孤立境界)

- $\rho_{\min} \leq \rho_{\text{th}} \leq \rho_{\max}$ の場合

閾値 ρ_{th} を ρ_{\min} から ρ_{\max} まで増加させたときの Minkowski functionals の振る舞い

次元	1次元	2次元	3次元
\mathcal{G}	増大して減少 (常に正)	極小 (-) と極大 (+)	極大 (+)- 極小 (-)- 極大 (+)
\mathcal{C}	単調減少 (常に正)	増大して減少 (常に正)	極小 (-) と極大 (+)
\mathcal{S}	—	単調減少 (常に正)	増大して減少 (常に正)
\mathcal{V}	—	—	単調減少 (常に正)

12.3 異方性の検出

スカラー分布 ρ が 2次元および 3次元の場合、 \mathcal{N}_1 と \mathcal{N}_2 を座標軸方向に分けて計算することにより、異方性を測ることが出来る。

2次元の場合

$$\mathcal{N}_1(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{N}_{1x}(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{N}_{1y}(\rho_{\text{th}}), \quad (12.26)$$

$$\mathcal{N}_{1x}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j n_{i,j} n_{i+1,j}, \quad (12.27)$$

$$\mathcal{N}_{1y}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j n_{i,j} n_{i,j+1}. \quad (12.28)$$

x -, y - 方向に分けた \mathcal{C} は、

$$\mathcal{C}(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{C}_x(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{C}_y(\rho_{\text{th}}), \quad (12.29)$$

$$\mathcal{C}_x(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{N}_0(\rho_{\text{th}}) - \mathcal{N}_{1y}(\rho_{\text{th}}), \quad (12.30)$$

$$\mathcal{C}_y(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{N}_0(\rho_{\text{th}}) - \mathcal{N}_{1x}(\rho_{\text{th}}). \quad (12.31)$$

3次元の場合

$$\mathcal{N}_1(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{N}_{1x}(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{N}_{1y}(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{N}_{1z}(\rho_{\text{th}}), \quad (12.32)$$

$$\mathcal{N}_{1x}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i+1,j,k}, \quad (12.33)$$

$$\mathcal{N}_{1y}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i,j+1,k}, \quad (12.34)$$

$$\mathcal{N}_{1z}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i,j,k+1}, \quad (12.35)$$

$$\mathcal{N}_2(\rho_{\text{th}}) = \mathcal{N}_{2x}(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{N}_{2y}(\rho_{\text{th}}) + \mathcal{N}_{2z}(\rho_{\text{th}}), \quad (12.36)$$

$$\mathcal{N}_{2x}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i,j+1,k} n_{i,j,k+1} n_{i,j+1,k+1}, \quad (12.37)$$

$$\mathcal{N}_{2y}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i+1,j,k} n_{i,j,k+1} n_{i+1,j,k+1}, \quad (12.38)$$

$$\mathcal{N}_{2z}(\rho_{\text{th}}) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{i,j,k} n_{i+1,j,k} n_{i,j+1,k} n_{i+1,j+1,k}. \quad (12.39)$$

x -, y -, z - 方向に分けた \mathcal{S} は、

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_x + \mathcal{S}_y + \mathcal{S}_z, \quad (12.40)$$

$$\mathcal{S}_x = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_{1x}, \quad (12.41)$$

$$\mathcal{S}_y = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_{1y}, \quad (12.42)$$

$$\mathcal{S}_z = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_{1z}. \quad (12.43)$$

x -, y -, z - 方向に分けた \mathcal{C} は、

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_x + \mathcal{C}_y + \mathcal{C}_z, \quad (12.44)$$

$$\mathcal{C}_x = \mathcal{N}_0 - (\mathcal{N}_{1y} + \mathcal{N}_{1z}) + \mathcal{N}_{2x}, \quad (12.45)$$

$$\mathcal{C}_y = \mathcal{N}_0 - (\mathcal{N}_{1x} + \mathcal{N}_{1z}) + \mathcal{N}_{2y}, \quad (12.46)$$

$$\mathcal{C}_z = \mathcal{N}_0 - (\mathcal{N}_{1x} + \mathcal{N}_{1y}) + \mathcal{N}_{2z}. \quad (12.47)$$

図 12.4 は図 12.3 の上図の密度分布を基に、(12.41) - (12.47) 式によって計算した、 \mathcal{C} と \mathcal{S} の座標軸方向に分けた成分をプロットしたものである。高密度領域 ($10 \leq \rho \leq 300$) では $\mathcal{C}_z < \mathcal{C}_x, \mathcal{C}_y$ および $\mathcal{S}_z > \mathcal{S}_x, \mathcal{S}_y$ となっている。これは、平均的な磁場の向き (z - 軸方向) に対して垂直な方向に伸びた構造であることを示している。

12.4 閾値 ρ_{th} を変化させた計算

閾値 ρ_{th} を固定したとき、任意の $N_x \times N_y \times N_z$ 個のセルの Minkowski functionals は $\mathcal{G}, \mathcal{C}, \mathcal{S}, \mathcal{V}$ の 4 つの整数である。このように、Minkowski functionals はデータを非常に効率的に圧縮するので、閾値 ρ_{th} を変えながら計算してもデータの容量はあまり問題にならない。閾値を変化させながら計算する際に、以下のような手法を取ると、 ρ_{th} を変化させる毎に各点の密度 ρ と ρ_{th} の大小を比較して Minkowski functionals を計算するよりも計算時間が大幅に短縮される。

1 次元密度分布 ρ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) を例にとると、閾値を

$$a_m = a_0 + b m \quad 0 \leq m, \quad (12.48)$$

と変化させる場合、計算手続きは以下の様になる。プログラム例は下に示す。

1. 閾値目盛り (ビン) の設定
2. 各点の密度 ρ_i がどのビンに当たるかを計算 (プログラム中の `bin[0:N]`)
3. ビン毎に分けて $\mathcal{N}_0, \mathcal{N}_1$ を計算

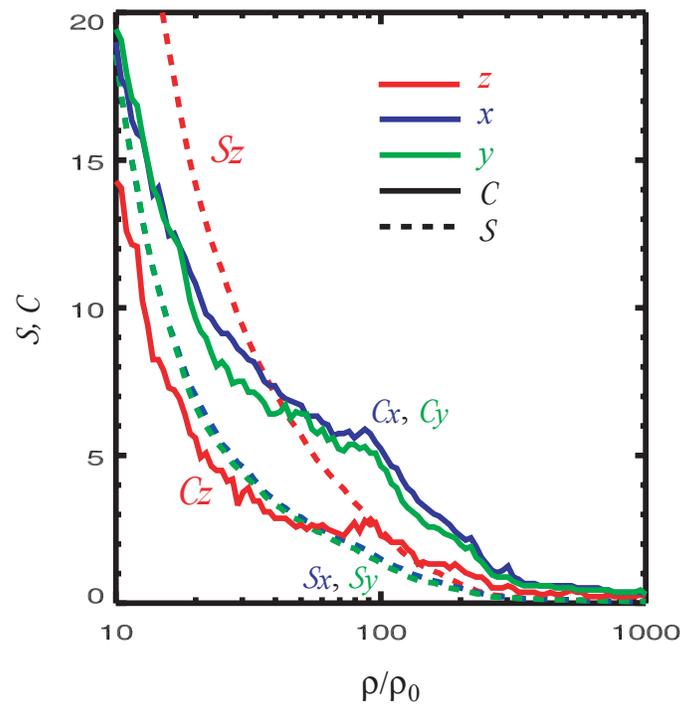


図 12.4: 座標軸の方向に分けた Minkowski functionals, C , S , の高密度部分。図 12.3 の密度分布を基に Minkowski functionals を計算した。 z - 方向が平均磁場の向きを表す。

\mathcal{N}_0 : ビン毎の \mathcal{N}_0 を意味する $dN0(1:M)$ の、 ρ_i が対応するビンに 1 加える

\mathcal{N}_1 : ρ_i と ρ_{i+1} のうち小さい方の密度が対応するビンの $dN1$ に 1 を加える

4. 各ビンの \mathcal{N}_0 , \mathcal{N}_1 は自分自身のビンより高い閾値を持つビンを全て足し合わせた値になる

この手法は、より高い閾値を越える点はより低い閾値のビンでも必ず加算されるという特徴を利用して \mathcal{N}_0 , \mathcal{N}_1 を高速に計算している。 \mathcal{N}_2 , \mathcal{N}_3 も同様に高速化できる。

閾値を変化させた Minkowski functionals の高速計算プログラム例 (1次元の場合)

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      M, N, rho, a0, b は既に与えられていると仮定する。
C
C      Modification history:
C 2004/04/      Tomoyuki Hanawa (original version: N0)
C 2004/09/09   Kanako Sugimoto (extended for N1)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      dimension rho(N),bin(0:N),NO(0:M),dNO(0:M),N1(0:M),dN1(0:M)
C
      do j=0,M                                ← 値の初期化
        NO(j)=0
        dNO(j)=0
        N1(j)=0
        dN1(j)=0
      end do
C
      do i=1,N                                ← (2) 各点がどのビンに入るかを計算
        em=(rho(i)-a0)/b
        bin(i)=em
        bin(i)=min(bin(i),M)
        bin(i)=max(0,bin(i))
        dNO(bin(i))=dNO(bin(i))+1            ← (3) ビン毎のNOを計算
      enddo
      do i=1,N-1
        j=min(bin(i),bin(i+1))              ← (3) ビン毎のN1を計算
        dN1(j)=dN1(j)+1
      enddo
      NO(M)=dNO(M)
      N1(M)=dN1(M)
      do j=M-1,1,-1
        NO(j)=NO(j+1)+dNO(j)                ← (4) NOを計算
        N1(j)=N1(j+1)+dN1(j)                ← (4) N1を計算
      enddo
```

参考文献

- [1] Mecke, K. R., Buchert, T., & Wagner, H., 1994, A&A, 288, 697
- [2] Schmalzing, J., & Górski, K. M., 1998, MNRAS, 297, 355
- [3] 鳥脇 純一郎, 1988, 「画像理解のためのデジタル画像処理 [II]」 (昭晃堂)
- [4] 鳥脇 純一郎, 2002, 「3次元デジタル画像処理」 (昭晃堂)

索引

#AVS, 202
1-D Newton's method, 119
1-D Newton's method, 123, 128
2-D Newton's method, 119
2-D Newton's method, 121

AGN, 111
Alfven Wave, 130
ARROW, 172
Arrow1, 214, 217
AVS/Express, 196, 201
Axis3D, 204

BEGINP, 179
Blast Wave, 135
bounds, 204

C-SSL II, 270
CANS, 12, 130
Cardano's method, 125, 126
combine vect, 213
Comoving frame, 104
coord, 203
crop, 204, 206, 213, 235
curvature, C , 272–275

data, 202
data math, 206, 209
DECOMPOSED, 161
DEVICE, 161
Device font system, 173
dim1, dim2, dim3, 202
directional splitting method, 98, 110
downsize, 214
DP_V3DRCF (SSL II), 256–258
energy-at-infinity, 113

EOT, 231

fft_FtoA.f, 257, 260
FIDO, 103
Fiducial observer, 103
field, 202
file, 202
FINDFILE, 187
FPlane, 213
frame-dragging effect, 108

genius, \mathcal{G} , 272–275
glyph, 214
GRB, 101
GRMHD, 101, 111, 115

HLL Flux, 129
HLL scheme, 128

IDL_DIR, 161, 191
IDL_PATH, 160, 191
IDL_STARTUP, 161
init.data, 257
isosurface, 204
isovolume, 206
iteration, 121, 137

label, 202
Laboratory frame, 103
lapse function, 104, 108
Lax-wendroff scheme, 110, 128
LegendHoriz, 217
LegendVert, 217
Loop, 232–235

main_fft.f, 257, 259
MHD shock-tube, 133

- Minkowski functionals, 272
- ndim, 202
- netCDF, 228
- Newton's method, 124
- Newton-Raphson iteration method, 110, 115
- nspace, 202
- Orthoslice, 209, 214, 235, 237
- OutputField, 224, 232, 234, 237
- PS1, 183
- Rd netCDF Fld, 228
- Read Field, 203, 230, 232
- RETAIN, 162
- RHD, 101
- RMHD, 101
- Schwarzschild radius, 108
- set minmax, 206
- shift velocity, 104, 108, 109
- simplified TVD method, 109
- SIZE, 187
- skip, 202
- spectrum.f, 262, 263
- SRMHD, 101, 105, 110
- SSL II, 255, 268
- SSL II/VP, 269
- SSL II/VPP, 256, 269, 270
- streamlines, 213
- stride, 203
- STRING, 172
- String, 232, 233, 235
- STRMID, 187
- surface, S , 272, 274, 275
- Symplectic Integrator, 148
- TextString3D, 220
- TextTitle, 220
- timestep, 231
- True Type font system, 173
- TRUE_COLOR, 162
- TVD, 109
- TVLCT, 188
- TVRD, 188
- Uviewer3D, 203, 204, 220
- variable, 202
- veclen, 202
- volume, V , 273, 275
- VPP Fortran, 256, 257
- Write Image, 224, 234, 237
- WRITE_PNG, 182, 188
- XYOUTS, 172
- IDL, 18
- EPS ファイルの出力, 183
- EPS ファイルの大きさ, 183
- EPS ファイルの名前, 183
- 一般相対論的磁気流体力学, 101
- 一般相対論的流体力学, 116
- 異方性, 272, 278
- インスタンス, 198, 201
- 上付添字, 173
- 渦なし, 268
- 宇宙ジェット, 101, 111, 115
- 運動量エネルギーテンソル, 120
- 運動量エネルギー保存の法則, 119
- X 線連星, 101
- エネルギー運動量保存, 102
- $1/f$ ゆらぎ, 262, 267
- MHD ペンローズ過程, 113
- MOC 法, 71, 80
- エルゴ領域, 108, 111, 113
- オームの法則, 102
- 凹辺, 275
- オブジェクトエディター, 233
- Kerr-Schild 座標, 115
- カーブラックホール, 101, 108, 111
- 回転パラメータ, 108
- 活動銀河核, 101
- カラーバーの位置と向き, 179
- カラーコントラスト, 206, 209
- カラーテーブル, 189

- カラーテーブル, 158
- カラーバー, 217, 220
- 環境設定プログラム, 158, 161
- ガンマ線バースト, 101, 115
- 画像の出力, 224
- 基数, 256
- 基礎方程式, 102
- 基底, 256
- 基本量, 121, 128
- 逆フーリエ変換, 255–257, 266, 268
- 境界, 204
- 共動座標系, 104
- 近似 Riemann 解法, 46
- クーラン条件, 130
- 計量, 102, 103, 108
- ケプラー速度, 111
- 高速フーリエ変換, 255
- 降着円盤, 101, 111
- 固有値, 128
- 固有ベクトル, 128
- コロナ, 111
- コントアの色, 169
- コントアレベル, 168
- コントロールパネル, 198
- コンパイルオプション (SSL II/VPP), 256
- 最大値、最小値, 206
- 差分方程式, 30
- 三次方程式, 124, 125
- 3+1 形式, 103, 106
- サンプルデータ, 157, 192
- 座標軸, 203, 204
- GRMHD 方程式, 102
- CIP-CSL2 法, 91
- CIP 法, 71, 72
- 磁気流体力学, 46
- 時空の引きずり効果, 108, 113
- 事象の地平面, 108
- 下付添字, 172
- 実験室系, 103
- 実フーリエ変換, 255
- CT 法, 71, 79
- 修正 Lax-Wendroff, 22
- 出力ポート, 199
- シュバルツシルト時空, 109
- シュバルツシルト半径, 108
- 衝撃波, 82
- シングルウィンドウ, 199
- 磁気流体, 123
- 磁気流体力学, 29
- 人工粘性, 36, 82, 130
- 数式演算処理, 209
- スカラー分布, 255, 272
- スカラーポテンシャル, 268
- スカラーデータの可視化, 204
- スタガード格子, 71
- スペクトル, 255, 258, 262
- 線の太さ, 173
- 相対論的磁気流体力学, 101
- 相対論的磁気流体, 119
- 相対論的磁気流体力学方程式, 119
- 相対論的流体力学, 101
- タイトル, 220
- タイトルの指定, 172
- 中性子星形成, 46
- 超新星爆発, 46
- ツールバー, 198
- デバイスの設定, 161
- 等値ボリュームの表示, 206
- 等値面, 204, 206
- 特殊相対論, 120
- 特殊相対論的磁気流体力学, 101
- 特性曲線, 80
- 特性方程式, 80
- 凸辺, 275
- 動画, 232, 234, 235
- 入力ポート, 199
- ネットワークエディタ, 198
- パスの設定, 160
- バルサー, 46
- パワースペクトル, 266
- 反復解法, 121
- 反復法, 123, 137

- 非圧縮性ゆらぎ, 268
- PNG ファイルの出力, 181, 185
- PNG ファイルの大きさ, 183
- PNG ファイルの名前, 182
- 引数, 257, 258
- ビューワーウインドウ, 198
- フーリエ解析, 255
- フーリエ変換, 255-257
- field データファイル, 201, 203
- 複素共役関係, 255, 257, 266
- 複素振幅分布, 255
- ブラックホール, 101, 111, 115
- プロットシステム変数, 174
- 平均自由行程, 82
- ベクトル形式, 107
- ベクトルポテンシャル, 268
- ペンローズ過程, 113
- ベクトルデータの可視化, 213
- ベクトルデータの作成, 213
- Boyer-Lindquist 座標, 103, 108, 111
- 保存量, 120, 124
- マイクロクエーサー, 101
- Maxwell 方程式, 119
- マックスウェル方程式, 102
- 密度コントラ, 209
- ミンコフスキー時空, 104, 108
- ムービー用の作画, 185
- ムービーの作成, 188
- 文字の大きさ, 173
- 文字の種類, 172
- モジュール, 196, 198, 199
- モジュールごとの設定, 220
- モジュールの選択, 220
- モジュールの場所, 203
- 矢印間隔, 169
- 矢印の色, 171
- 矢印の長さ, 170
- 矢印, 214, 217
- 4次元形式, 102
- 乱数, 266
- ランダムなスカラー場, 266
- ランダムなベクトル場, 266, 268
- 乱流, 266
- 離散型実フーリエ変換サブルーチン, 268
- 理想 MHD 条件, 102
- リーマン不変量, 80
- 粒子数保存の法則, 119
- 粒子数保存, 102
- 流線, 213, 214
- 流線の表示, 179
- 流線の始点, 213
- Roe 平均, 48, 49
- Roe 法, 47
- ローレンツ係数, 101, 120, 128
- Lorentz 収縮, 137
- Roe 法, 128
- Wald 解, 111

数値天文学 テクニカルマニュアル

発行日 2004年9月10日
初版発行 千葉大学 宇宙物理学研究室
編者 花輪 知幸
町田 正博
著者 花山 秀和
佐藤 裕司
上原 一浩
木暮 宏光
天野 孝伸
水野 陽介
富高 真
越智 康浩
錦織 弘充
大須賀 健
杉本 香菜子
